

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МСЧ

*02.00.00 «Компьютерные
и информационные науки»*

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

АЛГЕБРА

Рекомендуется для направления подготовки

02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»

Квалификация (степень) выпускника

бакалавр

1. Цели и задачи дисциплины: сформировать представление о комплексе идей и методов алгебры, развить математическую культуру студента и подготовить его к усвоению других основных математических курсов. Реализация указанной цели включает последовательное изложение теоретического материала на лекциях, при котором все основные результаты снабжаются строгими доказательствами; отработку приемов решения задач на практических занятиях; промежуточный и итоговый контроль выявляют степень усвоения полученных навыков.

2. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части блока 1 учебного плана. В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Общепрофессиональные компетенции			
	ОПК-1	-	Дифференциальные и разностные уравнения, Математический анализ, Теория конечных графов, Математическая логика и теория алгоритмов, Государственный экзамен

ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций

ОПК-1

(указываются в соответствии с ОС ВО РУДН)

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

- ОПК-1.1 Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук; знает основную терминологию
- ОПК-1.2 Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты
- ОПК-1.3 Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: понятие системы линейных уравнений, определителя, векторного пространства, линейного оператора, матрицы, ранга матрицы, собственного вектора, собственного значения, комплексного числа, понятие множества, отображения,

инъекции, сюръекции, биекции, группы, кольца, поля, подгруппы, нормальной подгруппы, факторгруппы.

Уметь: вычислять определители матриц, вычислять ранги матриц, вычислять обратные матрицы, находить собственные векторы, собственные значения матрицы, решать системы линейных уравнений, решать квадратные уравнения, умножать комплексные числа, считать их модуль и аргумент, записывать линейные преобразования в виде матриц.

Владеть: методами решения СЛУ, вычисления определителей и исследования свойств линейных операторов.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
		1
Аудиторные занятия (всего)	54	54
В том числе:		
Лекции	18	18
Практические занятия (ПЗ)	36	36
Семинары (С)		
Лабораторные работы (ЛР)		
Самостоятельная работа (всего)	90	90
Общая трудоемкость час.	144	144
	4	4

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)
1	Системы линейных уравнений и определители	Решения систем линейных уравнений (СЛУ) методами Гаусса и Крамера. Решение систем линейных однородных уравнений (СЛОУ). Определитель, его геометрический смысл. След матрицы. Перестановки и их знаки. Умножение (композиция) перестановок. Формулы для определителя произведения, геометрический смысл композиции линейных операторов. Разложение определителя по строке, по столбцу. Способы вычисления определителей матриц, рангов матриц и систем векторов. Обратные матрицы, транспонированные матрицы. Умножение матриц. Начала теории групп, колец и полей. Примеры матричных групп.
2	Векторные пространства	Подпространства векторных пространств. Сумма и размерность подпространств. Линейные операторы. Их способы задания. Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего час.
1.	Системы линейных уравнений и определители.	9	18		45	72
2.	Векторные пространства	9	18		45	72
Всего часов		18	36		90	144

6. Лабораторный практикум не предусмотрен

7. Практические занятия (семинары):

№ п/п	Темы практического занятия	Трудоемкость (час.)
1.	Системы линейных уравнений.	6
2.	Задачи на вычисления определителя	4
3.	Перестановки и подстановки.	2
4.	Контрольная работа № 1	2
5.	Коллоквиум	2
6.	Подпространства линейного пространства	2
7.	Сумма и пересечение подпространств.	4
8.	Линейные операторы и их способы задания	4
9.	Матрица линейного оператора	4
10.	Собственные векторы и собственные значения	4
11.	Контрольная работа №2 (при необходимости – работа над ошибками)	2

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория для проведения учебных занятий (в том числе для практического и лекционного типов занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации).

Компьютерные (дисплейные) классы с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета для проведения обучающимися самостоятельной работы и компьютерного тестирования обучающихся (при необходимости).

9. Информационное обеспечение дисциплины

а) программное обеспечение:

11. продукты Microsoft - операционная система, пакет офисных приложений, MS Teams и др. (подписка Enrollment for Education Solutions (EES)).

