

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ
Факультет физико-математических и естественных наук

ПРОГРАММА ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

**для обучающихся по программам
подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре
Направление подготовки
01.06.01 Математика и механика**

Профиль:

Вещественный, комплексный и функциональный анализ

(высшее образование – подготовка кадров высшей квалификации)

Квалификация (степень) выпускника:

Исследователь. Преподаватель-исследователь

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- 1.1. Порядок проведения итоговой государственной аттестации обучающихся определяет ответственность и порядок действий по подготовке и проведению государственных итоговых испытаний в РУДН, а также перечень, очередность, сроки прохождения документов, необходимых для осуществления государственной итоговой аттестации.
- 1.2. Государственная итоговая аттестация по направлению подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре 01.06.01 «Математика и механика» по профилю «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» включает государственный экзамен, соответствующий программе кандидатского минимума по специальности «Вещественный, комплексный и функциональный анализ», и защиту научного доклада об основных результатах научно-квалификационной работы (диссертации).
- 1.3. Результаты любого из видов аттестационных испытаний, включенных в государственную итоговую аттестацию, определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».
- 1.4. Государственная итоговая аттестация проводится согласно «Положению о проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре, утвержденному Приказом Ректора от 20.01.2017 г. № 41.
- 1.5. Подготовка и оформление научно-квалификационной работы (диссертации) осуществляется в соответствии с «Регламентом подготовки и оформления научно-квалификационной работы (диссертации) по программам подготовки кадров высшей квалификации в Российском университете дружбы народов», утвержденным Приказом ректора от 20.01.017 № 40, и ГОСТ Р 7.0.11-2011 «Диссертация и автореферат диссертации. Структура и правила оформления».

2. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1. Целью государственной итоговой аттестации является определение соответствия результатов освоения обучающимися основных образовательных программ требованиям ОС ВО РУДН для программ аспирантуры по направлению подготовки 01.06.01 «Математика и механика» по профилю «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» (квалификация: Исследователь. Преподаватель – исследователь). Государственная итоговая аттестация включает государственный экзамен, установленный Ученым советом университета, и презентацию научного доклада по теме диссертационного исследования.

2.1. Задачей государственной итоговой аттестации являются проверка уровня сформированности компетенций, определенных ОС ВО РУДН и ООП направлению подготовки «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»:

– *универсальные компетенции:*

- способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1);
- способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки (УК-2);

- готовность участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач (УК-3);
- готовностью использовать современные методы и технологии научной коммуникации на государственном и иностранном языках, в том числе готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности, владение иноязычной коммуникативной компетенцией в официально-деловой, учебно-профессиональной, научной, социокультурной, повседневно-бытовой сферах иноязычного общения (УК-4);
- способность следовать этическим нормам в профессиональной деятельности (УК-5);
- *общепрофессиональные компетенции:*
 - владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1);
 - владение культурой научного исследования, в том числе с использованием современных информационно-коммуникационных технологий (ОПК-2);
- *профессиональные компетенции:*
 - владение знаниями в основных разделах вещественного, комплексного и функционального анализа, включающих теорию меры, теорию интеграла Лебега, ряды Фурье, преобразование Фурье, теорию аналитических функций, теорию метрических, банаховых и гильбертовых пространств, теорию ограниченных и вполне непрерывных операторов в банаховых пространствах, теорию самосопряженных операторов, спектральную теорию операторов (ПК-1);
 - владение знаниями в области теории функциональных пространств (лебеговы пространства, пространства Соболева, пространства Никольского-Бесова и др.) и ее применениями к теории дифференциальных уравнений с частными производными, включая разрешимость и гладкость решений краевых задач для эллиптических уравнений, в области нелинейного анализа, теории экстремальных задач и оптимального управления (ПК-2);
 - умение сформулировать задачу исследования и пути ее осуществления, обобщить полученные результаты и сделать соответствующие выводы, должен понимать практические аспекты получаемых теоретических результатов (ПК-3).

