

**SHEHAK SATTAR**

**MODEL OF THERMOMECHANICAL STRESSES IN THERMOELECTRIC SYSTEMS**

2.3.1. System Analysis, Management and Information Processing, Statistics

**Abstract of a thesis**  
for a PhD Degree in technical sciences

The dissertation is prepared in Engineering Academy of PEOPLES' FRIENDSHIP UNIVERSITY OF RUSSIA.

Scientific Supervisor: Belyaev Victor Vasilievich  
 Doctor of Technical Science, Professor,  
 Principal Scientist of Department of Science Development of  
 Moscow Region State University; Professor of Department of  
 Nanotechnology and Microsystem Technology of Engineering  
 Academy of PEOPLES' FRIENDSHIP UNIVERSITY OF RUSSIA

Official Referees: Starkov Alexander Vladimirovich  
 Doctor of Technical Science, Associated Professor,  
 Associated Professor of Department No.604 «System Analysis and  
 Management» of Aerospace University of Moscow Aviation  
 Institute (National Research University)

Zadiranov Alexander Nikitovich  
 Professor of the Department of General and Special Chemistry of  
 the Educational and Scientific Complex of Gorenje Processes and  
 Environmental Safety of Federal State Budget Educational  
 Establishment of Higher Vocational Training «The State Fire  
 Academy of the Ministry of Russian Federation for Civil Defence,  
 Emergencies and Elimination of Consequences of Natural  
 Disasters» (SFA of EMERCOM of Russia)

Referee organization: Joint Stock Company «Polyus research institute of M.F. Stelmakh»  
 (JSC «Polyus research institute of M.F. Stelmakh»)

The defense of dissertation will take place \_\_\_\_ 2022 year in \_\_\_\_:\_\_\_\_ at  
 Dissertation Council PDS 2022.010, address: 115419, Moscow, Ordzhonikidze str., 3

The dissertation is in RUDN University Scientific Library: 117198, Moscow, Miklukho-Maklay  
 str., 6

Announcement on the defense and the dissertation Avtoreferat are located at sites  
<http://vak2.ed.gov.ru/> and <https://www.rudn.ru/science/dissovet>

Avtoreferat was sent \_\_\_\_ 2022 year.

Scientific Secretary of Dissertation Council PDS 2022.010  
 PhD

O.E. Samusenko

## General Description of Scientific Work

### Relevance of Research

The thermo-electric generators (TEG) have found their application in the creation of backup or emergency sources of electricity despite the relatively low efficiency and limited reliability. Many countries, companies and universities are actively investing on thermoelectric research. Generally thermoelectric devices are being used as power source for spacecrafts, monitoring distant areas through wireless networks, monitoring gas pipelines, cathodic protection stations, gas distribution points etc.

Several studies have shown that to predict sustainability of the thermoelectric device thermally induced stresses are bottlenecks, especially for high temperature thermoelectric devices. Due to lack of scientific and technological solution, numerical analysis plays a significant role to optimize device geometry and boundary conditions under stress load. Despite the fact that two decades of research has widen the range of material selection but thermoelectric device has not yet seen success in any large-scale terrestrial applications. Much of the conducted studies focus on the influence of device's design, material's phase transition and shape of the thermoelectric device. But there are very few available studies which can quantify the effect of thermo-mechanical stresses on device's reliability. The existing literature on thermoelectric reliability rely on accelerated life testing (AFT) and mean time between failure (MTBF) methods. These methods conclude the reliability of the device based on statistical failure data without considering factors of failure. These methods don't provide enough characterizations of thermoelectric devices.

Third popular method, to analyze and measure reliability of the devices, is Weibull distribution, which is the most suitable model for modules' operating gradient is  $T > 300$  C. Most of the cases, where Weibull distribution is applicable, are flaw, fracture, and volume defect failures. But as the range of data increases and size of devices decrease, Weibull distribution has higher relative error compared to lognormal distribution. Different universities (for example Korea Advanced Institute of Science and Technology, School of Technology, Oxford Brookes, University, Lulea University of Technology, Sweden) published results of experimental-simulation to demonstrate authenticity of the lognormal distribution for high stress bodies (Devices or system) over Weibull distribution. Many researchers (Jin Seon Kim, M.T. Todinov etc.) have demonstrated that by considering material characteristics under stress load lognormal is one of suitable alternatives. The proposed research is the first attempt to model the reliability of thermoelectric system by considering lognormal distribution.

### Degree of development of the research topic

Studies, the results of which are published in the modern literature, do not quantify the effect of thermomechanical loads on the reliability of the device. The existing literature on thermoelectric reliability was based on the Accelerated Endurance Test (AFT) method and the mean time between failures (MTBF). Both methods are based on the number of thermal cycles to failure, which does not provide qualitative information about the reliability of the device. Ephraim Sukhir presented a detailed research paper using a model of shear stress and shear deformation, but it only provides deformation (or bending) of the device. The model cannot predict the survivability of the device. Recently, Naveen Kishore Curry published a numerical and finite element analysis concerning the reliability of a thermoelectric device. Although the

model provides a qualitative study of reliability, the model uses a statistical theory of fracture based on Weibull analysis based on destruction data. This model is specifically used for brittle materials such as ceramics. As the data range increases and the size of the devices decreases, the Weibull distribution has a higher relative error compared to the lognormal distribution. In this direction, various organizations in Russia and abroad (for example, the Korea Advanced Institute of Science and Technology, Oxford Brookes University, UK, Luleå University of Technology, Sweden) have published results based on experimental modeling, demonstrating reliability of lognormal distribution for bodies with high voltage according to the Weibull distribution. Many researchers (Jin Sung Kim (National University of Pukyong, South Korea); M.T. Todinov (Oxford Brookes University), etc.) have shown that when considering the characteristics of the material logarithmically normal voltage is one of the suitable alternatives.

The problems of thermoelectric reliability and the need for the right model, emphasizing the reliability of the thermoelectric device, are in demand now more than ever. There is no significant work providing mathematical work regarding the requirements for a thermoelectric device, which was the motive for the research work.

Our research aims to optimize a mathematical model to predict thermomechanical stresses in a thermoelectric system, offering a suitable solution to compensate for excessive thermomechanical stresses without compromising the performance of the optimized system. To study the possibilities of the mathematical model and the influence of geometry, boundary conditions and the space between the branches on the thermoelectric device, simulations were carried out in MATLAB and the finite element method. The results obtained show that the ratio of length to thickness of a given thermoelectric branch has a significant effect on the voltages in the system, whereas the shape has a negligible effect. The effect of thermoelectric stresses on mechanical reliability is estimated using the parametric and nonparametric logarithmic-normal distribution instead of Weibull, based on the analysis of the theory of failures.

### **Target of Research**

Development of mathematical model for thermoelectric module to enhance their operating life optimized by reducing thermo-mechanical stresses without compromising their performance.

### **Tasks**

1. Develop an optimized mathematical model to present relationship between heat fluxes, electrical power and efficiency of the device. Find the impact of Joule heat on thermal conductivity and charge carriers in the given volume and surface.
2. Developing an optimized mathematical model to measure plane stress and strain, shearing stresses, stress function and studying thermoelastic behavior of thermoelectric legs. Compile the results in MATLAB and develop characteristics of the thermoelectric leg, for the segmented and unsegmented devices.
3. Developing an optimized mathematical model to predict the reliability of the thermoelectric devices using parametric lognormal mean residual life and nonparametric Lognormal kernel distribution.
4. Developing a comprehensive comparative discussion to illustrate the maximum likelihood using Bayesian nonparametric Lognormal-Kernel inference method regarding to Monte

Carlo simulation, Weibull's distribution, and Lognormal mean residual life for various shapes for the survival function on MATLAB.

### **The Scientific Novelty**

Our study presents the following novel results

1. Mathematical model can predict precise characteristics of the thermoelectric device and influence of thermally induced stress on mechanical properties. The Naotake's plate theory was first time optimized and applied on thermoelectric device to measure stresses.
2. Our research work first time presents a mathematical model to calculate precise number of the thermoelectric legs in device. MATLAB simulation and COMSOL solution shows that by increasing space between legs can compensate excessive thermally induced stresses.
3. Our research work provides first time an optimized way of utilizing lognormal distribution to calculate lifetime of device using parametric and non-parametric lognormal distribution.
4. Additionally, first time we have mathematically derived a non-parametric survival function to find mean residual life of devices that are working at medium and higher temperature gradient by using discrete data.

### **Theoretical significance**

The developed methodology, the mathematical description of thermomechanical stresses, elements of thermoelectric devices, as well as the created software and computing tools will serve to further develop scientific research aimed at improving the technologies for generating thermoelectricity and their reliability.

### **Practical Significance**

Implementation of the mathematical model has following practical significance:

1. The optimized model demonstrates possible model to increase life of the thermoelectric system in future, without compromising its efficiency. By increasing lifetime of the device will save project cost and increase material compatibility factor.
2. By managing stresses in thermoelectric device, thermoelectric systems will play more significant role in future space projects, waste heat production industries, buildings, and cars.
3. The mathematical model ultimately prescribes number of the legs in device and their sustainable height to thickness ratio for log operating life.
4. The temperature gradient can be designed according to survive able thermal stresses and vice-versa.
5. Lognormal distribution mean residual life and non-parametric survival function are newly introduced and will play a distinctive role in thermoelectric systems compare to Weibull failure theory.

### **Methodology and methods of research**

The work is based on the methods of mathematical modeling and system analysis in the selection of optimal solutions. The basis of the developed mathematical models is represented by the fundamental laws of the physical phenomena under study. Generally accepted, certified databases are used to describe thermodynamic properties. Numerical methods for solving systems of equations were used to organize the computational process.

## **Fundamental Principles Submitted to Defense**

1. The model that can be used to measure thermo-mechanical stresses by analyzing resultant forces and resultant moment per unit thickness, induced due to thermal stresses. The model considers two basic boundary conditions to measure thermal expansion of each material.
2. The relationship between principle of energy conservation, local conservation of mass theory and maximum stress principle investigated by changing the TE geometrical parameters to compensate thermally induced stresses and sustain reliability of the device.
3. The optimized lognormal parametric mean residual life and non-parametric survival function derived under Bayesian inference method criteria to measure the reliability of thermoelectric systems instead of Weibull distribution.

## **Degree of Reliability of the Results**

- The developed models are based on facts and verified data, are consistent with the published experimental and theoretical results on the topic of the dissertation.
- Generally accepted methods of optimization and modeling based on theories that have confirmed their applicability were used.
- Established the qualitative and quantitative coincidence of the author's results with the results presented in independent sources on this topic.
- Modern proven methods of processing initial information were used.

## **Evaluations of Work**

Basic concepts and results were discussed and presented at different international scientific conferences, seminars and department sessions:

1. Proceedings of the II International Youth Conference. Diona Limited Liability Company (Moscow).
2. XVI Interstate Conference “Thermoelectric and their applications” October 2018, Saint-Petersburg, Russia
3. 38<sup>th</sup> international conference on Thermoelectric and 4<sup>th</sup> Asian conference on Thermoelectric, South Korea (ICT/ACT 2019)
4. Advances in the Astronautical Sciences, RUDN, Moscow Russia. 2020
5. International multidisciplinary conference “Perspective element base of micro- and nanoelectronics using Modern Achievements in Theoretical Physics” 2019.
6. International conference on "Perspective of elemental base of micro- and nanoelectronics using modern achievements of theoretical physics" 2021
7. XVII Interstate Conference “Thermoelectric and Their Applications” (ISCTA 2021) St. Petersburg, Russia September 13 – 16, 2021

## **Publications**

This work includes 6 publications: 5 published in international citation databases (SCOPUS, WOS) indexed journals, 1 in (VAK – Superior Attestation Commission of the Russian Federation) indexed journal,

## **Personal contribution**

The author took the lead contribution from selecting the research topic to obtaining the overall results. The author personally developed the theoretical basis, models, optimization criteria and all technical details, performed coding, performed numerical simulations, received,

analyzed, and summarized the results, and then wrote the manuscript. The Author's contribution is predominant in all stages of research: task setting, realization, and discussed research results in scientific publications and conferences.

### Structure and Volume of work

This work consists of introduction, a literature review chapter and 3 other chapters, conclusion, glossary and References. The total volume of the dissertation is 104 pages, including 84 references, 40 figures, 5 tables, and 94 formulas.

## BASIC CONTENT

**Introduction** The relevance of the problem solved in the dissertation is substantiated.

### Chapter 1 Literature Review

The chapter 1 is divided into three sections. The first section introduces the relevance of the thermoelectric device, its market importance and rising role of the thermoelectric device in different technologies.