12. Программное обеспечение со свободной лицензией (free):
- браузер Chrome (лицензия Google Chrome Terms of Service);
 - медиа-плеер (например, VLC Media Player, лицензия GPL-2),
 - Adobe Reader (лицензия Adobe Software License Agreement).
 - офисный пакет LibreOffice (лицензия MPL-2.0)

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

- библиотека РУДН: <http://lib.rudn.ru/>
- ТУИС РУДН: <https://esystem.rudn.ru/>

10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

а) Основная литература:

1. Курош, А. Г. Лекции по общей алгебре : учебник для вузов / А. Г. Курош. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 556 с. — ISBN 978-5-8114-6477-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/147341>
2. Винберг, Э.Б. Курс алгебры : учебник / Э.Б. Винберг. - Москва : МЦНМО, 2011. - 591 с. - ISBN 978-5-94057-685-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299>
3. Сборник задач по алгебре : Учебник для вузов / Под ред. А.И.Кострикина. - 3-е изд., исправ. и доп. - М. : Физматлит, 2001. - 464 с
4. Сборник задач по линейной алгебре : Учебное пособие для вузов / И.В. Проскуряков. - 8-е изд. - М. : Юнимедиастайл, 2002. - 384 с
5. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре / И.В. Проскуряков. - Изд. 3-е. - Москва : Наука, 1966. - 381 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464077> .
6. Линейная алгебра. Лекции по геометрии. Часть 2 : учебное пособие / М.М. Постников. - 3-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2009. - 400 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература).

б) Дополнительная литература:

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебно-методическое пособие для студентов компьютерных специальностей РУДН / В.А. Краснов. - Москва : РУДН, 2020. - 116 с. : ил. - ISBN 978-5-209-10568-8 : 116.79.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

В каждом семестре проводятся по две контрольные работы и одному коллоквиуму. Студентам, набравшим низкие баллы на коллоквиумах и контрольных работах, в обязательном порядке предписывается посещать дополнительные консультации лектора.

Для сильных студентов, желающих рассматривать алгебру как основу дальнейшей научной деятельности, функционирует кружок под руководством лектора.

11.1 Структура практических занятий

На практических занятиях решаются задачи и упражнения по текущим темам. В течение семестра (моудля) запланированы две контрольные работы по 2 часа каждая. Контрольная работа №1 проводится ориентировочно в середине модуля, а контрольная работа №2 проводится ориентировочно в конце модуля. В конце семестра (моудля) студентам предлагается тест, состоящий из 8 вопросов. Также в рамках изучения дисциплины проводится коллоквиум (ориентировочно перед второй контрольной работой). Результаты контрольных работ, коллоквиума и теста входят в балльно-рейтинговую систему оценки

знаний студентов. Методически курс построен так, чтобы все наиболее сложные задачи рассматривались в простейших случаях, что облегчает понимание их студентами.

11.2 Самостоятельная работа студента

Еженедельно студенты получают домашнее задание по текущей теме практического занятия. Следующее практическое занятие начинается с проверки выполненного домашнего задания, вопросов по домашнему заданию и его обсуждения. После этого происходит переход к следующим задачам по текущей или новой теме. На практических занятиях у доски задачи и упражнения решаются в основном кем-то из вызванных студентов. При этом все присутствующие студенты должны контролировать и записывать решение на доске, а также устно отвечать на возникающие при решении вопросы. В рамках курса запланирован тест с подробным обоснованием выбранных ответов (максимально за выполнение данной работы можно получить 10 баллов).

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

ФОС по дисциплине представлен в приложении к данной программе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

Разработчики:

к.ф.-м.н., доцент

Математического института им. С.М. Никольского



В.А. Краснов

к.ф.-м.н., асс.

Математического института им. С.М. Никольского



А.Л. Тасевич

Директор

Математического института им. С.М. Никольского,

д.ф.-м.н., профессор



А.Л.Скубачевский

Руководитель программы

Заведующий кафедрой

прикладной информатики и теории вероятностей,

д.т.н., проф.



