

Отзыв о диссертации Алмохаммад Халиль

«Интегральные свойства обобщенных потенциалов Бесселя--Рисса»

Диссертация посвящена изучению интегральных свойств сверток функций с ядрами, более общими, чем классические ядра Бесселя--Макдональда. В последнее время эта тематика становится все более актуальной и активно развивается как отечественными, так и зарубежными математиками. Вслед за классическими обобщенные потенциалы Бесселя и Рисса играют все большую роль в теории функциональных пространств и в ее приложениях в теории дифференциальных уравнений с частными производными.

Подход автора к исследованию интегральных свойств потенциалов основывается, главным образом, на анализе свойств конусов убывающих неотрицательных функций соответствующих пространств. При этом естественным образом возникают операторы типа Харди--Копсона, изучение которых составляет существенную часть работы.

В главе 1 диссертации рассматриваются общие свойства потенциалов, построенных на базе весовых пространств Лоренца с общими весами. В этом случае получены критерии вложений пространства потенциалов в перестановочно инвариантные пространства. При этом приведены явные описания оптимальных (т.е., минимальных) перестановочно инвариантных пространств, в которые вложены потенциалы.

В главе 2 автору удается получить весьма общие модулярные неравенства для операторов типа Харди--Копсона в весовых пространствах Орлича. Заметим, что подобные результаты важны, поскольку ограниченность этих операторов на конусах убывающих неотрицательных функций играет решающую роль при изучении обобщенных потенциалов Бесселя и Рисса (в этом случае базовым пространством служит пространство Орлича--Лоренца).

В главе 3 аналогичные проблемы рассматриваются в более общем случае весовых пространств Орлича--Лоренца. Актуальность такого

обобщения связана с необходимостью изучения действия операторов типа Харди–Копсона на конусах неотрицательных функций со свойствами монотонности. Важность таких результатов обусловлена тем, что интегральные свойства потенциалов, во многом, зависят от поведения этих операторов именно на конусах убывающих неотрицательных функций. В главе 3 диссертации получены критерии, гарантирующие выполнение модулярных неравенств для операторов типа Харди–Копсона, отображающих конусы монотонных функций в весовом пространстве Орлича в другое весовое пространство Орлича.

Считаю, что в диссертации Алмохаммад Халиль получены значимые новые результаты об интегральных свойствах обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса, а также о модулярных неравенствах для операторов типа Харди-Копсона. На мой взгляд, диссертация Алмохаммад Халиль «Интегральные свойства обобщенных потенциалов Бесселя - Рисса.» удовлетворяет всем требованиям к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.01, а ее автор Алмохаммад Халиль заслуживает присуждения ему искомой степени.

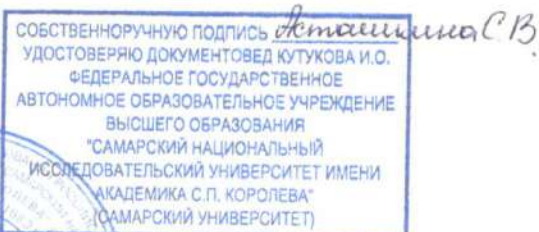
Зав. кафедрой функционального анализа и теории функций Самарского национального исследовательского университета

доктор физико-математических наук, профессор Асташкин С.В.



18 октября 2022 г.

Специальность: 01.01.01
Адрес: 443011, г. Самара,
ул. Академика Павлова, 1
Телефон: +7 (846) 334-54-31
E-mail: astashkn@ssu.samara.ru



**Отзыв на автореферат диссертации Алмохаммад Халиль
«Интегральные свойства обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса»**

В диссертации изучены интегральные свойства обобщенных потенциалов Бесселя и Рисса. Обобщение классических потенциалов связано с рассмотрением более общих ядер потенциалов, допускающих нестепенные особенности в окрестности начала координат, а также более общих перестановочно инвариантных базовых пространств для потенциалов, чем классические пространства Лебега.

В главе 1 рассмотрен случай, когда базовое пространство совпадает с весовым пространством Лоренца с весом общего вида. Установлены критерии вложений потенциалов в перестановочно инвариантные пространства и описаны оптимальные перестановочно инвариантные пространства для таких вложений. Для этого реализована конкретизация в случае базовых пространств Лоренца общих построений, полученных ранее в работах М.Л. Гольдмана, Р. Кермана, Д. Хароске и др., Автором получены явные критерии вложений и даны для них конструктивные описания оптимальных перестановочно инвариантных пространств, в которые вложены пространства потенциалов. Эти оптимальные пространства совпадают с весовыми пространствами Лоренца, в которых для весовых функций получены явные, хотя и непростые, формулы вычисления.

В главах 2 и 3 исследованы свойства интегральных операторов типа Харди–Копсона, возникающих при изучении интегральных свойств потенциалов. В связи с использованием в вопросах вложения потенциалов конусов их убывающих перестановок, важную роль играют оценки интегральных операторов на конусах всех неотрицательных, а также неотрицательных монотонно убывающих функций.

В главе 2 для операторов типа Харди–Копсона получены критерии справедливости модулярных неравенств при действии операторов из одного весового пространства Орлича в другое. Они существенно упрощают ответы, полученные в случае более общих интегральных операторов, в работах Джим Килле Суна и др.