Second section introduces the fundamental unit of the device, its evolution over time and current advancements. Section two highlights the difference between segmented and unsegmented thermoelectric devices.

Third section highlights contemporary challenges that thermoelectric device counter. In this review a comprehensive discussion has been done over crucial factors which play key role in failure of device. We have chosen two key challenges. (i) Material Compatibility factor and (ii) thermo-mechanical stresses. The discussion also describes evolving structural challenges due thermally induced stresses and their raising concern over reliability. The review has also indicated the key factors which are responsible for low reliability in segmented/unsegmented thermoelectric systems.

### Chapter 2 Optimized Mathematical Model for Thermoelectric Devices

In this chapter we have considered Naotake's plate theory and applied it to provide an alternative prospect, especially in field of thermoelectric generators. Particularly, the impact of shearing stress, shearing strain, thermally induced bending stress and shear forces are discussed. The presented analytical model is comprehensive and easy to predict thermo-mechanical stresses in TE leg to calculate reliability of the TE module. This chapter starts by describing the background of mathematical modelling to calculate stresses in thermoelectric generators. In the first section, we define basic components of thermoelectric device (see figure 1) in order to set stress-strain relationship.

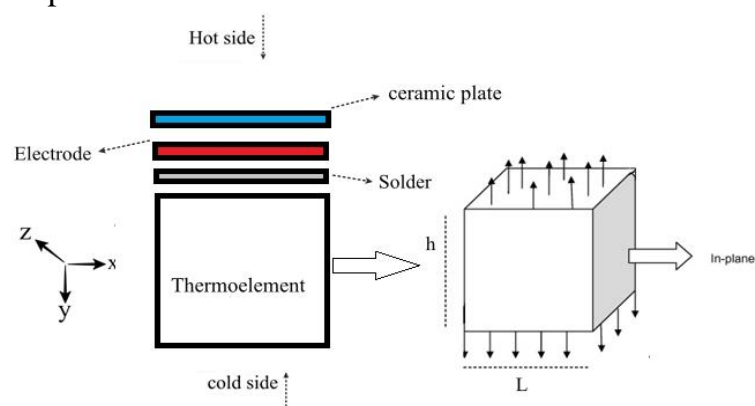


Figure 1. Basic Structure of TE leg comprised from different components

Two-dimensional stress–strain relationship, for in the in-plane directions, for an isotropic thermoelastomer are concluded as follows:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} - z \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) - (1+\nu)\alpha\Delta T \right] \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial v}{\partial y} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} - z \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) - (1+\nu)\alpha\Delta T \right] \\ \sigma_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \nu \frac{\partial v}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right]\end{aligned}\quad (1)$$

Here  $u$ ,  $v$ , and  $w$  are displacement components in the  $x$ ,  $y$ , and  $z$  directions at the neutral plane ( $z = 0$ ),  $\sigma$  is stress,  $\epsilon$  is strain,  $\alpha$  is coefficient of thermal expansion,  $\Delta T$  is temperature gradient,  $\nu$  is Poisson ratio and  $E$  is Young's modulus.

Second section investigates thermoelastic characteristics of thermoelectric leg, its behavior at given temperature gradient. It includes discussion around thermally induced forces ( $F$ ), bending moments ( $M$ ) at the boundaries and influence of shearing stress on displacement equation. All the equations satisfy the Kirchhoff hypothesis for in-plane stress and stress components are concluded as follows,

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{1}{h} F_x + \frac{12z}{h^3} M_x + \frac{1}{1-\nu} \left( \frac{1}{h} F_T + \frac{12z}{h^3} M_T - \alpha E \Delta T \right) \\ \sigma_y &= \frac{1}{h} F_y + \frac{12z}{h^3} M_y + \frac{1}{1-\nu} \left( \frac{1}{h} F_T + \frac{12z}{h^3} M_T - \alpha E \Delta T \right) \\ \sigma_{xy} &= \frac{1}{h} F_{xy} - \frac{12z}{h^3} M_{xy}\end{aligned}\quad (2)$$

Here  $h$  presents height of the element and  $F_T$  and  $M_T$  are defined as

$$F_T = \alpha E \int_{-h/2}^{h/2} \Delta T dz, \quad M_T = \alpha E \int_{-h/2}^{h/2} \Delta T z dz$$

For the optimization of the model, we include here stress function  $\varphi$  for compatibility equation, which can be presented as

$$\nabla^2 \nabla^2 \varphi = -\nabla^2 F_T \quad (3)$$

$$\text{Here } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Through this equation we can find thermally induced force for each part in plane direction. Thermally induced forces are product of difference in thermal expansion of the material which ultimately causes generation of thermally induced stresses.

Different differential equations of equilibrium, strain compatibility conditions and formulas of Hooke's law form major equations for theory of elasticity. These equations are sufficient to define the stress-strain relation of an elastic structure. Additionally, solutions to any particular problem must satisfy appropriate boundary conditions. When specific temperature field is given, displacement, stress and strain are sought. Consequently, if displacement equation is given, stress, strain and external forces are sought. The fundamental equation of displacement is

$$\nabla^2 w = -\frac{1}{D(1-\nu)} M_T \quad (4)$$



The third section concludes the boundary conditions for the thermoelectric leg. We have considered two basic boundary conditions

(i) Simply supported Boundary Conditions, which are,

On x-axis when  $x=0$  and  $x=l$

$$w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\frac{1}{(1-\nu)D} M_T$$

On y-axis when  $y = 0$  and  $y = t$

“ $l$ ” present length and “ $t$ ” thickness

(ii) Two edges are simply supported and two are restricted (shown in figure 2), which are,

$$\begin{aligned} w = 0, & \quad \frac{\partial w^2}{\partial x^2} = -\frac{1}{D(1-\nu)} M_T & x = \pm \frac{l}{2} \\ w = 0, & \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0 & y = \pm \frac{h}{2} \end{aligned}$$

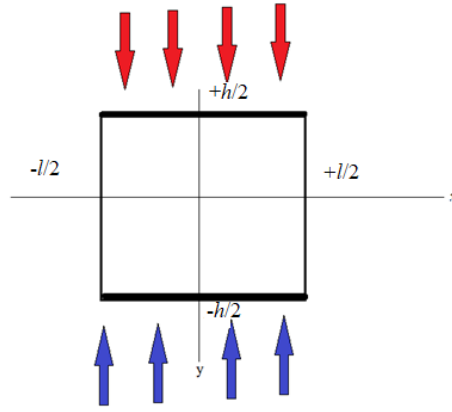


Figure 2. Block diagram expressing boundary conditions for the case 2

Whereas  $D$  is the flexure rigidity, and it can be calculated as  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ . The force is distributed symmetrically and can be defined as

$$\varphi_y = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} E_m \sin \alpha_m y \quad (5)$$

Here,  $\alpha_m = \frac{m\pi}{l}$ ,  $\beta_n = \frac{n\pi}{h}$  and are defined by boundary conditions,  $E_m$  is elastic constant, depends on boundary conditions, and can be calculated as

$$E_m = -\frac{2}{1-\nu} \left( \frac{\alpha_m \cosh^2 \gamma_m}{\gamma_m + \sinh \gamma_m + \cosh \gamma_m} \right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{a_{mn} \beta_n (-1)^{\frac{(n-1)}{2}}}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \quad (6)$$

Equation 6 effectively can show stress and strain relationship for the device which has fixed boundary condition and dynamic temperature.

Equation 6 is very different method compared to traditional way of calculating Young modulus, since it can calculate material expansion as per temperature change as per applied boundary conditions.

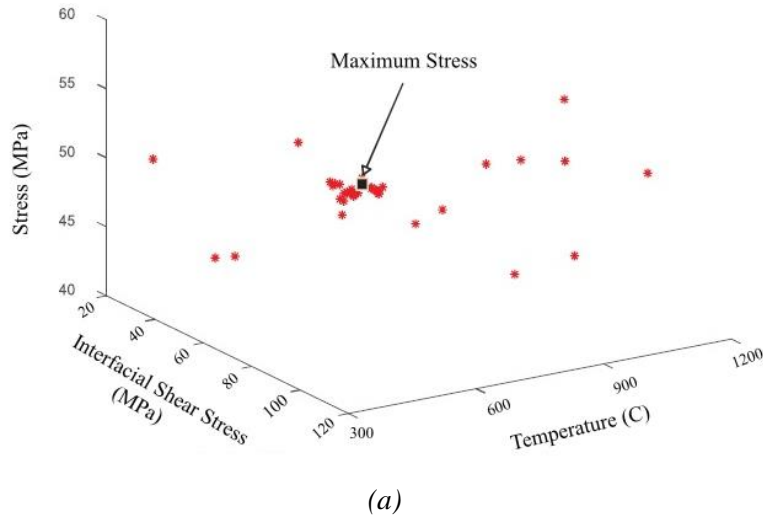
Thus, for the restricted boundary (condition  $(y = \pm \frac{h}{2})$ ), the displacement, resultant moment and shearing forces are

$$\begin{aligned}
w &= \frac{1}{(1-\nu)D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{a_{mn}}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \cos \alpha_m x \cos \beta_n y - \frac{1}{2D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{\alpha_m^2 \cosh \gamma_m} (\alpha_m y \sinh \alpha_m y - \gamma_m \tanh \gamma_m \cosh \alpha_m y) \cos \alpha_m x \\
M_x &= - \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{a_{mn} \beta_n^2}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \cos \alpha_m x \cos \beta_n y - \frac{1}{2} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{\cosh \gamma_m} \left\{ (1 - \nu) \alpha_m y \sinh \alpha_m y - [2\nu + (1 - \nu) \gamma_m \tanh \gamma_m] \cosh \alpha_m y \right\} \cos \alpha_m x \\
M_y &= - \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{a_{mn} \alpha_m^2}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \cos \alpha_m x \cos \beta_n y + \frac{1}{2} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{\cosh \gamma_m} \left\{ (1 - \nu) \alpha_m y \sinh \alpha_m y + [2 - (1 - \nu) \gamma_m \tanh \gamma_m] \cosh \alpha_m y \right\} \cos \alpha_m x \\
M_{xy} &= \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{a_{mn} \alpha_m \beta_n}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y + \frac{1}{2} (1 - \nu) \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{\cosh \gamma_m} \left\{ \alpha_m y \cosh \alpha_m y + (1 - \gamma_m \tanh \gamma_m) \sinh \gamma_m y \right\} \sin \alpha_m x \\
\tau_x &= - \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m \alpha_m}{\cosh \gamma_m} \cosh \alpha_m y \sin \alpha_m x \\
\tau_y &= - \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m \alpha_m}{\cosh \gamma_m} \sinh \alpha_m y \cos \alpha_m x
\end{aligned} \tag{7}$$

Whereas Strain-stress relationship for segmented thermoelectric devices is presented as

$$\begin{aligned}
\sigma_x^k &= E_m \epsilon_{xx} - E_m \alpha_k \Delta T \\
\epsilon_{x,y,j} &= \epsilon_{x,0} + yk - \int_{T_{0,j}}^{T_{1,j}} \alpha_j(T, y) \partial T(y) \\
\sigma_{x,y,j} &= \frac{E}{1 - \nu^2} \left( \epsilon_{x,0} + yk - \int_{T_{0,j}}^{T_{1,j}} \alpha_j(T, y) \partial T(y) \right)
\end{aligned} \tag{8}$$

The equation of multi-leg configuration was simulated in Python to obtain Pareto Front, as shown in figure 3. The relationship between thermally induced stress and interfacial shearing stresses with respect to temperature for restrict boundary conditions are also demonstrated in figure 3 (case 2). Pareto Front evaluates the thermally induced shearing stresses, within TE leg (segmented devices).



