

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»*

*Факультет физико-математических и естественных наук*

*Рекомендовано МСН  
«Математика и механика»*

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины**

Дискретная математика и математическая логика

**Рекомендуется для направления подготовки/специальности**

01.03.01 Математика

**Квалификация (степень выпускника) бакалавр**

## 1. Цели и задачи дисциплины:

Познакомить студентов с основами дискретной математики: с базовыми и специальными понятиями теории множеств, математической логики и теории графов, приемами доказательства теорем теории множеств, математической логики и теории графов, методами приложения результатов теории множеств, математической логики и теории графов к задачам физики, механики, математической экономики. Для реализации поставленной цели в процессе преподавания курса решаются следующие задачи:

- изучить классические понятия и теоремы дискретной математики в рамках университетской программы;
- научиться решать стандартные задачи по курсу дискретной математики;
- развить творческие навыки при выполнении учебной курсовой работы по указанному курсу.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП:

Блок 1, базовая часть.

Для изучения дисциплины «Дискретная математика» необходимо знание основ математического анализа, аналитической геометрии и линейной алгебры. Безусловно необходима (как предшествующая) дисциплина «Дискретная математика» и для подавляющего большинства других дисциплин ООП по направлению Математика, а именно математический анализ, функциональный анализ, дифференциальная геометрия и топология, численные методы, теоретическая механика, методы оптимизации, математические методы экономического прогнозирования, математическое моделирование, уравнения математической физики, оптимизация и выпуклый анализ, теория функций действительного переменного, обобщённые функции, а также для всех специальных курсов по выбору студента и специальных семинаров и для выполнения студентами их курсовых работ.

*(указывается цикл, к которому относится дисциплина; формулируются требования к входным знаниям, умениям и компетенциям студента, необходимым для ее изучения; определяются дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей)*

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

ОПК-5. Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.

В результате изучения дисциплины студент должен:

### **Знать:**

теоремы о сравнении мощностей множеств, утверждения о мощности числовых множеств, аксиомы наивной теории множеств, принцип максимальности Хаусдорфа, теоремы о неподвижных точках монотонных отображений, теоремы о полноте системы логических связок, теоремы о полноте для полиномов Жегалкина, основные теоремы исчисления высказываний, понятие формулы пер-

вого порядка, понятие арифметического множества, теорему о существовании неарифметических множеств.

**Уметь:**

сравнивать мощности числовых множеств, сравнивать мощности абстрактных множеств, устанавливать теоретико-множественные свойства абстрактных отображений (инъективность, сюръективность, монотонность), устанавливать истинность предикатов, находить полиномы Жегалкина предикатов, устанавливать выводимость высказываний, определять истинность формулы первого порядка в заданной интерпретации, устанавливать выразимость и невыразимость предикатов, доказывать основные теоремы курса дискретная математика.

**Владеть:**

основными понятиями и методами теории дискретной математики.

**4. Объем дисциплины и виды учебной работы**

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		5	6	7	8
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	142	54	56		32
В том числе:					
Лекции	58	18	24		16
Практические занятия (ПЗ)	84	36	32		16
Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	146	54	52		40
В том числе:					
Курсовой проект (работа)					
Расчетно-графические работы					
Реферат					
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>	56	54	2		
Вид промежуточной аттестации (экзамен)	90		50		40
Общая трудоемкость	час	288	108	108	72
	зач. Ед.	8	3	3	2

**5. Содержание дисциплины**

**5.1. Содержание разделов дисциплины**

**Семестр 3**

## **Часть 1. Введение**

Роль дискретной математики в изучении явлений природы. Примеры прикладных задач, исследуемых средствами дискретной математики. Основные понятия дискретной математики.

## **Часть 2. Множества**

Понятие множества, равенство множеств. Операции пересечения, объединения и разности, основные тождества для этих операций. Включение множеств, подмножество. Множество всех подмножеств данного множества и число элементов в нем. Операция дополнения множества. Декартово произведение. Определение графа и обыкновенного графа. Диаграммы. Степень вершины, лемма о рукопожатиях и ее следствие. Изоморфизм графов. Подграфы и типы подграфов. Маршруты, цепи, простые цепи, циклы. Отношение связности и компоненты связности. Мосты и число компонент связности. Отношения между множествами. Бинарные отношения на множестве. Классификация бинарных отношений (рефлексивность, симметричность, транзитивность, антисимметричность, линейность и т.п.). Способы задания бинарных отношений (графами и их диаграммами, матрицами, списками смежности). Отношения эквивалентности и их связь с разбиениями множества.