К.Е. Самуйлов

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Математический институт имени С.М.Никольского

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине Алгебра

Рекомендуется для направления подготовки

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Алгебра»

Направление: 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства					Баллы темы	Баллы раздела
			Текущий контроль				Промежуточная аттестация		
			Опрос	СРС (Тест)	Коллоквиум	Контрольная работа			
ОПК-1	Раздел 1: «Системы линейных уравнений и определители»	Тема 1: «Системы линейных уравнений»	2,5	2,5	2,5	7,5	10	25	50
ОПК-1		Тема 2: «Теория определителей»	2,5	2,5	2,5	7,5	10	25	
ОПК-1	Раздел 2: «Векторные пространства»	Тема 1: «Понятие векторного пространства»	2,5	2,5	2,5	7,5	10	25	50
		Тема 2: «Линейные операторы»	2,5	2,5	2,5	7,5	10	25	
		ИТОГО:	10	10	10	30	40	100	100

ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-1.1: Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук; знает основную терминологию

ОПК-1.2: Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты

ОПК-1.3: Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности

Перечень оценочных средств
по дисциплине Алгебра

п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i>Аудиторная работа</i>			
	Опрос	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу или теме.	Примерные вопросы для опроса
	Контрольная работа	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала в соответствии с утвержденной программой.	Комплект вариантов контрольных работ
	Экзамен	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала и выполнения в процессе обучения всех учебных поручений в соответствии с утвержденной программой.	Комплект экзаменационных билетов, список экзаменационных вопросов
	Коллоквиум	Форма проверки качества усвоения студентами теоретического материала в соответствии с утвержденной программой.	Программа коллоквиума
<i>Самостоятельная работа</i>			
1	СРС (тест)	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала в соответствии с утвержденной программой.	Примерный вариант теста

Комплект экзаменационных билетов
по дисциплине Алгебра

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Векторные пространства. Определения и примеры.
2. Сумма и пересечение подпространств векторного пространства. Теорема о размерностях суммы и пересечения подпространств.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Вектор, базис векторного пространства, размерность векторного пространства и ранг системы векторов.
2. Подпространства векторного пространства. Определение, примеры. Критерий того, что подмножество векторного пространства является его подпространством.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Векторные пространства. Определения и примеры.
2. Сумма и пересечение подпространств векторного пространства. Теорема о размерностях суммы и пересечения подпространств.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Матрицы и основные действия над ними.
2. Основные действия над линейными операторами.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Определители матриц второго и третьего порядка, их геометрический смысл. Формулы для определителя матрицы второго и третьего порядков.
2. Матрица линейного оператора. Формула для вычисления матрицы линейного оператора в новом базисе.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

1. Перестановки и подстановки. Умножение подстановок.
2. Линейные операторы. Определение, примеры. Способы задания линейного оператора.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

1. Определитель n -го порядка. Определение и основные свойства.
2. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

1. Вычисления определителей. Теорема Лапласа.
2. Элементы теории групп. Примеры: группы матриц, перестановок. Абелевы и неабелевы группы (с примерами).

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

1. Произведение матриц, его ассоциативность. Обратная матрица. Определитель произведения.
2. Решение систем линейных уравнения с помощью формул Крамера. Примеры.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

1. Решение систем линейных уравнений с помощью метода Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли. Примеры.
2. Начала теорий колец. Определение кольца и примеры.

Каждому студенту достается по одному билету из данного перечня. Ответ на каждый вопрос оценивается от 0 до 20 баллов в зависимости от полноты и правильности ответов.

Примерные вопросы для опроса
по дисциплине Алгебра

1. Что такое ранг системы векторов?
2. В чем геометрический смысл определителя квадратной матрицы 2 на 2 и 3 на 3?
3. Какая матрица называется ортогональной?
4. Какие числа называются взаимно простыми?
5. Что называется транспонированием матрицы?
6. Можете ли Вы привести пример оператора, который не является линейным?
7. Может ли собственное значение матрицы равняться нулю?
8. Может ли поле содержать состоять из двух элементов?
9. Что такое модуль и аргумент комплексного числа?
10. Коммутируют ли кватернионы?
11. Можете ли Вы привести пример бесконечного множества, не являющегося счетным?
12. Можете ли Вы привести пример коммутативного и некоммутативного кольца?
13. Можете ли Вы привести пример кольца с единицей и без единицы?
14. В каком случае СЛУ является совместной?
15. Коммутативно ли произведение линейных операторов?
16. Может ли матрица линейного оператора быть вырожденной?