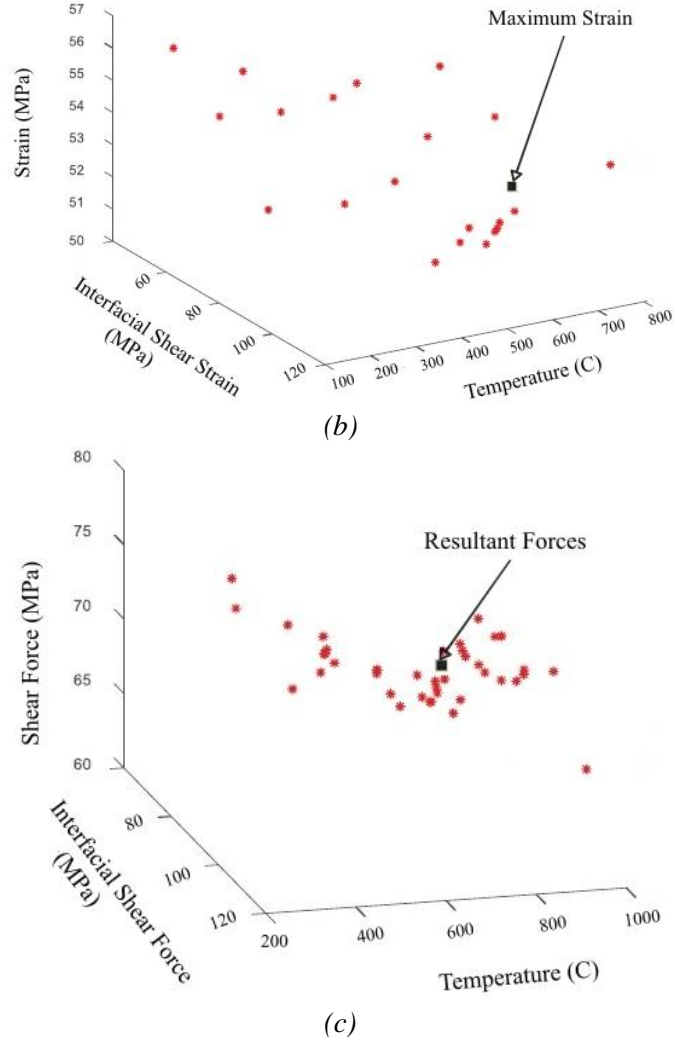


Figure 3 (a) (b) (c) Pareto Front of stress-strain-temperature relationship

### Chapter 3. Optimized Number of Legs in TE System

Utilizing the existing literature, the method of describing Number of legs for TE system can be mathematically expressed as

$$N = \frac{v}{2\psi\Delta T} * \frac{R + 1}{R} \quad (9)$$

Here R the ratio of the load resistance to the internal resistance. In order to introduce stress-based equation to find number of TE legs, we can find voltage as per stress. That is,

$$v = \sqrt{PR \left( \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_T} \right)} \quad (10)$$

Here  $\sigma_T$  present sum of all stress components. The results shown in figure 4 is derived from different thermoelectric materials which are mentioned, according to their color, in table 1. Figure 4 shows rise of stress level in thermoelectric system as we increased number of legs and temperature.

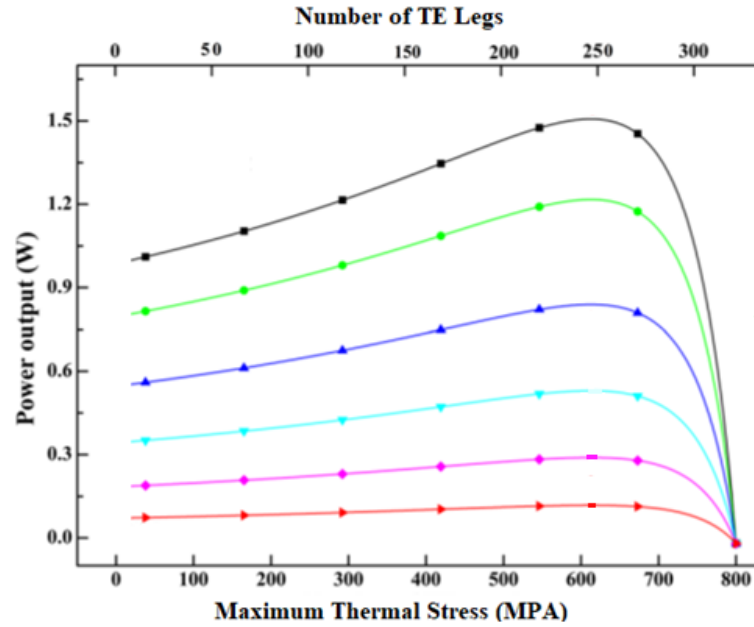


Figure 4. Stress-based number of legs for TE device

Table 1. Materials used in Figure 4

Material Type	Color of line in the figure 4	Temperature Range (°C)
Bismuth Chalcogenides	Red	100 – 250
Group IV Tellurides	Violet	200-600
Silicon-Germanium Alloys	Cyan	600C – 1000
Segmented Mg <sub>2</sub> BIV Solid Solutions	Blue	200-800
Segmentation of Skutterudites with Group IV Tellurides	Green	200-800
High Temperature CeFe <sub>4</sub> Sb <sub>12</sub> (p-type) Zn <sub>4</sub> Sb <sub>3</sub> (p-type) TAGS (p-type)	Black	700-1100

The final section includes solutions from COMSOL solver. Figure 5 presents the solution obtained by finite element analysis. Highest power output has highest thermally induced stress.

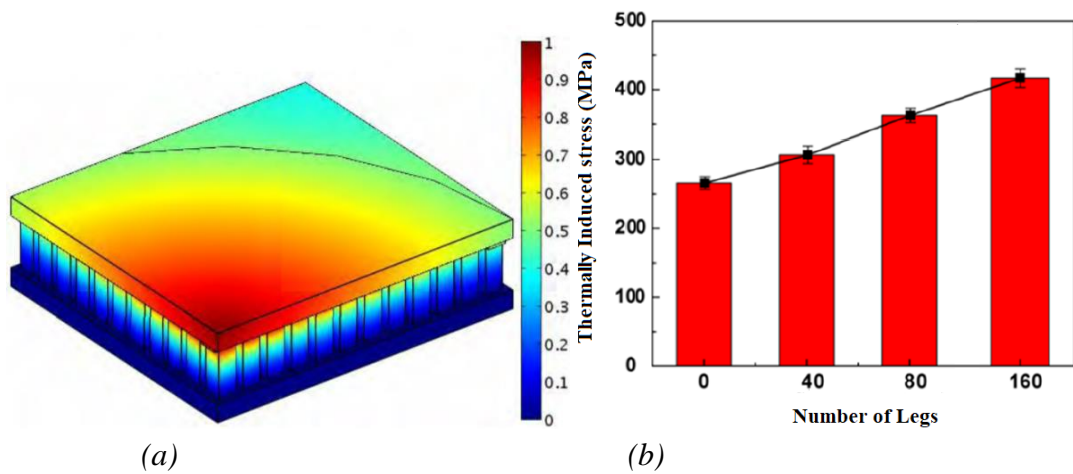


Figure 5 Thermoelectric mapping for multileg module

For all configurations of the TE modules, numerically predicted number of legs, space between them and their relative stress were validated  $\pm 5\%$  error and  $\pm 10\%$  error with their maximum efficiency values. Regardless of their arrangement and material selection, leg size, space

between them and number has 10% effect on maximum power and efficiency. However, by increasing space between the legs, in unsegmented devices, do decrease maximum stress of the overall device. Whereas segmented thermoelectric devices show higher power and efficiency but lower maximum stress by increasing space between the legs as per optimized model. The case study of Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>-based alloys and CoSb<sub>3</sub>-based filled skutterudites segmentation, it has been seen that by increasing 0.01% space between the legs and decreasing  $\pm 4.5\%$  number of legs, the maximum thermal stress was reduced from 350 MPa to 300 MPa.

#### Chapter 4. Developing an Optimized Reliability Model for Thermoelectric System

First section of the chapter provides an alternative model to measure reliability of the thermoelectric devices. The proposed model is based on lognormal distribution in order to calculate reliability instead of Weibull distribution. Apparent difference is demonstrated in figure 6, in which each model has different probability of failure. The proposed model prefers lognormal distribution since it has more optimal accuracy compared to Weibull distribution.

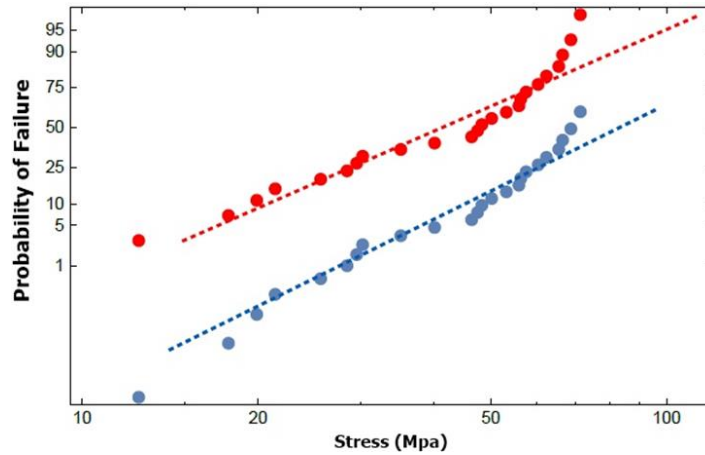


Figure 6 Comparison of lognormal vs Weibull distribution

Generally, the lognormal distribution is used to measure the rate of failure for micro-electric devices at high temperature stress. The distribution is based on the multiple failure model, which means that at given temperature range the TE leg in any given module undergoes a random increase of degradation, interlayer diffusion, sublimation, or oxidation, leading to complete abruptive failure. Therefore, the use of lognormal distribution is mostly used to model components or devices that fail primarily due to stress or fatigue. This can be mathematically expressed as

$$f_y = \frac{1}{y\delta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\delta^2}(\ln y - \mu)^2\right] \quad (11)$$

Here  $\delta$  and  $\mu$  are standard deviation and mean value of the variable's natural logarithm, not the expectation and standard deviation of function itself. The second model presents Main residual life based on lognormal distribution, which is

$$M(\sigma) = e^{\left(\frac{\mu+\delta^2}{2}\right)} \frac{\left[1 - \varphi\left(\frac{\ln \sigma_y - (\mu + \delta^2)}{\delta}\right)\right]}{1 - \varphi\left(\frac{\ln \sigma_y - \mu}{\delta}\right)} - \sigma \quad (12)$$

The final model presents the nonparametric probability can be given as

$$\hat{S}(\sigma_y \leq \sigma \leq \sigma_{Th}; G) = \sum_{i \geq 1}^i \rho \varphi\left(\frac{Y - \mu_i}{\delta_i}\right) \quad (13)$$

Here  $\rho$  comes from Bayesian inference to include posterior probability, which presents maximum likelihood of survival function derived from failure rate data. It is given as  $\rho = E_{v_i} \prod_{v=i}^{i-1} (1 - E_{v_{\sigma_y}})$ , where  $E_{v_i}$  volumetric elastic constant of  $i^{\text{th}}$  layer at  $\sigma_y$  and  $v_{\sigma_y} = \beta(1, \alpha)$ .  $\beta$  and  $\alpha$  are two positive shapes defined as per Dirichlet process and  $i$  is the total number of components in the model. The nonparametric lognormal distribution mixed with Kernel distribution as per Dirichlet process model, for positive real number, is transformed as  $Y = \log(\sigma) - \log(\sigma_y)$ .

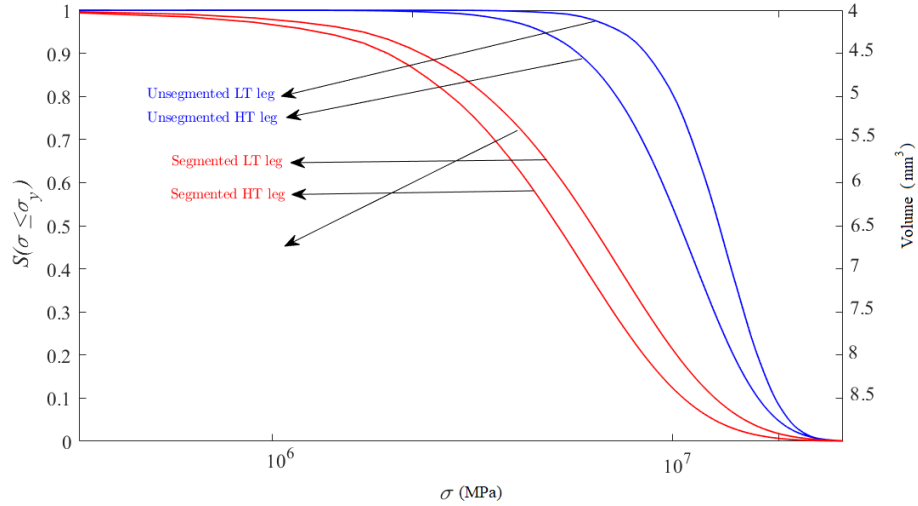


Figure 7 Comparative Nonparametric Survival Function graph for Segmented and Unsegmented TE legs

Figure 7 shows the evaluation of survival function based on obtained results for segmented and unsegmented TE legs. TE module working on high and low temperature results in different ratios of reliability. Low temperature unsegmented TE modules demonstrated a higher rate of survival on a given standard ( $4 \text{ mm}^3$ ) leg volume. One of the major reasons is that unsegmented TE modules have a low adverse effect from thermal expansion compared to segmented TE modules. At a given leg volume, unsegmented modules have a 95% survival rate within a range of  $10 \leq \sigma < 60$  (MPa). Whereas the 95% survival rate for low temperature segmented TE modules exists only between  $0 \leq \sigma < 30$  (MPa), due to a mismatch of thermal expansion between different materials. The main difference between simple MRL and Survival function and nonparametric survival function is a rapid decline in the curve, see Figure 9. compared to Weibull survival function. MRL has a definite method to predict the reliability of a module based on failure rate data, whereas nonparametric survival function can give us precise dimensions (volume) and thermally induced stress to produce reliable characteristics for segmented and unsegmented TE modules. Hence, more intuitive conditions (especially boundary conditions of TE leg) are produced as alternatives on given survival curves. This makes it easy for us to obtain graphical MRL function-based reliability to analyze survival function on sufficient conditions.