## **Часть 3. Сравнение мощностей множеств.**

Отношения частичного порядка. Частично упорядоченные множества. Минимальные и максимальные, элементы частично упорядоченного множества. Наименьший и наибольший элементы. Отношения линейного и полного порядка. Эквивалентность условий индуктивности, минимальности и обрыва убывающих цепей. Аксиома выбора. Принцип максимальной Хаусдорфа. Отображения. Классификация отображений (инъективность, сюръективность, биективность и т.п.). Суперпозиция и ее свойства (ассоциативность, сохранение свойств отображений). Обратное отношение и критерий существования обратного отношения. Мощность множества. Равномощные множества. Мощности числовых множеств. Сравнение мощностей. Счетные множества, множества мощности континуум, теорема Бернштейна-Кантора. Теорема Кантора о мощности множества всех подмножеств данного множества.

## **Семестр 4**

### **Часть 4. Булевы функции и высказывания.**

Высказывания, булевы функции, логические связи. Основные Булевы функции и их свойства. Разложение Булевой функции по одной и двум переменным. Разложение Булевой функции по  $n$  переменным. СДНФ. Двойственные функции. Вторая теорема разложения (СКНФ). Полином Жегалкина. Полнота и замкнутость. Замкнутые классы Булевых функций. Леммы о несамодвойственной, немонотонной и нелинейной функциях. Теорема Поста о полноте. Предполные классы функций, базисы, теорема о максимальном числе функций в полной системе. Минимизация Булевых функций. Тривиальный алгоритм. Сокращенная ДНФ и методы ее построения. Тупиковые ДНФ и методы их построения. Ядро ДНФ, ДНФ Квайна. Карты Карно.

### **Часть 5. Исчисление высказываний**

Формулы исчисления высказываний и их интерпретация. Понятие высказывания. Синтаксис исчисления высказываний (ИВ). Интерпретация формул в исчислениях высказываний. Общеизвестные, выполнимые и невыполнимые формулы. Тривиальный алгоритм проверки выполнимости формул. Интерпретация формальной теории. Семантически и формально непротиворечивые фор-

мальные теории. Доказательство теорем в формальной теории. Теорема дедукции и следствия из нее. Теоремы исчисления высказываний. Непротиворечивость исчисления высказываний.

### Часть 6. Формулы первого порядка

Формулы первого порядка, сигнатура, предикатные символы, функциональные символы, валентность, интерпретации, оценки. Истинность формул, замкнутые формулы. Понятие выразимости предиката. Выразимость в арифметике. Арифметические множества. Существование неарифметических множеств. Невыразимые предикаты и автоморфизмы. Элиминация кванторов. Арифметика Пресбургера.

#### Темы контрольных работ

##### *Контрольная работа № 1. Множества*

Задачи:

1. Выяснить, являются ли равенства тождествами.
2. Выяснить, является ли заданное бинарное отношение рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным.
3. Выяснить, существует ли граф, обладающий заданным набором свойств.
4. Выяснить, является ли заданное бинарное отношение отношением эквивалентности.

##### *Контрольная работа № 2. Булевы функции и высказывания*

Задачи:

1. Докажите, что заданное множество имеет мощность континуум.
2. Счетно ли заданное множество?
3. Равномощны ли заданные множества?
4. Найти минимальные и наименьшие точки заданного множества.

##### *Контрольная работа № 3. Булевы функции и высказывания*

Задачи:

1. Построить таблицу истинности высказывания
2. Найти СДНФ и СКНФ по таблице истинности
3. Найти полином Жегалкина по таблице истинности

##### *Контрольная работа № 4. Исчисление высказываний*

Задачи:

1. Доказать, что заданная формула является тавтологией
2. Доказать, что заданная формула выводима из заданного множества формул
3. Выяснить, является ли заданное множество арифметическим

**Итоговый контроль знаний (экзамен).**

#### 5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последую-						
		1	2	3	4	5	6

	щих) дисциплин						
1.	<b>Оптимизация и выпуклый анализ</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>1</b>
2.	<b>Методы математической физики</b>	<b>1</b>			<b>1</b>		
3.	<b>Дифференциальные уравнения</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		<b>1</b>	<b>1</b>	
4.	<b>Функциональный анализ</b>	<b>1</b>		<b>1</b>		<b>1</b>	<b>1</b>
5.	<b>Аналитическая механика</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>1</b>	

### 5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практические занятия		
			ПЗ/С	ЛР	из них в ИФ
1.	<b>Введение</b>	2	4	0	2
2.	<b>Множества</b>	14	16	0	2
3.	<b>Сравнение мощностей множеств</b>	12	16	0	2
4.	<b>Булевы функции и высказывания</b>	14	16	0	2
5.	<b>Исчисление высказываний</b>	14	16	0	2
6.	<b>Формулы первого порядка</b>	12	16	0	2