3. Программа государственного экзамена

- 3.1. Государственный экзамен проводится в устной форме с использованием экзаменационных билетов.
- 3.2. В рамках проведения государственного экзамена проверяется степень освоения обучающимися следующих компетенций:
 - *универсальные компетенции:*
 - способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1);

- способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки (УК-2);
- готовностью использовать современные методы и технологии научной коммуникации на государственном и иностранном языках, в том числе готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности, владение иноязычной коммуникативной компетенцией в официально-деловой, учебно-профессиональной, научной, социокультурной, повседневно-бытовой сферах иноязычного общения (УК-4);
- способность следовать этическим нормам в профессиональной деятельности (УК-5);
- *общепрофессиональные компетенции:*
 - владение культурой научного исследования, в том числе с использованием современных информационно-коммуникационных технологий (ОПК-2);
- *профессиональные компетенции:*
 - владение знаниями в основных разделах вещественного, комплексного и функционального анализа, включающих теорию меры, теорию интеграла Лебега, ряды Фурье, преобразование Фурье, теорию аналитических функций, теорию метрических, банаховых и гильбертовых пространств, теорию ограниченных и вполне непрерывных операторов в банаховых пространствах, теорию самосопряженных операторов, спектральную теорию операторов (ПК-1);
 - владение знаниями в области теории функциональных пространств (лебеговы пространства, пространства Соболева, пространства Никольского-Бесова и др.) и ее применениями к теории дифференциальных уравнений с частными производными, включая разрешимость и гладкость решений краевых задач для эллиптических уравнений, в области нелинейного анализа, теории экстремальных задач и оптимального управления(ПК-2);
 - умение сформулировать задачу исследования и пути ее осуществления, обобщить полученные результаты и сделать соответствующие выводы, должен понимать практические аспекты получаемых теоретических результатов (ПК-3).

3.3. Объем государственного экзамена.

Общее количество экзаменационных билетов определяется числом обучающихся, допущенных к прохождению государственной итоговой аттестации по соответствующему направлению подготовки. Количество вопросов в экзаменационном билете: 3.

По решению экзаменационной комиссии обучающемуся могут быть заданы дополнительные вопросы, относящиеся к основным разделам программы государственного экзамена и включенные в список вопросов для подготовки к государственному экзамену.

3.4. Содержание государственного экзамена

Экзаменационный билет должен содержать:

- 3 вопроса из основной части программы кандидатского минимума по специальности «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»;

Содержание *основной части* программы кандидатского минимума по специальности «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»:

1. Вещественный анализ

Меры, измеримые функции, интеграл. Аддитивные функции множеств (меры), счетная аддитивность мер. Конструкция лебеговского продолжения. Измеримые функции. Сходимость функций по мере и почти всюду. Теоремы Егорова и Лузина. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Сравнение интегралов Лебега и Римана. Прямые произведения мер. Теорема Фубини.

Неопределенный интеграл Лебега и теория дифференцирования. Дифференцируемость монотонной функции почти всюду. Функции с ограниченным изменением (вариацией). Производная неопределенного интеграла Лебега. Задача восстановления функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции. Теорема Радона–Никодима. Интеграл Стильеса.

Пространства суммируемых функций и ортогональные ряды. Неравенства Гельдера и Минковского. Пространства L_p , их полнота. Полные и замкнутые системы функций. Ортонормированные системы в L_2 и равенство Парсеваля. Ряды по ортогональным системам; стремление к нулю коэффициентов Фурье суммируемой функции в случае равномерно ограниченной ортонормированной системы.

Тригонометрические ряды. Преобразование Фурье. Условие сходимости ряда Фурье. Представление функций сингулярными интегралами. Единственность разложения функции в тригонометрический ряд. Преобразование Фурье интегрируемых и квадратично интегрируемых функций. Свойство единственности для преобразования Фурье. Теорема Планшереля. Преобразование Лапласа. Преобразование Фурье— Стильеса.

Гладкие многообразия и дифференциальные формы. Касательное пространство к многообразию в точке. Дифференциальные формы на многообразии. Внешний дифференциал. Интеграл от формы по многообразию. Формула Стокса. Основные интегральные формулы анализа.

2. Комплексный анализ

Интегральные представления аналитических функций. Интегральная теорема Коши и ее обращение (теорема Мореры). Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Интеграл типа Коши, его предельные значения. Формулы Сохоцкого.

Ряды аналитических функций. Особые точки. Вычеты. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций; теорема Вейерштрасса. Представление аналитических функций степенными рядами, неравенства Коши. Нули аналитических функций. Теорема единственности. Изолированные особые точки (однозначного характера). Теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Принцип аргумента. Теорема Руше. Приближение аналитических функций многочленами.