The third section of the chapter shows further investigation, see Figure 8, based on relevance vector regression on stress-strength covariance. The optimized nonparametric lognormal distribution model, developed to understand stress-strength covariance, was simulated under Fast Multi-output relevance vector regression (MRVR) in MATLAB.

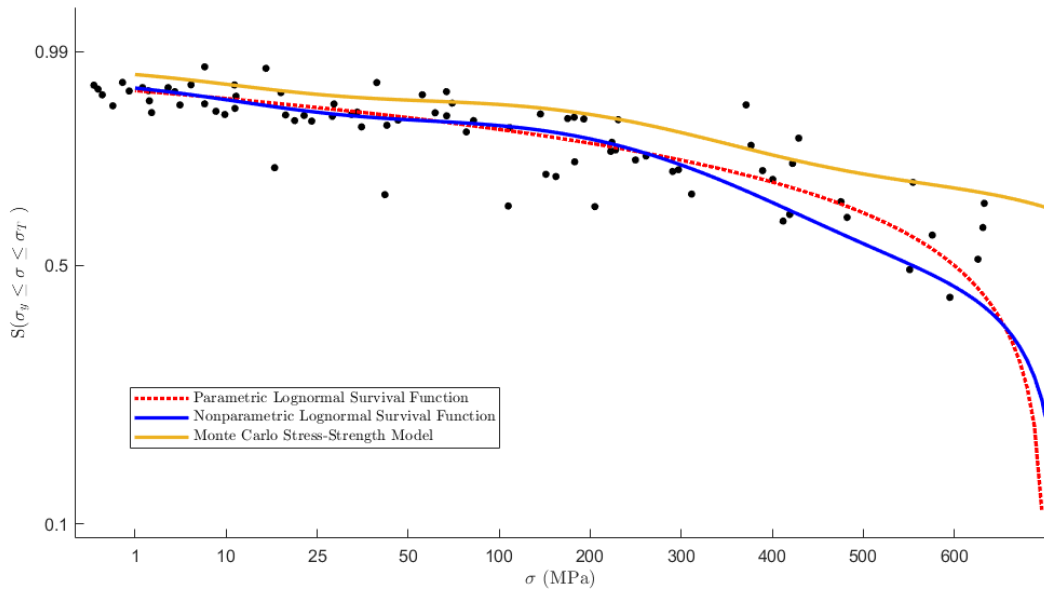


Figure 8 Comparison of Monte Carlo simulation with Parametric and Nonparametric

Figure 9 illustrate the distribution of Survival function in domain of threshold stress. A noteworthy observation is that the probability of survival function encompasses characteristics of upside-down bathtub shape for individual module threshold stress discrete analysis. The deviations are different when compared with high temperature segmented (SKD) and relatively decreases after 300 MPa when compared to low temperature TE modules (bismuth telluride). This has significant implications on TE system design and optimization of discrete data distribution to apply nonparametric lognormal survival function.

The final section of the chapter has particular focus on boundary conditions and spacing between each leg. Fixed boundary conditions (Case 1) have been widely seen in low temperature devices, whereas free boundary conditions (Case 2) are appropriate for medium to high temperature devices. The hot ends of the leg are assumed to be free to expand whereas cold ends are considered to be bounded. Figure 9, in this regard, shows the influence of the boundary conditions on the reliability of a TE module couple with varying length size. The results are presented for the probability of failure by using equations of nonparametric survival function. The failure probability for p and n-types of legs have almost similar average as per the change in temperature gradient.

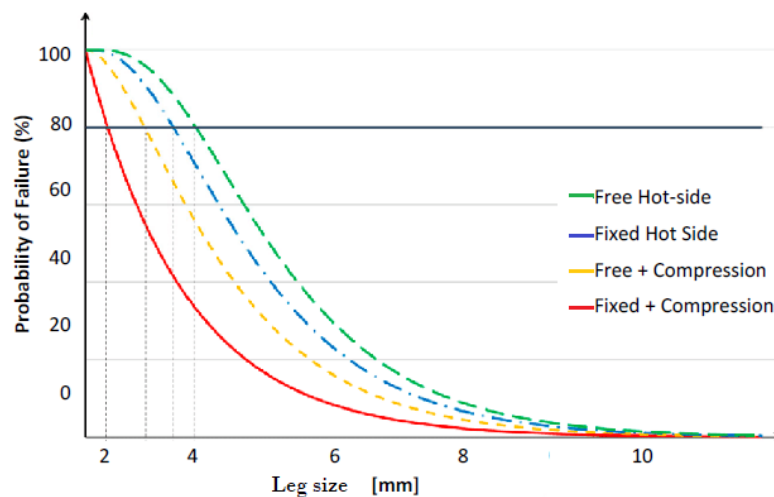


Figure 9 Probability of the TE system according to their boundary conditions

## CONCLUSION

**In the dissertation work, the following main results were obtained:**

1. The model optimizes the Naotake plate theory, to analyze thermo-mechanical behavior of the thermoelectric device under optimized boundary condition, geometry, and space between the legs. The model concludes that the reliability of the segmented thermoelectric devices, operating at intermediate temperature, could be enhanced by using free-end boundary case. Whereas the unsegmented devices work longer under both free and constraints boundary conditions.
2. The simulation results evaluate the optimized length to thickness ratio, compressive-tensile stresses, and equation of deformation. The model describes the impact of extension-bending, flexural stiffness, and Elastic constant on thermally induced stress. The calculated stresses are used to calculate specific number of thermoelectric legs in a thermoelectric system. Compared to previous methods, our model claims 13% reduction in the number of legs.
3. The model calculates precise maximum thermo-mechanical stresses between components, on edge and within volume. The simulated results show that segmented devices encounter compressive stresses, whereas unsegmented encounter tensile nature stresses.
4. Currently available literature uses Weibull distribution and Mean-time-between-failure (MTBF) to calculate reliability of the thermoelectric device. Our comparative discussion shows that whether they don't fit (especially in case of segmented devices) or can't predict life of device with not more than 80% accuracy. Our model, compared to existing methods, uses parametric and non-parametric lognormal distribution to measure lifetime of operating devices. The obtained lognormal mean residual life provides 80% accuracy on the "estimated mean value", whereas survival function, driven from non-parametric lognormal distribution, gives 90% accuracy on thermo-mechanical durability.



## **PUBLICATIONS ON THE TOPIC OF THE DISSERTATION**

### **Publications in leading peer-reviewed scientific journals and SCOPUS / WOS listed journals**

1. S. Sattar, A. Osipkov. Understanding Reliability of the Thermoelectric Devices for Space Application, *Advances in the Astronautical Sciences*. 2020 Volume 170, page 098 (ISBN 978-0-87703-664-7)
2. S Sattar. Measuring Probability of Failure of Thermoelectric Legs through Lognormal and Weibull Distribution. *Journal of Physics: Conference Series* 2020 Volume 1560 pages 012025 (DOI 10.1088/1742-6596/1560/1/012025)
3. K. A. Shishov , H. Chen , P. P. Shiriaev , P. G. Mikhailov , A. S. Osipkov, S. Sattar , V. V. Belyaev, Development of an Experimental Model of a Tourist Thermoelectric Generator and Researching ways to increase its Efficiency, *Journal of Physics: Conference Series* 2020 Volume 1560, pages 012024 (DOI: 10.1088/1742-6596/1560/1/012024)
4. Sh. Sattar, A. Osipkov and V.V. Belyaev “Mathematical Modeling of Survivability Function for Thermoelectric Module” *Journal of Physics: Conference Series* 2021 Volume 2056, pages 012028 (DOI: 10.1088/1742-6596/2056/1/012028)

### **Articles in leading peer-reviewed scientific journals and publications included in the list of the Higher Attestation Commission of the Russian Federation (BAK)**

5. Sh. Sattar, Mathematical Modelling of Thermo-Mechanical Stresses arising in rectangular supports of Thermoelectric Modules. *Journal of Complex Systems: Models, Analysis, Management in Вестник РочНОУ* 2021 Volume 1, pages 23-36 (DOI: 10.25586/RNU.V9187.21.01.P.023)

### **Articles in materials of international, all-Russian conferences, scientific journals and publications**

6. S.Sattar, A. Osipkov. Challenges on Modeling Reliability of the Thermoelectric Generators Новые подходы и технологии проектирования, производства, испытаний и промышленного дизайна изделий ракетно-космической техники. Сборник трудов II Международной молодёжной конференции. Изд-во: Общество с ограниченной ответственностью «Диона» (Москва)[New approaches and technologies for designing, manufacturing, testing and industrial design of rocket and space products. Proceedings of the II International Youth Conference. Publishing house: Diona Limited Liability Company (Moscow).

**DISSERTATION ABSTRACT****Shehak Sattar****Model of Thermomechanical Stresses in Thermoelectric Systems**

The investigation is devoted to development of basics of measurement of thermomechanical stresses and forecast of reliability of thermoelectrical device. The goal of the work is a development of mathematical model for thermoelectric module to enhance their operating life optimized by reducing thermo-mechanical stresses without compromising their performance. Development of an optimized mathematical model to present relationship between heat fluxes, electrical power and efficiency of the device. Finding the impact of Joule heat on thermal conductivity and charge carriers in the given volume and surface. Developing an optimized mathematical model to predict the reliability of the thermoelectric devices using parametric lognormal mean residual life and nonparametric Lognormal kernel distribution. Mathematical model can predict precise characteristics of the thermoelectric device and influence of thermally induced stress on mechanical properties. Implementation of the mathematical model has following practical significance. The optimized model demonstrates possible model to increase life of the thermoelectric system in future, without compromising its efficiency. The temperature gradient can be designed according to survive able thermal stresses and vice-versa. Lognormal distribution mean residual life and non-parametric survival function are newly introduced and will play a distinctive role in thermoelectric systems compare to Weibull failure theory.

**САТТАР ШЕХАК**

**МОДЕЛЬ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика

**Автореферат диссертации**  
на соискание ученой степени кандидата технических наук

Работа выполнена в инженерной академии ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов» (РУДН)

Научный руководитель: Беляев Виктор Васильевич  
доктор технических наук, профессор,  
главный научный сотрудник управления развития науки ГОУ ВО  
Московской области Московский государственный областной  
университет (МГОУ), профессор кафедры нанотехнологий и  
микросистемной техники инженерной академии РУДН

Официальные оппоненты: Старков Александр Владимирович  
доктор технических наук, доцент,  
доцент кафедры 604 «Системный анализ и управление»  
Аэрокосмического института ФГБОУ ВО «Московский  
Авиационный Институт» (МАИ)

Задиранов Александр Никитович  
доктор технических наук, доцент,  
профессор кафедры общей и специальной химии Учебно-  
научного комплекса процессов горения и экологической  
безопасности ФГБОУ ВО «Академия Государственной  
противопожарной службы Министерства Российской Федерации  
по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и  
ликвидации последствий стихийных бедствий» (Академия ГПС  
МЧС России)

Ведущая организация: АО «Научно-исследовательский институт «Полюс»  
им. М.Ф. Стельмаха» (АО «НИИ «Полюс» им. М.Ф. Стельмаха»)

Защита диссертации состоится \_\_\_\_\_ 2022 года в \_\_\_\_:\_\_\_\_ на заседании  
диссертационного совета ПДС 2022.010 по адресу: 115419, г. Москва, ул. Орджоникидзе,  
д. 3

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке РУДН по адресу: 117198,  
г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6

Объявление о защите и автореферат диссертации размещены на сайтах <http://vak2.ed.gov.ru/>  
и <https://www.rudn.ru/science/dissovet>

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ 2022 г.

Ученый секретарь диссертационного совета ПДС 2022.010  
кандидат технических наук

О.Е. Самусенко

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность исследования

Термоэлектрические генераторы (ТЭГ) нашли свое применение в создании резервных или аварийных источников электроэнергии. Многие страны, компании и университеты активно инвестируют в термоэлектрические исследования. Как правило, термоэлектрические устройства используются в качестве источника питания для космических аппаратов, наблюдения за удаленными территориями через беспроводные сети, наблюдения за газопроводами, станциями катодной защиты и газораспределительными пунктами. При этом они могут иметь относительно низкий КПД и ограниченную надежность.