Третья глава посвящена исследованию свойств операторов типа Харди–Копсона на конусах положительных убывающих функций из весового пространства Орлича. Эти свойства играют важную роль при рассмотрении конусов убывающих перестановок для потенциалов. Автор конкретизирует

развитый в работах Э.Г. Бахтигареевой и М.Л. Гольдмана общий подход, связанный с модификацией интегральных операторов при изучении взаимосвязи их свойств на любых неотрицательных функциях из пространств Орлича и на конусе убывающих неотрицательных функций из этих пространств. Это позволило получить критерии справедливости модулярных неравенств для операторов типа Харди–Копсона на конусах в весовых пространствах Орлича в явной компактной форме.

В целом, считаю, что в диссертации Алмохаммад Халиль получены существенные новые результаты об интегральных свойствах обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса и об модулярных неравенствах для операторов Харди-Копсона, играющих важную роль при изучении интегральных свойств потенциалов.

Считаю, что диссертация Алмохаммад Халиль «Интегральные свойства обобщенных потенциалов Бесселя-Рисса» удовлетворяет всем требованиям к кандидатским диссертациям по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор Алмохаммад Халиль заслуживает присуждения ему искомой степени.

7 октября 2022 г.


Иродова Ирина Павловна,
профессор кафедры общей математики Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова, доктор физико-математических наук (специальность 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ), доцент
email: irinairodova@gmail.com

Подпись Иродовой И.П. заверяю 
Куфирина Л.Н.,
директор центра кадровой политики ЯрГУ им. П.Г. Демидова


Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
150003, г. Ярославль, ул. Советская, д.14
тел: +7 (4852) 79-77-02
факс: +7 (4852)25-57-87
email: rectorat@uniyar.ac.ru

ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Алмохаммад Халиль
«Интегральные свойства обобщенных потенциалов Бесселя — Рисса»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
1.1.1 — вещественный, комплексный и функциональный анализ

Актуальность

Диссертационная работа Алмохаммад Халиль «Интегральные свойства обобщенных потенциалов Бесселя — Рисса» посвящена изучению интегральных свойств обобщенных потенциалов Бесселя и Рисса. Рассмотрены более общие свойства ядер потенциалов и базовых пространств, чем в классических потенциалах Бесселя и Рисса. Так допускаются нестепенные сингулярности ядер в начале координат и общие весовые пространства Лоренца в качестве базовых пространств для потенциалов. Полученные в результате пространства потенциалов можно трактовать как пространства обобщенной гладкости. Тематики диссертации относится к наиболее актуальным направлениям современной теории функциональных пространств, активно разрабатываемым как в России, так и во многих зарубежных странах.

Результаты

В первой главе установлены критерии вложений потенциалов в перестановочно инвариантные пространства и приведены явные описания оптимальных (т.е., минимальных) перестановочно инвариантных пространств, в которые вложены потенциалы. В случае базовых весовых пространств Лоренца для потенциалов оптимальные перестановочно инвариантные пространства для их вложений совпадают с весовыми пространствами Лоренца, в которых весовые функции явно вычисляются через веса и через функции, описывающие свойства ядер потенциалов. Автор опирается при этом на общие конструкции для убывающих перестановок потенциалов типа Бесселя — Рисса с базовыми перестановочно инвариантными пространствами, развитые в рабо-

тах М. Л. Гольдмана. Отметим, что конкретизация этих общих построений для случая базовых весовых пространств Лоренца с общими весами требует преодоления значительных аналитических трудностей. Большую роль при этом играет применение результатов А. Гогатишвили, Л. Е. Перссона и др. о критериях вложений весовых пространств Лоренца с общими весами.

Во второй и третьей главах исследованы свойства интегральных операторов типа Харди — Копсона, возникающих при изучении интегральных свойств потенциалов. В связи с использованием в вопросах вложения потенциалов конусов их убывающих перестановок, важную роль играют оценки интегральных операторов на конусах всех неотрицательных, а также неотрицательных монотонно убывающих функций.

Во второй главе для операторов типа Харди — Копсона получены критерии справедливости модулярных неравенств при действии операторов из одного весового пространства Орлича в другое. Они существенно упрощают ответы, полученные в случае более общих интегральных операторов, в работах Джим Килле Суна и др.

Третья глава посвящена исследованию свойств операторов типа Харди — Копсона на конусах положительных убывающих функций из весового пространства Орлича. Эти свойства играют важную роль при рассмотрении конусов убывающих перестановок для потенциалов. Автор конкретизирует развитый в работах Э. Г. Бахтигареевой и М. Л. Гольдмана общий подход, связанный с модификацией интегральных операторов при изучении взаимосвязи их свойств на любых неотрицательных функциях из пространств Орлича и на конусе убывающих неотрицательных функций из этих пространств. Это позволило получить критерии справедливости модулярных неравенств для операторов типа Харди — Копсона на конусах в весовых пространствах Орлича в явной компактной форме.


Полученные результаты являются новыми и в совокупности составляют существенный вклад в теорию обобщенных потенциалов Бесселя и Рисса.

Заключение

В диссертационной работе Алмохаммад Халиль получены существенные новые результаты об интегральных свойствах обобщенных потенциалов Бесселя – Рисса и модулярных неравенствах для операторов Харди – Копсона, играющих важную роль при изучении интегральных свойств потенциалов. Считаю, что диссертационная работа «Интегральные свойства обобщенных потенциалов Бесселя – Рисса» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 1.1.1 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор, Алмохаммад Халиль заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель

Владикавказского научного центра РАН,
доктор физико-математических наук (1.1.1),
профессор

 Кусраев А. Г.
18 октября 2022 г.

Подпись Кусраева А.Г. за
Начальник отдела кадров



А.Ю. Кусраева

Адрес: 362025 Владикавказ, ул. Ватутина, д. 53

Телефон: (8672) 23-00-51

E-mail: smi.vsc.ras@yandex.ru