Целые и мероморфные функции. Рост целой функции. Порядок и тип. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение. Случай целых функций конечного порядка, теорема Адамара. Теорема Миттаг—Леффлера о мероморфных функциях с заданными полюсами и главными частями.

Конформные отображения. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Принцип сохранения области. Критерии однолистности. Теорема Римана. Теоремы о соответствии границ при конформных отображениях.

Аналитическое продолжение. Аналитическое продолжение и полная аналитическая функция (в смысле Вейерштрасса). Понятие Римановой поверхности. Продолжение вдоль кривой. Теорема о монодромии. Изолированные особые точки аналитических функций, точки ветвления бесконечного порядка. Принцип симметрии. Формула Кристоффеля—Шварца. Модулярная функция. Нормальные семейства функций, критерий нормальности. Теорема Пикара.

Гармонические функции. Гармонические функции, их связь с аналитическими. Инвариантность гармоничности при конформной замене переменных. Бесконечная дифференцируемость. Теорема о среднем и принцип максимума. Теорема единственности. Задача Дирихле. Формула Пуассона для круга.

3. Функциональный анализ

Метрические и топологические пространства. Сходимость последовательностей в метрических пространствах. Полнота и пополнение метрических пространств. Сепарабельность. Принцип сжимающих отображений. Компактность множеств в метрических и топологических пространствах.

Нормированные и топологические линейные пространства.

Линейные пространства. Выпуклые множества и выпуклые функционалы, теорема Банаха–Хана. Отделимость выпуклых множеств. Нормированные пространства. Критерии компактности множеств в пространствах C и L_p . Евклидовы пространства. Топологические линейные пространства.

Линейные функционалы и линейные операторы. Непрерывные линейные функционалы. Общий вид линейных ограниченных функционалов на основных функциональных пространствах. Сопряженное пространство. Слабая топология и слабая сходимость. Линейные операторы и сопряженные к ним. Пространство линейных ограниченных операторов. Спектр и резольвента. Компактные (вполне непрерывные) операторы. Теоремы Фредгольма.

Гильбертовы пространства и линейные операторы в них. Изоморфизм сепарабельных бесконечномерных гильбертовых пространств. Спектральная теория ограниченных операторов в гильбертовых пространствах. Функциональное исчисление для самосопряженных операторов и спектральная теорема. Диагонализация компактных самосопряженных операторов. Неограниченные операторы.

Дифференциальное исчисление в линейных пространствах. Дифференцирование в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы. Производные и дифференциалы высших порядков. Экстремальные задачи для дифференцируемых функционалов. Метод Ньютона.

Обобщенные функции. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Дифференцирование, прямое произведение и свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста; их преобразование Фурье. Преобразование Лапласа обобщенных функций (операционное исчисление). Структура обобщенных функций с компактным носителем.

4. Методические рекомендации к подготовке и сдаче итогового государственного экзамена

3.2.Рекомендуемая литература

а) Основная литература

Владимиров В. С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.

Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1976.

Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.

- Маркушевич А. И. Теория аналитических функций. Т. 1, 2. М.: Наука, 1967—1968.
 Натансон И. П. Теория функций вещественной переменной. М.: Наука, 1974.
 Никольский С. М. Курс математического анализа. Т. 2. М.: Наука, 1983.
 Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: Наука, 1977.
 Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т. 1. Функциональный анализ. М.: Мир, 1976.
 Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976.
 Смирнов В. И. Курс высшей математики. Т. V. М.: Физматгиз, 1959.
 Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. Ч. 1. М.: Наука, 1969.

б) Дополнительная литература

- Дьяченко М. И., Ульянов П. Л. Мера и интеграл. М.: Факториал, 1998.
 Евграфов М. А. Аналитические функции. М.: Наука, 1991.
 Зорич В. А. Математический анализ. Т. 2. М.: Наука, 1984.
 Люстерник Л. А., Соболев В. И. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1965.
 Рудин У. Функциональный анализ. М.: Мир, 1975.
 Садовничий В. А. Теория операторов. М.: Высш. школа, 1999.
 Хатсон В., Пим Дж. Приложения функционального анализа и теории операторов. М.: Мир, 1983.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