Примерные варианты контрольных работ
по дисциплине Алгебра

Контрольная работа № 1 (3 балла за каждую задачу)

Вариант 1

№ 1. Решить СЛУ $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 8 & 6 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 13 & 8 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 9 & 5 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & -2 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}$ с помощью метода Гаусса.

№ 2. Решить СЛУ $\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 10 \\ 5 & 4 & 2 & 19 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}$ с помощью правила Крамера.

№ 3. Вычислить определитель, используя теорему Лапласа:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

№ 4. Вычислить определитель n-го порядка:

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 3 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 5 & \ddots & \ddots \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

№ 5. Найти фундаментальную систему решений и фундаментальную матрицу системы однородных уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0 \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_4 + 8x_5 = 0 \end{cases}.$$

Вариант 2.

№ 1. Решить СЛУ $\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & 6 & 3 & 1 & 2 & 9 \\ 6 & 9 & 2 & 2 & 2 & 11 \\ 6 & 9 & 7 & 1 & 4 & 16 \end{array} \right)$ с помощью метода Гаусса.

№ 2. Решить СЛУ $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 7 \\ 3 & 5 & 3 & 14 \end{array} \right)$ с помощью правила Крамера.

№ 3. Вычислить определитель, используя теорему Лапласа:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ 6 & 0 & 7 & 0 & 8 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 \\ 4 & 0 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}.$$

№ 4. Вычислить определитель n-го порядка:

$$\begin{vmatrix} -2 & -1 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ -1 & -2 & -1 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -2 \end{vmatrix}.$$

№ 5. Найти фундаментальную систему решений и фундаментальную матрицу системы однородных уравнений:

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0 \\ 9x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 9x_5 = 0 \\ 6x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 7x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 4x_4 - x_5 = 0 \end{cases}.$$

Контрольная работа № 2

Вариант 1.

1. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора, заданного матрицей (4 балла):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

2. $[\varphi] = \begin{bmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 3 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $e_{\alpha_i} = \{e_1, e_1+e_2, e_2+e_3\}$. Найти ${}_{e'}^{[\varphi]}$. (4 балла)

3. Найти $\dim(L_1 + L_2)$, $\dim(L_1 \cap L_2)$, если

$$L_1: \bar{a}_1 = (1; 1; 1; 1), \bar{a}_2 = (-1; -1; 1; -1), \bar{a}_3 = (-2; -2; 6; -2),$$

$$L_2: \bar{b}_1 = (-1; 2; 0; 1), \bar{b}_2 = (2; 2; 0; 1), \bar{b}_3 = (5; 8; 0; 4). \quad (4 \text{ балла})$$

4. Найти матрицу линейного оператора, переводящего векторы $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$ соответственно в векторы $\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3$, если:

$\bar{a}_1 = (1; 2; 3), \bar{a}_2 = (1; 2; 4), \bar{a}_3 = (1; 1; 1); \bar{b}_1 = (-3; 0; 1), \bar{b}_2 = (1; 1; -1), \bar{b}_3 = (0; 2; 1)$ (3 балла)

Вариант 2.

1. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора, заданного матрицей:

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0. \end{matrix}$$

2. $[\varphi]_e = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$, $e_i = \{e_1, -e_1+e_2, e_1-e_2+e_3\}$. Найти $[\varphi]_{e'}$.