Недавние исследования показали, что для прогнозирования устойчивости термоэлектрического устройства термические напряжения являются узким местом, особенно для высокотемпературных термоэлектрических устройств. Из-за отсутствия технологического решения численный анализ играет существенную роль при оптимизации геометрии устройства и граничных условий при стрессовой нагрузке. Несмотря на то, что исследования расширили диапазон выбора материалов, термоэлектрические устройства еще не добились успеха в каких-либо крупномасштабных наземных приложениях. Большая часть современных исследований сосредоточена на влиянии конструкции устройства, фазового перехода материала и формы термоэлектрического устройства на его характеристики. При этом очень мало исследований, в которых количественно оценивается влияние термомеханических нагрузок на надежность устройства. Современные работы по термоэлектрической надежности опираются на методы ускоренных испытаний на срок службы (AFT) и среднего времени наработки на отказ (MTBF). Эти методы делают вывод о надежности устройства на основе статистических данных об отказах без учета анализа факторов отказа и не дают достаточного описания характеристик термоэлектрических устройств.

Одним из популярных методов анализа и измерения надежности устройств является распределение Вейбулла, которое является наиболее подходящей моделью для модулей, работающих с перепадом температур  $T > 300^{\circ}\text{C}$ . По мере увеличения диапазона данных и уменьшения размера устройств распределение Вейбулла имеет более высокую относительную ошибку по сравнению с логнормальным распределением.

Предлагаемое исследование является первой попыткой моделирования надежности термоэлектрической системы с учетом логнормального распределения.

### Степень разработанности темы исследования

Исследования, результаты которых опубликованы в современной литературе, не дают количественной оценки влияния термомеханических нагрузок на надежность устройства. Существующая литература по термоэлектрической надежности основывалась на методе ускоренных ресурсных испытаний (AFT) и среднем времени наработки на отказ (MTBF). Оба метода основаны на количестве тепловых циклов до отказа, что не дает качественной информации о надежности устройства. Эфраим Сухир представил детальную

исследовательскую работу с использованием модели напряжения сдвига и деформации сдвига, но она обеспечивает только деформацию (или изгиб) устройства. Модель не может предсказать живучесть устройства. Недавно Навин Кишор Карри опубликовала численный и конечный анализ элемента, касающийся надежности термоэлектрического устройства. Хотя модель обеспечивает качественное исследование надежности, в модели используется статистическая теория разрушения, основанная на анализе Вейбулла, основанном на данных о разрушениях. Эта модель специально используется для хрупких материалов, таких как керамика. По мере увеличения диапазона данных и уменьшения размера устройств распределение Вейбулла имеет более высокую относительную ошибку по сравнению с логнормальным распределением. В этом направлении в различных организациях в России и за рубежом (например, Корейский передовой институт науки и технологий, Оксфорд Брукс Университет, Великобритания, Технологический университет Лулео, Швеция) опубликованы результаты, основанные на экспериментальном моделировании, демонстрирующие достоверность логнормального распределения для тел с высоким напряжением по распределению Вейбулла. Многими исследователями (Джин Сон Ким (Национальный университет Пукьонга, Ю. Корея); М.Т. Тодинов (Oxford Brookes University) и др.) показано, что при рассмотрении характеристик материала логарифмически нормальное напряжение является одной из подходящих альтернатив.

Проблемы термоэлектрической надежности и потребность в правильной модели, подчеркивающей надежность термоэлектрического устройства, востребованы сейчас как никогда. Отсутствует значительная работа, обеспечивающая математическую работу относительно требований к термоэлектрическому устройству, что послужило мотивом для исследовательской работы.

Наше исследование направлено на оптимизацию математической модели для прогнозирования термомеханических напряжений в термоэлектрической системе, предлагая подходящее решение для компенсации чрезмерных термомеханических напряжений без ущерба для производительности оптимизированной системы. Для изучения возможностей математической модели и влияния геометрии, граничных условий и пространства между ветвями на термоэлектрическое устройство было проведено моделирование в MATLAB и методе конечных элементов. Полученные результаты показывают, что отношение длины к толщине данной термоэлектрической ветви оказывает значительное влияние на напряжения в системе, тогда как форма оказывает незначительное влияние. Влияние термоэлектрических напряжений на механическую надежность оценивается с использованием параметрического и непараметрического логарифмически-нормального распределения вместо Вейбулла, основанного на анализе теории отказов.

### **Цель исследования**

Разработка математической модели термоэлектрических модулей, оптимизированной за счет снижения термомеханических напряжений без ухудшения характеристик модулей и соответствующего увеличения срока их службы.

### **Задачи исследования**

1. Разработка оптимизированной математической модели термоэлектрического устройства, описывающей взаимосвязь между тепловыми потоками, электрической мощностью и КПД устройства. Расчет влияния Джоулева тепла на теплопроводность материала и подвижность носителей заряда в заданном объеме и на поверхности.
2. Разработка оптимизированной математической модели для измерения плоских напряжений и деформаций, касательных напряжений, функции напряжений и исследования термоупругого поведения термоэлектрических ветвей термоэлектрического устройства. Расчет характеристик термоэлектрической ветви для сегментированных и несегментированных устройств.
3. Разработка оптимизированной математической модели для прогнозирования надежности термоэлектрических устройств с использованием параметрического логарифмически - нормального среднего остаточного ресурса и непараметрического логарифмически-нормального распределения Кернеля.
4. Разработка модели термоэлектрических устройств с использованием непараметрического логарифмически-нормального метода Байеса, вывода Кернеля в отношении моделирования Монте-Карло, распределения Вейбулла и логарифмически-нормального среднего остаточного срока службы для различных форм для функции выживания.

### **Научная новизна**

Научная новизна диссертационного исследования заключается в следующем:

1. Разработана математическая модель, позволяющая прогнозировать точные характеристики термоэлектрического устройства и влияние термического напряжения на механические свойства.
2. Впервые оптимизирована и применена к термоэлектрическому устройству для измерения напряжений теория пластин Наотаке.
3. Впервые представлена математическая модель для расчета точного количества термоэлектрических ветвей в устройстве. Результаты моделирования в программах MATLAB и COMSOL показывают, что за счет увеличения расстояния между ветвями можно компенсировать чрезмерные термические напряжения.
4. Впервые предложен оптимизированный способ использования логнормального распределения для расчета срока службы устройства с использованием параметрического и непараметрического логнормального распределения.
5. Впервые с использованием дискретных данных математически получена непараметрическая функция выживания для определения среднего остаточного ресурса устройств, работающих при среднем и более высоком температурном градиенте.

### **Теоретическая значимость**

Разработанная методика, математическое описание термомеханических напряжений, элементов термоэлектрических устройств, а также созданные программно-вычислительные средства послужат дальнейшему развитию научных исследований направленных на совершенствование технологий генерации термоэлектричества и их надежность.

## **Практическая значимость**

Реализация математической модели имеет следующее практическое значение:

1. Оптимизированная модель позволяет повысить срок службы термоэлектрической системы без ущерба для ее эффективности. Увеличение срока службы устройства уменьшит стоимость проекта и повысит коэффициент совместимости материалов.
2. Управление напряжениями в термоэлектрических устройствах и системах играет важную роль в космических проектах, использовании отработанного тепла в промышленности, зданиях и автомобилях.
3. Математическая модель задает количество ветвей в устройстве и приемлемое соотношение их высоты и толщины в течение срока службы
4. Градиент температуры может быть рассчитан в соответствии с термическими напряжениями и наоборот.
5. Впервые представлены логарифмически-нормальное распределение среднего остаточного ресурса и непараметрическая функция выживания, которые в термоэлектрических системах обеспечивают лучшие результаты по сравнению с теорией отказов Вейбулла.

## **Методология и методы исследования**

Работа базируется на методах математического моделирования и системного анализа при выборе оптимальных решений. Основу разработанных математических моделей представляют фундаментальные законы исследуемых физических явлений. Для описания термодинамических свойств использованы общепринятые, сертифицированные базы данных. Для организации вычислительного процесса использованы численные методы решения систем уравнений.

## **Положения, выносимые на защиту**

1. Модель для измерения термомеханических напряжений путем анализа результирующих сил и результирующего момента на единицу толщины, вызванных термическими напряжениями, учитывающая два основных граничных условия для измерения теплового расширения каждого материала.
2. Связь между принципом сохранения энергии, локальной теорией сохранения массы и принципом максимального напряжения, исследуемая путем изменения геометрических параметров ТЭ для компенсации термических напряжений и поддержания надежности устройства.
3. Оптимизированный логарифмически-нормальный параметрический средний остаточный ресурс и непараметрическая функция выживания, полученные в соответствии с критериями метода вывода Байеса, для измерения надежности термоэлектрических систем.



### **Степень достоверности результатов**

- разработанные модели построены на фактах и проверенных данных, согласуются с опубликованными экспериментальными и теоретическими результатами по теме диссертации;
- использованы общепринятые методы оптимизации и моделирования, основанные на теориях, подтвердивших свою применимость;
- установлено качественное и количественное совпадение авторских результатов с результатами, представленными в независимых источниках по данной тематике;
- использованы современные апробированные методики обработки исходной информации.

### **Апробация работы**

Основные концепции и результаты обсуждались и представлялись на различных международных научных конференциях, семинарах и заседаниях кафедры:

1. Новые подходы и технологии проектирования, производства, испытаний и промышленного дизайна изделий ракетно-космической техники. Сборник трудов II Международной молодёжной конференции. Изд-во: Общество с ограниченной ответственностью «Диона» (Москва).
2. XVI Межгосударственная конференция «Термоэлектричество и его приложения» октябрь 2018, Санкт-Петербург, Россия
3. 38-я международная конференция по термоэлектричеству и 4-я Азиатская конференция по термоэлектричеству, Южная Корея (ICT/ACT 2019)
4. Конференция достижений космонавтики, РУДН, Москва, Россия. 2020
5. Международная многопрофильная конференция «Перспективная элементная база микро- и нано электроники с использованием современных достижений теоретической физики» 2019.
6. Международная конференция «Перспективная элементная база микро- и нано электроники с использованием современных достижений теоретической физики» 2021 г.
7. XVII Межгосударственная конференция «Термоэлектричество и его приложения» (ISCTA 2021) Санкт-Петербург, Россия 13-16 сентября 2021 г.

### **Личный вклад**

Автор принадлежит ведущая роль от выбора темы исследования до получения общих результатов. Автор лично разработал теоретическую базу, модели, критерии оптимизации и все технические детали, выполнил кодирование, выполнил численное моделирование, получил, проанализировал и обобщил результаты, а затем написал рукопись. Вклад автора преобладает на всех этапах исследования: постановке задачи, реализации, обсуждении результатов исследования в научных публикациях и конференциях.

**Объем и структура научно-исследовательской работы** отражает цель и задачи исследования и состоит из введения, главы с обзором литературы и трех других глав, заключения, глоссария и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 104 страниц, в том числе 84 ссылки, 40 рисунков, 5 таблиц и 94 формулы.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

### Введение

Обоснована актуальность проблемы, решаемая в диссертации.

### Глава 1 Обзор литературы

Глава 1 состоит из трех разделов. В первом разделе рассказывается об актуальности термоэлектрических устройств, их важности на рынке и растущей роли термоэлектрических устройств в различных технологиях.

Второй раздел знакомит с основным комплексом устройства, его эволюцией с течением времени и текущими достижениями. Во втором разделе подчеркивается разница между сегментированными и несегментированными термоэлектрическими устройствами.

В третьем разделе описаны современные проблемы, с которыми сталкиваются термоэлектрические устройства. В этом обзоре проведено всестороннее обсуждение важнейших факторов, которые играют ключевую роль в отказе устройства. две ключевые проблемы: (i) коэффициент совместимости материалов и (ii) термомеханические нагрузки. В обсуждении также описываются возникающие структурные проблемы из-за термических напряжений и вопросы по поводу надежности. В обзоре также указаны основные факторы, обуславливающие низкую надежность сегментированных несегментных термоэлектрических систем.

### Глава 2. Оптимизированная математическая модель термоэлектрических устройств

В этой главе мы рассмотрели теорию пластин Наотакэ и применили ее для обеспечения альтернативных перспектив, особенно в области термоэлектрических генераторов. В частности, обсуждаются влияние напряжения сдвига, деформации сдвига, термически индуцированного изгибающего напряжения и сил сдвига. Представленная аналитическая модель является комплексной и легко прогнозируемой термомеханической нагрузкой в ветви ТЭ для расчета надежности модуля ТЭ. Эта глава начинается с описания основ математического моделирования для расчета напряжений в термоэлектрических генераторах. В первом разделе мы определяем основные компоненты термоэлектрического устройства (см. рис. 1), чтобы установить соотношение между напряжением и деформацией.