- Электронная библиотека РГБ <http://www.rsl.ru/>
- Сайт библиотеки РУДН <http://lib.rudn.ru/>
- Science Direct <http://www.sciencedirect.com> Описание: Ресурс содержит коллекцию научной, технической полнотекстовой и библиографической информации. База данных мультидисциплинарного характера включает научные журналы по точным и техническим наукам.
- EBSCO Academic Search Premier (база данных комплексной тематики, содержит информацию по гуманитарным и естественным областям знания).
- Oxford University Press <http://www3.oup.co.uk/jnls>. Журналы по точным и техническим наукам Oxford University Press представлены в коллекции HSS
- Sage Publications База публикаций Sage включает в себя журналы по разным отраслям знаний: Sage_STM – более 100 журналов в области естественных наук, техники.
- Springer/Kluwer <http://www.springerlink.com>. Журналы и книги издательства Springer/Kluwer охватывают различные области знания и разбиты на предметные категории.
- Tailor & Francis <http://www.informaworld.com> . Коллекция журналов насчитывает более 1000 именованных по всем областям знаний.
- American Mathematical Society <http://www.ams.org/> Ресурс американского математического общества.
- European Mathematical Society <http://www.euro-math-soc.eu/> Ресурс европейского математического общества.
- Portal to Mathematics Publications <http://www.emis.de/projects/EULER/>
- Каталог математических интернет ресурсов <http://www.mathtree.ru/>
- Zentralblatt MATH (zbMATH) <https://zbmath.org>
- Общероссийский математический портал mathnet.ru
- Web of Science
- Ресурсы Института научной информации по общественным наукам Российской академии наук (ИНИОН РАН) <http://elibrary.ru>.
- Университетская информационная система РОССИЯ. <http://www.cir.ru/index.jsp>.

- Гости система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу <http://www.ifap.ru/library/gost/sibid.htm>.
- Электронная библиотека РУДН <http://www.rsl.ru/>

г) периодические издания

- Алгебра и анализ
- Дискретная математика
- Журнал вычислительной математики и математической физики
- Известия Российской академии наук. Серия математическая
- Математические заметки
- Математический сборник
- Математическое моделирование
- Теоретическая и математическая физика
- Теория вероятностей и ее применения
- Успехи математических наук
- Функциональный анализ и его приложения
- Информатика и её применения
- Проблемы передачи информации
- Системы и средства информатики
- Труды Математического института им. В. А. Стеклова
- Математические вопросы криптографии
- Современные проблемы математики
- Вычислительные методы и программирование
- Труды семинара имени И. Г. Петровского
- Учёные записки Московского государственного университета
- Фундаментальная и прикладная математика

5. Оценочные средства

Оценочные средства представлены в виде фонда оценочных средств в приложении к данной программе.

6. Требования к научному докладу об основных результатах научно-квалификационной работы

- 6.1. К защите научного доклада об основных результатах научно-квалификационной работы перед ГАК допускается лицо, успешно завершившее в полном объеме освоение основной образовательной программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и успешно прошедшее все другие виды итоговых аттестационных испытаний.
- 6.2. Защита научного доклада об основных результатах научно-квалификационной работы перед ГАК проводится в виде устного представления научного доклада об основных результатах НКР с последующими устными ответами на замечания рецензента и на вопросы членов Государственной аттестационной комиссии в соответствии с Положением о проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре, утвержденному Приказом Ректора от 20.01.2017 г. № 41.
- 6.3. В рамках проведения защиты научного доклада об основных результатах НКР проверяется степень освоения обучающимися следующих компетенций:
 - *универсальные компетенции:*

- готовность участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач (УК-3);
- *общефессиональные компетенции:*
 - владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1);

6.4. Перечень примерных тем научно-квалификационных работ

В соответствии с п. 32. «Положения о проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре», утвержденному Приказом Ректора от 20.01.2017 г. № 41, примерный перечень тем НКР определяется выпускающей кафедрой / учебным департаментом и утверждается деканом факультета / директором института / директором академии. До сведения обучающегося примерный перечень НКР доводится в течение 3 месяцев с момента его зачисления в аспирантуру.