3. Найти $\dim(L_1 + L_2), \dim(L_1 \cap L_2)$, если

$$L_1: \bar{a}_1 = (1; 1; 1; 1), \bar{a}_2 = (1; 1; -1; -1), \bar{a}_3 = (1; -1; 1; -1);$$

$$L_2: \bar{b}_1 = (1; -1; 1; 1), \bar{b}_2 = (1; -1; 0; 0), \bar{b}_3 = (3; -1; 1; 1).$$

4. Найти матрицу линейного оператора, переводящего векторы $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$ соответственно в векторы $\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3$, если

$$\bar{a}_1 = (2; 1; -1), \bar{a}_2 = (-2; -1; 2), \bar{a}_3 = (3; 0; 1); \bar{b}_1 = (0; -1; 2), \bar{b}_2 = (1; 3; 2), \bar{b}_3 = (-1; 0; 3)$$

Контрольная работа оценивается от 0 до 15 баллов каждая в зависимости от полноты и правильности решения задач.

Программа коллоквиума
по дисциплине Алгебра

Линейные и аффинные пространства, размерность, линейная зависимость. Базис, ранг матрицы и системы векторов. Вычисление рангов матриц и систем векторов различными способами.

Определитель и его основные свойства. Определитель и объем. Вырожденность матрицы. Базис и размерность. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке и столбцу. Явные формулы для определителей порядков два и три.

Умножение матриц. Действие матрицы на вектор. Скалярное произведение. Определитель произведения. След матрицы. Способы вычисления обратной матрицы.

Транспонированные матрицы и сопряженные матрицы.

Системы линейных уравнений – однородные и неоднородные. Способы решения систем однородных уравнений. Использование определителей. Определенные, недоопределенные и переопределенные системы уравнений – однородные и неоднородные.

Перестановки, их композиция и знаки. Использование перестановок для вычисления и определителя матриц.

Понятие ориентированной площади и ориентированного объема.

Элементы теории множеств. Инъективные, сюръективные и биективные отображения.

Каждому студенту достается по одному вопросу из данного перечня. Ответ на каждый вопрос оценивается от 0 до 10 баллов в зависимости от полноты и правильности ответа.

Примерный вариант теста
по дисциплине Алгебра

1. Укажите неверное утверждение (1 балл):

- а) множество многочленов степени n с действительными коэффициентами образуют векторное пространство над полем вещественных чисел;
- б) множество невырожденных матриц n -го порядка с действительными элементами образуют мультипликативную группу;
- в) множество невырожденных матриц n -го порядка с действительными элементами образуют аддитивную абелеву группу.

2. Пусть S_3 - группа подстановок на множестве $\{1, 2, 3\}$. Порядок группы S_3 равен (1 балл):

- а) 3;
- б) 6;
- в) 24.

3. Пусть (G_1, \circ) и $(G_2, *)$ - две группы, а $\varphi: G_1 \rightarrow G_2$ – гомоморфизм данных групп. Укажите неверное утверждение (1 балл):

- а) отображение φ всегда взаимно-однозначное;
- б) нейтральный элемент группы G_1 при гомоморфизме φ переходит всегда в нейтральный элемент группы G_2 ;
- в) для любого элемента $a \in G_1$ его обратный элемент a^{-1} при гомоморфизме φ переходит всегда в элемент, обратный элементу $\varphi(a)$.

4. Пусть V - арифметическое n -мерное векторное пространство над полем вещественных чисел. Какое из данных множеств не является подпространством пространства V (1 балл)?

- а) множество векторов, все координаты которых равны между собой;
- б) множество векторов, первая координата которых равна 0;
- в) множество векторов, сумма координат которых равна 1.

5. Укажите верное утверждение (1 балл):

- а) если система векторов содержит линейно зависимую подсистему, то она линейно зависима;
- б) если система векторов линейно независима, то любая ее подсистема также линейно независима;
- в) верны оба утверждения.

6. Чему равно наибольшее собственное значение линейного оператора (2 балла)

$$[\varphi] = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 7 & 0 \\ 1 & 4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} ?$$

- а) 3;
- б) 4;
- в) 5.

7. Чему равна размерность пространства решений следующей однородной системы линейных уравнений (2 балла):

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases} ?$$

- а) 3;
- б) 2;
- в) 5.

8. Сколько решений имеет система из вопроса № 7 (1 балл)?