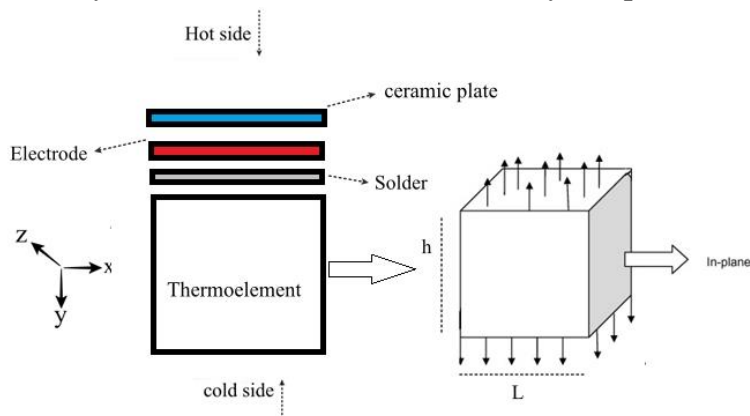


Рисунок 1. Базовая структура ветви ТЭ, состоящая из различных компонентов

Двумерные соотношения напряжение-деформация в плоскостных направлениях для изотропного термоэлемента заключаются в уравнениях:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} - z \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) - (1+\nu)\alpha\Delta T \right] \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial v}{\partial y} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} - z \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) - (1+\nu)\alpha\Delta T \right] \\ \sigma_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \nu \frac{\partial v}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right]\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь  $u$ ,  $v$  и  $w$  — компоненты смещения в направлениях  $x$ ,  $y$  и  $z$  в нейтральной плоскости ( $z = 0$ ), напряжения  $\sigma$ , деформации  $\epsilon$ , коэффициента теплового расширения  $\alpha$ , температурного градиента  $\Delta T$ , коэффициента тяги  $\nu$ ,  $E$  Модуль Юнга.

Во втором разделе исследуются термоупругие характеристики термоэлектрической ветви, ее поведение при заданном градиенте температуры. Он включает обсуждение термических сил ( $F$ ), изгибающих моментов ( $M$ ) на границах и влияния касательного напряжения на уравнение смещения. Все уравнения удовлетворяют гипотезе Кирхгофа для плоскостного напряжения, и компоненты напряжения описываются следующим образом:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{1}{h} F_x + \frac{12z}{h^3} M_x + \frac{1}{1-\nu} \left( \frac{1}{h} F_T + \frac{12z}{h^3} M_T - \alpha E \Delta T \right) \\ \sigma_y &= \frac{1}{h} F_y + \frac{12z}{h^3} M_y + \frac{1}{1-\nu} \left( \frac{1}{h} F_T + \frac{12z}{h^3} M_T - \alpha E \Delta T \right) \\ \sigma_{xy} &= \frac{1}{h} F_{xy} - \frac{12z}{h^3} M_{xy}\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь  $h$  представляет высоту элемента, а  $F_T$  и  $M_T$  определяются как

$$F_T = \alpha E \int_{-h/2}^{h/2} \Delta T dz, \quad M_T = \alpha E \int_{-h/2}^{h/2} \Delta T z dz$$

Для оптимизации модели мы включаем сюда функцию напряжений  $\varphi$  для уравнения совместности, которую можно представить в виде

$$\nabla^2 \nabla^2 \varphi = -\nabla^2 F_T \quad (3)$$

$$\text{Здесь } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

С помощью этого уравнения мы можем найти термическую силу для каждой детали в плоском направлении. Термически индуцированные силы являются результатом разницы в тепловом расширении материала, что в конечном итоге приводит к возникновению термоиндуцированных напряжений.

Различные дифференциальные уравнения равновесия, условия совместности деформаций и формулы закона Гука образуют основные уравнения теории упругости. Этих уравнений достаточно, чтобы определить зависимость между напряжением и деформацией упругой конструкции. Кроме того, решения любой конкретной задачи должны

удовлетворять соответствующим граничным условиям. Когда задано конкретное температурное поле, ищут перемещение, напряжение и деформацию. Следовательно, если задано уравнение перемещений, ищутся напряжение, деформация и внешние силы. Основное уравнение смещения:

$$\nabla^2 w = -\frac{1}{D(1-\nu)} M_T \quad (4)$$

Третий раздел включает в себя граничные условия для термоэлектрической ветви. Мы рассмотрели два основных граничных условия:

(i) Просто поддерживаемые граничные условия:

По оси  $x$ , когда  $x=0$  и  $x=l$

$$w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\frac{1}{(1-\nu)D} M_T$$

По оси  $Y$ , когда  $y=0$  и  $y=t$ .

Текущая длина « $l$ » и толщина « $t$ ».

(ii) Два ребра свободно поддерживаются, а два ограничены (показаны на рисунке 2), а именно:

$$\begin{aligned} w = 0, & \quad \frac{\partial w^2}{\partial x^2} = -\frac{1}{D(1-\nu)} M_T & x = \pm \frac{l}{2} \\ w = 0, & \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0 & y = \pm \frac{h}{2} \end{aligned}$$

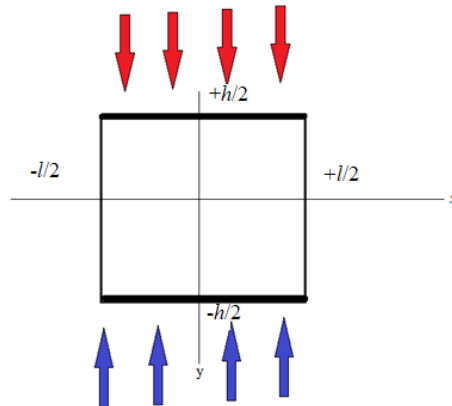


Рисунок 2. Граничные условия для случая 2

Принимая во внимание, что  $D$  — это жесткость на изгиб, и ее можно рассчитать как  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ . Сила распределяется симметрично, и может быть определена как

$$\varphi_y = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} E_m \sin \alpha_m y \quad (5)$$

Здесь,  $\alpha_m = \frac{m\pi}{l}$ ,  $\beta_n = \frac{n\pi}{h}$  и определяются граничными условиями, постоянная упругости  $E_m$  зависит от граничных условий и может быть рассчитана как

$$E_m = -\frac{2}{1-\nu} \left( \frac{\alpha_m \cosh^2 \gamma_m}{\gamma_m + \sinh \gamma_m + \cosh \gamma_m} \right) \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{a_{mn} \beta_n (-1)^{\frac{(n-1)}{2}}}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \quad (6)$$

Таким образом, для суженной границы (условие  $(y = \pm \frac{h}{2})$ , перемещение, результирующий момент и поперечные силы равны

$$w = \frac{1}{(1-\nu)D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{a_{mn}}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \cos \alpha_m x \cos \beta_n y - \frac{1}{2D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{\alpha_m^2 \cosh \gamma_m} (\alpha_m y \sinh \alpha_m y - \gamma_m \tan \gamma_m \cosh \alpha_m y) \cos \alpha_m x$$

$$M_x = -\sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{a_{mn} \beta_n^2}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \cos \alpha_m x \cos \beta_n y - \frac{1}{2} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{\cosh \gamma_m} \{ (1-\nu) \alpha_m y \sinh \alpha_m y - [2\nu + (1-\nu) \gamma_m \tan \gamma_m] \cosh \alpha_m y \} \cos \alpha_m x$$

$$M_y = -\sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{a_{mn} \alpha_m^2}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \cos \alpha_m x \cos \beta_n y + \frac{1}{2} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{\cosh \gamma_m} \{ (1-\nu) \alpha_m y \sinh \alpha_m y + [2 - (1-\nu) \gamma_m \tan \gamma_m] \cosh \alpha_m y \} \cos \alpha_m x$$

$$M_{xy} = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{a_{mn} \alpha_m \beta_n}{\alpha_m^2 + \beta_n^2} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y + \frac{1}{2} (1-\nu) \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m}{\cosh \gamma_m} \{ \alpha_m y \cosh \alpha_m y + (1 - \gamma_m \tan \gamma_m) \sinh \gamma_m y \} \sin \alpha_m x$$

$$\tau_x = -\sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m \alpha_m}{\cosh \gamma_m} \cosh \alpha_m y \sin \alpha_m x$$

$$\tau_y = -\sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{E_m \alpha_m}{\cosh \gamma_m} \sinh \alpha_m y \cos \alpha_m x \quad (7)$$

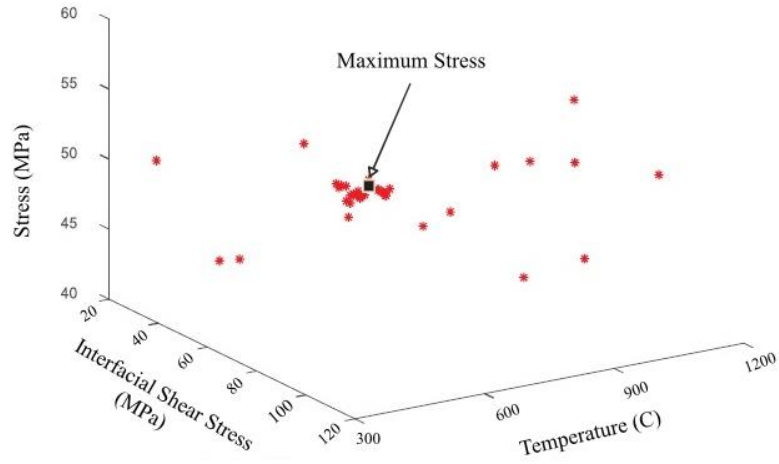
Зависимость деформация-напряжение для сегментированных термоэлектрических устройств представлена как

$$\sigma_x^k = E_m \epsilon_{xx} - E_m \alpha_k \Delta T$$

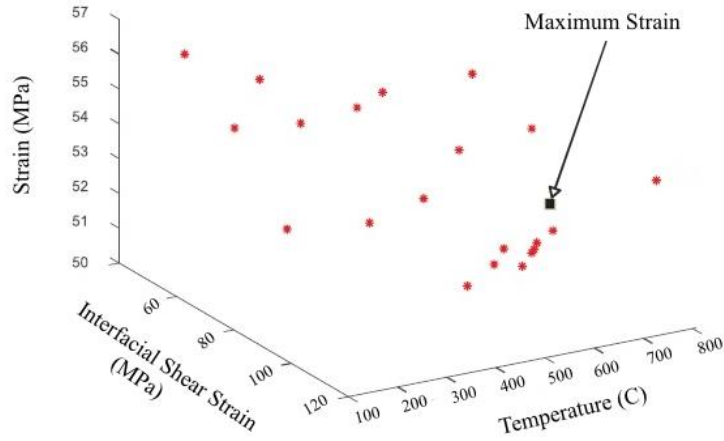
$$\epsilon_{x,y,j} = \epsilon_{x,0} + yk - \int_{T_{0,j}}^{T_{1,j}} \alpha_j(T, y) \partial T(y)$$

$$\sigma_{x,y,j} = \frac{E}{1-\nu^2} \left( \epsilon_{x,0} + yk - \int_{T_{0,j}}^{T_{1,j}} \alpha_j(T, y) \partial T(y) \right) \quad (8)$$

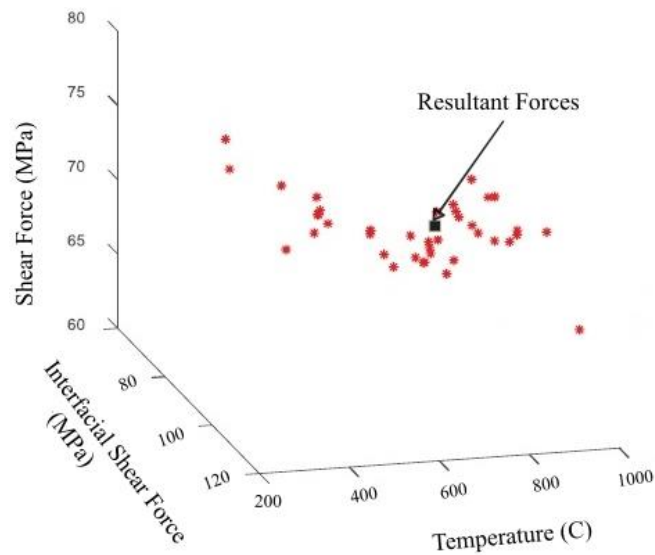
Уравнение многоветвевой конфигурации было смоделировано в Python для получения фронта Парето, как показано в 7 различных случаях. Взаимосвязь между термически индуцированным напряжением и межфазными деформационными напряжениями по отношению к температуре для ограниченных граничных условий также продемонстрирована на рисунке 3 (случай 2). Парето-Фронт оценивает термически вызванные напряжения сдвига в ветви ТЭ (сегментированные устройства).