Примерный перечень тем НКР обучающихся 2020 года поступления, выходящих на защиту НКР в 2024-2025 уч. г.:

Сингулярные интегралы в пространствах типа Морри

Исследование отсутствия решений некоторых неравенств в частных производных с использованием методов комплексного анализа

Теоремы вложения и теоремы о следах для пространств Никольского-Бесова-Морри

Окончательное название НКР может быть утверждено по представлению выпускающей кафедры / учебного департамента на Ученом совете факультета / института / академии не позднее чем за 2 месяца до представления научного доклада об основных результатах НКР перед ГАК.

6.5. Этапы выполнения научно-квалификационной работы (НКР), условия допуска обучающегося к процедуре защиты научного доклада об основных результатах НКР, требования к структуре, объему, содержанию и оформлению НКР и научного доклада об основных результатах НКР определяются «Положением о проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре», утвержденным Приказом Ректора от 20.01.2017 г. № 41, «Регламентом подготовки и оформления научно-квалификационной работы (диссертации) по программам подготовки кадров высшей квалификации в Российском университете дружбы народов», утвержденным Приказом ректора от 20.01.017 № 40, а также ГОСТ Р 7.0.11-2011 «Диссертация и автореферат диссертации. Структура и правила оформления».

6.6. Оценочные средства.

Защита научного доклада об основных результатах научно-квалификационной работы (НКР) проводится на открытом заседании государственной аттестационной комиссии с участием не менее двух третей ее состава.

Представление и обсуждение научного доклада об основных результатах НКР в качестве государственного аттестационного испытания носит характер научной дискуссии и проводится в соответствии со следующим регламентом:

- выступление обучающегося с научным докладом об основных результатах НКР (до 15 минут);
- ответы обучающегося на замечания рецензента и на вопросы по научному докладу;
- вынесение и объявление решения государственной аттестационной комиссии о результатах государственного аттестационного испытания в форме научного доклада об основных результатах НКР.

Результаты защиты научного доклада об основных результатах НКР определяются оценками "отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно". Вынесение решения государственной экзаменационной комиссии принимается на закрытом заседании комиссии и объявляется в день представления доклада.

Критерии начисления баллов представлены в следующей таблице.

Критерии начисления баллов	Макс. балл
Публикации по теме научной квалификационной работы (<i>проверяется наличие научных трудов по теме диссертационного исследования, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, приравненных к публикациям перечня ВАК (в том числе в изданиях, входящих в одну из международных реферативных баз данных и систем цитирования Web of Science, Scopus, MathSciNet, zbMATH, Springer), а также зарегистрированных патентов и программных продуктов, алгоритмов ЭВМ)</i>)	15
Апробация научной квалификационной работы (<i>результаты диссертационного исследования доложены на научных семинарах и конференциях с публикацией тезисов докладов)</i>	5
Оригинальность научной квалификационной работы (<i>набранный балл исчисляется как определенная системой «Антиплагиат» степень оригинальности основной части НКР с коэффициентов 0,1)</i>	10
Оформление научной квалификационной работы (<i>степень аккуратности оформления работы, наличие в ней необходимого иллюстративного материала, а также оформленные должным образом ссылки на литературные источники)</i>	10
Содержание научной квалификационной работы на основе представленного научного доклада об основных результатах НКР (<i>проверяется, что содержание работы соответствует направлению подготовки и утвержденной теме, представлен аналитический обзор, сделан достаточно обстоятельный анализ теоретических аспектов проблемы и различных подходов к ее решению, список литературных источников в достаточной степени отражает информацию по теме диссертационного исследования)</i>	20
Представление научного доклада об основных результатах НКР перед ГАК (<i>оценивается качество представленного доклада, и иллюстративного материала по теме диссертационного исследования, а также то, что содержание научной квалификационной работы доложено последовательно и логично, проблема раскрыта достаточно глубоко и всесторонне, с четкими и убедительными выводами по результатам исследования и доклад не вышел за пределы установленного лимита времени)</i>	20

Защита представленных основных результатов НКР (оценивается умение вести полемику по теоретическим и практическим вопросам научной квалификационной работы, глубина и правильность ответов на вопросы членов ГАК и замечания рецензентов)	20
Максимально возможная сумма баллов:	100

Расшифровка критериев оценивания и соответствие баллов оценкам в части защиты научного доклада об основных результатах НКР представлена в приложении к данной программе в виде ФОС.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

Директор направления
01.06.01 Математика и механика,
Директор Математического института
им. С.М. Никольского
название кафедры



подпись

Скубачевский А.Л.

инициалы, фамилия