- а) одно;
- б) три;
- в) бесконечно много;
- г) система решений не имеет

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО КУРСУ

1. Основные понятия теории систем линейных уравнений.
2. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Пример.
3. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Пример.
4. Определители 2-го и 3-го порядка: определения, примеры вычислений, геометрический смысл.
5. Перестановки и подстановки.
6. Начала теории групп. Группы подстановок.
7. Определители n-го порядка. Их основные свойства.
8. Миноры и алгебраические дополнения. Определения, примеры.
9. Вычислений определителей. Формула Лапласа.
10. Матрицы и основные действия над ними. Примеры.
11. Линейные операторы: определение, примеры.
12. Способы задания линейного оператора. Матрица линейного оператора.
13. Основные действия над линейными операторами.
14. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Задания репродуктивного и реконструктивного уровня

по дисциплине Алгебра
(наименование дисциплины)

1. Примеры заданий репродуктивного уровня

В качестве заданий репродуктивного уровня предлагаются вопросы для самопроверки и обсуждения по темам курса.

Раздел 1. «Системы линейных уравнений и определители»

Тема 1. «Системы линейных уравнений»

- Найти ранги матрицы системы и расширенной матрицы
- Установить совместность (несовместность) системы с помощью теоремы Кронекера-Капелли
- Решить систему линейных уравнений методом Гаусса
- Указать фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений
- Определить размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений

Тема 2. «Теория определителей»

- Вычислить определители 2 и 3 порядков
- Найти площадь (объем) параллелограмма (параллелепипеда) с помощью определителей
- Решить СЛУ методом Крамера
- Найти определитель с помощью его разложения по строке (столбцу)
- Вычислить определитель n-го порядка

Раздел 2. «Векторные пространства»

Тема 1. «Понятие векторного пространства»

- Определить, образует ли данное множество векторное пространство относительно указанных операций
- Найти базис и размерность векторного пространства
- Определить, образует ли данное подмножество векторного пространства подпространство
- Найти размерность суммы и пересечения подпространств

- Определить координаты вектора в указанном базисе
- Найти матрицу перехода от одного базиса к другому

Тема 2. «Линейные операторы»

- Проверить, является ли данный оператор линейным
- Найти матрицу линейного оператора в указанном базисе
- Найти матрицу линейного оператора при переходе к новому базису
- Найти матрицу линейного оператора, заданного отображением базиса
- Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора

2. Примеры заданий реконструктивного уровня

В качестве заданий реконструктивного уровня предполагаются исследовательские задания по указанным выше разделам

- Исследовать системы линейных уравнений, содержащие параметры
- Доказать (с помощью аксиом) основные свойства векторных пространств
- Доказать основные свойства собственных векторов и собственных значений
- Найти примеры линейных операторов с вырожденной матрицей
- Найти примеры векторных пространств бесконечной размерности
- Проверить, что сумма, произведение линейных операторов, а также произведение линейного оператора на число также является линейным оператором.

Критерии оценки

по дисциплине Алгебра

Итоговая оценка выставляется по сумме набранных баллов за практические занятия и экзамен.

95-100 баллов:

- активное участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- умение эффективно использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи;
- полная самостоятельность и творческий подход при изложении материала по программе дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

86- 94 балла:

- участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- умение эффективно использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;

- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

69-85 баллов:

- участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- умение использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- усвоение основной литературы, рекомендованной программой дисциплины.

51-68 баллов:

- участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- удовлетворительное умение использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- удовлетворительное усвоение основной литературы;

31 - 50 баллов – НЕ ЗАЧТЕНО:

- недостаточно полный объем навыков и компетенции в рамках программы дисциплины;
- неумение использовать в практической деятельности научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными стилистическими и логическими ошибками;
- слабое умение использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- удовлетворительное усвоение основной литературы.

0-30 баллов, НЕ ЗАЧТЕНО:

- отсутствие умений, навыков, знаний и компетенции в рамках программы дисциплины;
- невыполнение лабораторных заданий; отказ от ответа по программе дисциплины;
- игнорирование занятий по дисциплине по неуважительной причине.