(a)



(b)



(c)

Рисунок 3. (a) (b) (c) Фронт Парето зависимости напряжение-деформация-температура

### Глава 3. Оптимизированное количество ветвей в системе

Используя существующую литературу, метод описания количества ветвей для системы ТЕ может быть математически выражен как

$$N = \frac{v}{2\psi\Delta T} * \frac{R+1}{R} \quad (9)$$

Здесь  $R$  - отношение сопротивления нагрузки к внутреннему сопротивлению. Чтобы вывести уравнение, основанное на напряжении, для определения количества ветвей ТЭ, определим электрическое напряжение в соответствии с механическим напряжением:

$$v = \sqrt{PR \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_T}} \quad (10)$$

Здесь  $\sigma_T$  представляет собой сумму всех компонентов напряжения. Результаты, показанные на рисунке 4, получены для различных термоэлектрических материалов, которые указаны в соответствии с их цветом в таблице 1. На рисунке 6 показано повышение уровня напряжения в термоэлектрической системе по мере увеличения количества ветвей и температуры.

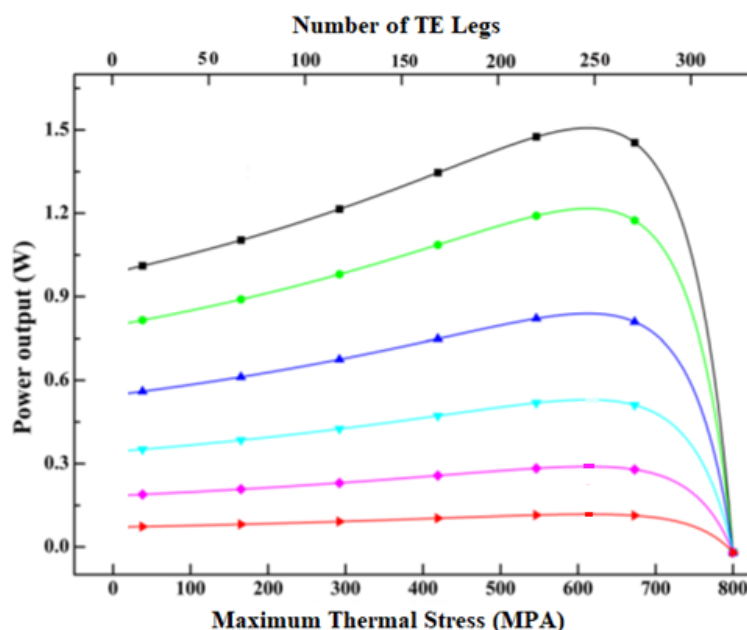


Рисунок 4. Количество ветвей ТЭ устройства, основанное на нагрузке

Таблица 1. Материалы, использованные на рисунке 4

Тип материала	Цвет линии на рисунке	Диапазон температуры (°C)
Халкогениды висмута	Красный	100 – 250
Группа IV теллуриды	Фиолетовый	200-600
Кремний=германиевые сплавы	Бирюзовый	600С – 1000
Сегментированные твердые растворы $Mg_2B_{IV}$	Синий	200-800
Сегментация скуттеридов с группой IV теллуридов	Зелёный	200-800
Высокая температура $CeFe_4Sb_{12}$ (p-type) $Zn_4Sb_3$ (p-type) Бирки (p-type)	Чёрный	700-1100

В последний раздел включены решения из решающей программы COMSOL. На рис. 5 представлено решение, полученное методом конечных элементов. Этот результат согласуется с нашим предыдущим утверждением

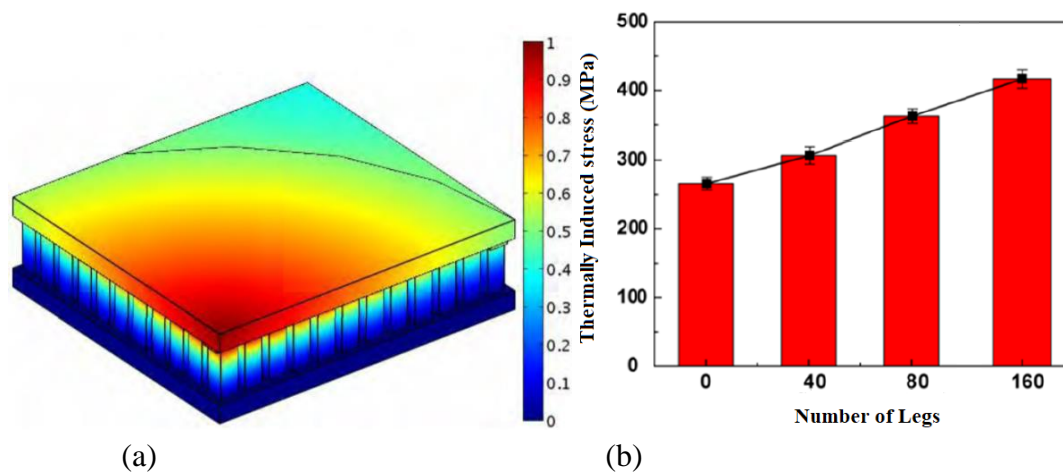


Рисунок 5. Термоэлектрическое отображение для многоветвевго модуля

Для всех конфигураций ТЭ-модулей было подтверждено численно предсказанное количество ветвей, расстояние между ними и их относительное напряжение с ошибкой  $\pm 5\%$  и ошибкой  $\pm 10\%$  с их максимальными значениями эффективности. Независимо от их расположения и выбора материала, размер ножек, расстояние между ними и количество имеют 10% влияние на максимальную мощность и эффективность. Однако за счет увеличения пространства между ножками в несегментированных устройствах снижается максимальное напряжение всего устройства. В то время как сегментированные термоэлектрические устройства показывают более высокую мощность и эффективность, но снижают максимальное напряжение за счет увеличения пространства между ножками в соответствии с оптимизированной моделью. На примере сплавов на основе  $\text{Bi}_2\text{Te}_3$  и сегментации заполненных скуттерудитов на основе  $\text{CoSb}_3$  было замечено, что за счет увеличения пространства между ветвями на 0,01% и уменьшения количества ветвей на  $\pm 4,5\%$  максимальное термическое напряжение было снижено с 350 МПа до 300 МПа.

#### Глава 4. Разработка оптимизированной модели надежности термоэлектрических устройств

В первом разделе главы представлена альтернативная модель для измерения надежности термоэлектрических устройств. Предлагаемая модель основана на логарифмически-нормальном распределении для расчета надежности вместо распределения Вейбулла. Очевидная разница показана на рисунке 6, на котором каждая модель имеет разную вероятность отказа. Предлагаемая модель предпочитает логарифмически-нормальное распределение, так как оно имеет более оптимальную точность по сравнению с распределением Вейбулла.



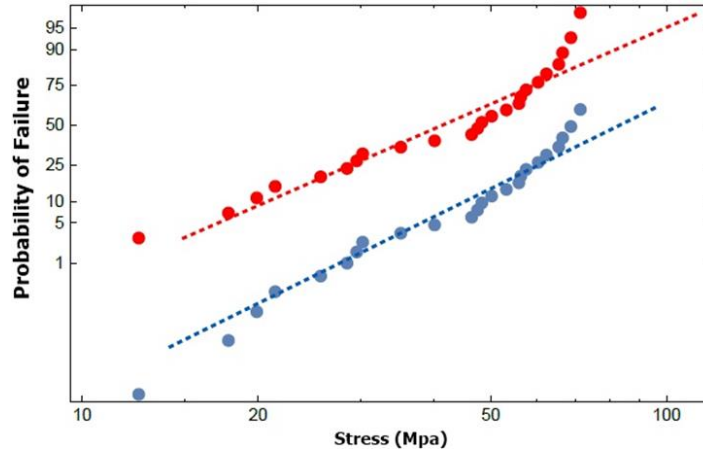


Рисунок 6. Логнормальное распределение по сравнению с распределением Вейбулла

Обычно логарифмически-нормальное распределение используется для измерения скорости отказа микроэлектрических устройств при высоких температурных нагрузках. Распределение основано на модели множественных отказов, что означает, что в данном диапазоне температур ветвь ТЭ в любом заданном модуле подвергается случайному увеличению деградации, межслоевой диффузии, сублимации или окислению, что приводит к полному внезапному отказу. Таким образом, использование логарифмически-нормального распределения в основном нужно для моделирования компонентов или устройств, которые выходят из строя из-за напряжения или усталости. Это может быть математически выражено как

$$f_y = \frac{1}{y\delta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\delta^2}(\ln y - \mu)^2\right] \quad (11)$$

Здесь  $\delta$  и  $\mu$  — стандартное отклонение и среднее значение натурального логарифма переменной, а не математическое ожидание и стандартное отклонение самой функции. Вторая модель представляет основной остаточный ресурс на основе логарифмически нормального распределения, т.е.

$$M(\sigma) = e^{\left(\frac{\mu+\delta^2}{2}\right)} \frac{\left[1 - \varphi\left(\frac{\ln \sigma_y - (\mu + \delta^2)}{\delta}\right)\right]}{1 - \varphi\left(\frac{\ln \sigma_y - \mu}{\delta}\right)} - \sigma \quad (12)$$

Окончательная модель представляет непараметрическую вероятность, которая может быть задана как

$$\dot{S}(\sigma_y \leq \sigma \leq \sigma_{Th}; G) = \sum_{i \geq 1}^i \rho \varphi\left(\frac{Y - \mu_i}{\delta_i}\right) \quad (13)$$

Здесь  $\rho$  исходит из вывода Байеса, чтобы включить последующую вероятность, которая представляет функцию максимальной вероятности выживания, полученную из данных о частоте отказов. Он задается как  $\rho = E_{v_i} \prod_{v=i}^{i-1} (1 - E_{v\sigma_y})$ , где  $E_{v_i}$  — объемная упругая постоянная  $i$ -го слоя при  $\sigma_y$  и  $v_{\sigma_y} = \beta(1, \alpha)$ .  $\beta$  и  $\alpha$  — две положительные формы,

определенные в соответствии с процессом Дирихле, а  $i$  — общее количество компонентов в модели. Непараметрическое логарифмически-нормальное распределение, смешанное с распределением Кернеля в соответствии с моделью процесса Дирихле, для положительного действительного числа преобразуется как  $Y = \log(\sigma) - \log(\sigma_y)$ .

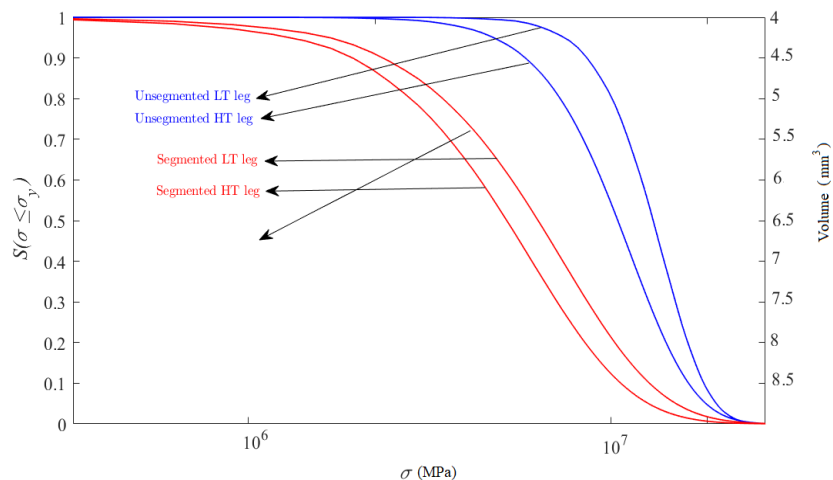


Рисунок 7. Сравнительный график непараметрической функции выживания для сегментированных и несегментированных ветвей ТЭ

На рис. 7 показана оценка функции выживания, основанная на полученных результатах для сегментированных и несегментированных ветвей ТЭ. Модуль ТЭ, работающий при высоких и низких температурах, дает разное соотношение надежности. Низкотемпературные несегментированные ТЕ-модули продемонстрировали более высокую выживаемость при заданном стандартном ( $4 \text{ мм}^3$ ) объеме ветви. Одна из основных причин заключается в том, что несегментированный ТЕ-модуль имеет меньшее негативное влияние теплового расширения по сравнению с сегментированным ТЕ-модулем. При заданном объеме ветви несегментированные модули имеют выживаемость 95% в диапазоне  $10 \leq \sigma < 60$  (МПа). Тогда как 95% выживаемости для низкотемпературного сегментированного модуля ТЕ существует только при  $0 \leq \sigma < 30$  (МПа) из-за несоответствия теплового расширения между различными материалами. Основное различие между простым средним остаточным ресурсом (MRL) и функцией выживания и непараметрической функцией выживания заключается в быстром снижении кривой на рисунке 8 по сравнению с функцией выживания Вейбулла. Средний остаточный ресурс (MRL) имеет определенный метод прогнозирования надежности модуля на основе данных о частоте отказов, тогда как непараметрическая функция выживания может дать нам точные размеры (объем) и термически вызвать напряжение для получения надежных характеристик для сегментированных и несегментированных модулей ТЕ. Следовательно, более интуитивные условия (особенно граничные условия ветви ТЕ) создаются как альтернативы заданным кривым выживания. Это позволяет нам легко получить графическую надежность на основе функции среднего остаточного ресурса (MRL) для анализа функции выживания при достаточных условиях.

В третьем разделе главы показано дальнейшее исследование, см. рис. 8, основанное на регрессии вектора релевантности на ковариацию напряжения и прочности. Оптимизированная непараметрическая модель логарифмически-нормального

распределения, разработанная для понимания ковариации напряжения и силы, была смоделирована в рамках быстрой векторной регрессии релевантности с несколькими выходами (MRVR) в MATLAB. Рисунок 9 иллюстрирует распределение функции выживания в области порогового напряжения. Следует отметить, что функция вероятности выживания включает в себя характеристики формы перевернутой ванны для дискретного анализа порогового напряжения отдельного модуля. Отклонения отличаются по сравнению с высокотемпературными сегментными (SKD и относительно уменьшаются после 300 МПа по сравнению с низкотемпературными ТЭ модулями (теллурид висмута). Это имеет серьезные последствия для проектирования системы ТЭ и оптимизации распределения дискретных данных для применения непараметрической логарифмически-нормальной функции выживания.

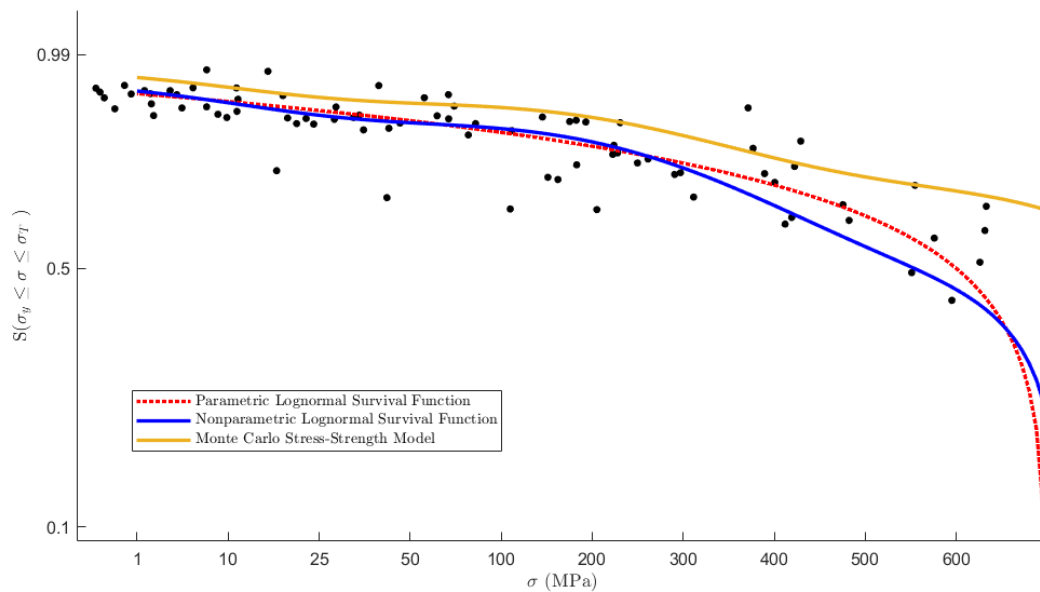


Рисунок 8. Сравнение моделирования по методу Монте Карло с параметрическим и непараметрическим логнормальным распределением

В заключительном разделе главы особое внимание уделяется граничным условиям и промежуткам между каждым отрезком. Фиксированные граничные условия (случай 1) широко используются в низкотемпературных устройствах, тогда как свободные граничные условия (случай 2) подходят для средне- и высокотемпературных устройств. Предполагается, что горячие концы ветви могут расширяться, тогда как холодные концы считаются ограниченными. В связи с этим на рис. 9 показано влияние граничных условий на надежность пары ТЭ-модулей различной длины. Результаты представлены для вероятности отказа с использованием уравнений непараметрической функции выживания. Вероятность отказа для ветвей р- и п-типа имеет почти одинаковое среднее значение по изменению градиента температуры.

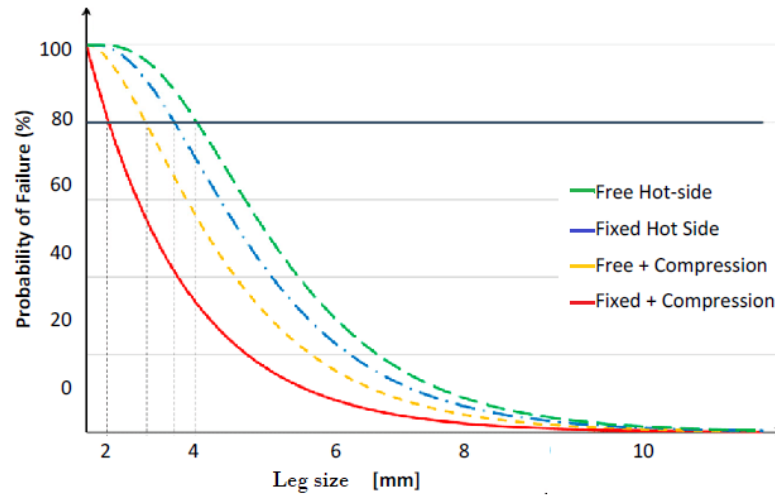


Рисунок 9. Влияние граничных условий на надежность пары ТЭ-модулей различной длины

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**В диссертационной работе были получены следующие основные результаты:**

1. Разработана оптимизированная математическая модель термоэлектрических модулей, позволяющая повысить срок службы термоэлектрической системы без ущерба для ее эффективности. Модель оптимизирует теорию пластин Наотакэ для анализа термомеханического поведения термоэлектрического устройства при оптимизированных граничных условиях, геометрии и пространстве между ветвями. Модель показывает, что надежность сегментированных термоэлектрических устройств, работающих при промежуточных температурах, может быть повышена за счет использования граничного корпуса со свободным концом. В то же время несегментированные устройства работают дольше как в свободных, так и в ограниченных граничных условиях.
2. В моделировании оценивается оптимальное отношение длины к толщине, напряжения сжатия-растяжения и уравнение деформации. Модель описывает влияние растяжения-изгиба, жесткости на изгиб и константы упругости на термически индуцированное напряжение. Рассчитанные напряжения используются для расчета удельного количества термоэлектрических ветвей в термоэлектрической системе. По сравнению с предыдущими методами в нашей модели сокращается количество ветвей на 13%.
3. В модели рассчитываются точные максимальные термомеханические напряжения между компонентами, на кромке и в объеме. Результаты моделирования показывают, что сегментированные устройства испытывают напряжения сжатия, тогда как несегментированные устройства сталкиваются с естественными напряжениями растяжения.
4. По сравнению с существующими методами использование параметрического и непараметрического логарифмически-нормального распределения имеет больше преимуществ перед распределением Вейбулла. Полученный логарифмически-нормальный средний остаточный срок службы обеспечивает 80-процентную точность «оценочного среднего значения», в то время как функция выживания, основанная на непараметрическом логарифмически-нормальном распределении, дает 90-процентную точность в отношении термомеханической долговечности.

## СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### **Публикации в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в международных реферативных базах данных и системах цитирования**

1. Sh. Sattar, A. Osipkov. Understanding Reliability of the Thermoelectric Devices for Space Application, Advances in the Astronautical Sciences. 2020 Volume 170, page 098 (ISBN 978-0-87703-664-7).
2. Sh. Sattar. Measuring Probability of Failure of Thermoelectric Legs through Lognormal and Weibull Distribution. Journal of Physics: Conference Series 2020 Volume 1560 pages 012025 (DOI 10.1088/1742-6596/1560/1/012025).
3. K.A. Shishov, H. Chen, P.P. Shiriaev, P.G. Mikhailov, AS Osipkov, Sh. Sattar, V.V. Belyaev, Development of an Experimental Model of a Tourist Thermoelectric Generator and Researching ways to increase its Efficiency, Journal of Physics: Conference Series 2020 Volume 1560, pages 012024 (DOI: 10.1088/1742-6596/1560/1/012024).
4. Sh. Sattar, A. Osipkov, V. Belyaev, Mathematical Modeling of Survivability Function for Thermoelectric Module / Journal of Physics: Conference Series 2021 Volume 2056, pages 012028 (DOI: 10.1088/1742-6596/2056/1/012028).

### **Публикации в рецензируемых научных изданиях, включенных в перечень РУДН**

5. Sh. Sattar, Mathematical Modelling of Thermo-Mechanical Stresses arising in rectangular supports of Thermoelectric Modules. Journal of Complex Systems: Models, Analysis, Management in Вестник РосНОУ 2021 Volume 1, pages 23-36 (DOI: 10.25586/RNU.V9187.21.01.P.023).

### **Публикации в других изданиях**

6. Sh. Sattar, A. Osipkov. Challenges on Modeling Reliability of the Thermoelectric Generators Новые подходы и технологии проектирования, производства, испытаний и промышленного дизайна изделий ракетно-космической техники. Сборник трудов II Международной молодёжной конференции. Изд-во: Общество с ограниченной ответственностью «Диона» (Москва)[New approaches and technologies for designing, manufacturing, testing and industrial design of rocket and space products. Proceedings of the II International Youth Conference. Publishing house: Diona Limited Liability Company (Moscow).

**АННОТАЦИЯ ДИССЕРТАЦИИ****Саттар Шехак****Модель термомеханических напряжений в термоэлектрических системах**

Исследование посвящено разработке фундаментальных научных основ измерения термомеханических напряжений и прогнозирования надежности термоэлектрического устройства. Целью работы является разработка математической модели термоэлектрических модулей, оптимизированной за счет снижения термомеханических напряжений без ухудшения характеристик модулей и соответствующего увеличения срока их службы. Разработана оптимизированная математическая модель термоэлектрического устройства, описывающая взаимосвязь между тепловыми потоками, электрической мощностью и КПД устройства. Рассчитано влияние Джоулева тепла на теплопроводность материала и подвижность носителей заряда в заданном объеме и на поверхности. Разработана оптимизированная математическая модель для прогнозирования надежности термоэлектрических устройств с использованием параметрического логарифмически нормального среднего остаточного ресурса и непараметрического логарифмически нормального распределения Кернеля.

Математическая модель позволяет предсказать точные характеристики термоэлектрического устройства и влияние термического напряжения на механические свойства. Впервые предложен оптимизированный способ использования логнормального распределения для расчета срока службы устройства с использованием параметрического и непараметрического логнормального распределения. Впервые с использованием дискретных данных математически получена непараметрическая функция выживания для определения среднего остаточного ресурса устройств, работающих при среднем и более высоком температурном градиенте.

**DISSERTATION ABSTRACT****Shehak Sattar****Model of Thermomechanical Stresses in Thermoelectric Systems**

The investigation is devoted to development of basics of measurement of thermomechanical stresses and forecast of reliability of thermoelectrical device. The goal of the work is a development of mathematical model for thermoelectric module to enhance their operating life optimized by reducing thermo-mechanical stresses without compromising their performance. Development of an optimized mathematical model to present relationship between heat fluxes, electrical power and efficiency of the device. Finding the impact of Joule heat on thermal conductivity and charge carriers in the given volume and surface. Developing an optimized mathematical model to predict the reliability of the thermoelectric devices using parametric lognormal mean residual life and nonparametric Lognormal kernel distribution. Mathematical model can predict precise characteristics of the thermoelectric device and influence of thermally induced stress on mechanical properties. Implementation of the mathematical model has following practical significance. The optimized model demonstrates possible model to increase life of the thermoelectric system in future, without compromising its efficiency. The temperature gradient can be designed according to survive able thermal stresses and vice-versa. Lognormal distribution mean residual life and non-parametric survival function are newly introduced and will play a distinctive role in thermoelectric systems compare to Weibull failure theory.