### 6. Лабораторный практикум – не предусмотрен

### 7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	ПЗ
1.	<b>Введение</b>	4
2.	<b>Множества</b>	16
3.	<b>Сравнение мощностей множеств</b>	16
4.	<b>Булевы функции и высказывания</b>	16
5.	<b>Исчисление высказываний</b>	16
6.	<b>Формулы первого порядка</b>	16

### 8. Курсовые работы

не предусмотрены

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. Учебное пособие, 3-е изд., стер. Лань, 2004. – 336 с.
2. Клини С.К. Математическая логика / пер. с англ. Под ред. Г.Е.Минца. – 2-е изд., стер., УРСС, 2005. – 480 с.
3. Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Математическая логика. УРСС, 2004. – 240 с.
4. Новак В., Перфильева И., Мочкорж И. Математические принципы нечеткой логики / пер. с англ., Физматлит, 2006. – 352 с.

б) дополнительная литература:

1. Зюзьков В.М., Шелупанов А.А. Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие для вузов. 2-е изд. Горячая линия – Телеком, 2007. – 176 с.
2. Агарева, О.Ю. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие / О.Ю. Агарева, Ю.В. Селиванов. - М.: МАТИ, 2011. - 80 с.
3. Дурнев, В.Г. Элементы теории алгоритмов: учебное пособие / В.Г. Дурнев; Яросл. гос. ун-т. - Ярославль: ЯрГУ, 2008. - 248 с.

**Вся литература есть в библиотеке РУДН и в электронном виде на кафедре.**

**Программное обеспечение** – Windows, Microsoft Office, Maple, TeX, WinEdt.

**Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы** – Yandex, Google, MathNet.

## 10. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

учебная аудитория для проведения семинарских занятий, аудитория для чтения лекций, ноутбук - 1 шт., проектор - 1 шт., экран - 1 шт., ксерокс - 1 шт., принтер - 1 шт., сканер - 1 шт.

## 11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Курс изучается в форме лекций и практических занятий. Базой для данного курса является курс математического анализа (понятие рационального числа, вещественного числа, непрерывности, замкнутости). За семестр проводятся две контрольные работы (по четыре задачи каждая).

**Разработчик:**

**к.ф.-м.н., доцент.**

**Математического института**

**им. С.М. Никольского**



**В.В. Штепин**

**Директор Математического института**

**им. С.М. Никольского,**

**д.ф.-м.н., профессор**



**А.Л.Скубачевский**

**Математический институт им. С.М. Никольского**  
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕН

на заседании института

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г., протокол №\_\_

Директор института

\_\_\_\_\_ А.Л. Скубачевский  
(подпись)

# **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

## **ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

Дискретная математика и математическая логика

(наименование дисциплины)

01.03.01 «Математика»

бакалавр

\_\_\_\_\_ Квалификация (степень) выпускника







## Приложение 3 (обязательное)

### Дисциплина Дискретная математика

#### Вопросы к экзамену

- 1) Множества и операции над ними. Круги Эйлера.
- 2) Бинарные отношения. Операции над ними. Отображения. Инъективные, сюръективные, биективные отображения.
- 3) Специальные свойства бинарных отношений.
- 4) Алгебра булевых функций. Стандартные булевы функции, их таблица истинности.
- 5) Формулы алгебры логики. Свойства булевых операций.
- 6) Разложение булевой функции по набору переменных. Дизъюнктивные нормальные формы. СДНФ.
- 7) Двойственная булева функция. Конъюнктивные нормальные формы. СКНФ.
- 8) Импликанты. Простые импликанты. Метод Квайна минимизации ДНФ.
- 9) Карты Карно. Минимизация по карте Карно.
- 10) Многочлен Жегалкина. Теорема о существовании и единственности. Методы построения многочлена Жегалкина.
- 11) Классы Поста и теорема Поста .
- 12) Элементарная комбинаторика: основные методы. Правило суммы и правило произведения.
- 13) Бином Ньютона. Комбинаторный смысл биномиальных коэффициентов. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.
- 14) Формула включений-исключений для 3-х множеств.
- 15) Формулы для числа сочетаний и размещений.
- 16) Формулы для числа сочетаний и размещений с повторениями.
- 17) Разбиение множества на подмножества фиксированной мощности. Полиномиальные коэффициенты.
- 18) Аксиомы исчисления высказываний. Правило вывода. Доказуемые и недоказуемые формулы.
- 19) Теорема о дедукции и ее следствия.
- 20) Вывод из гипотез.
- 21) Полнота и непротиворечивость исчисления высказываний.
- 22) .Понятие предиката. Множество истинности.
- 23) Формулы логики предикатов. Свободные и связанные переменные.
- 24) Кванторные операции над предикатами. Эквивалентность и нормальная форма предикатов.
- 25) Автоматы и способы их задания.
- 26) Автоматы Мили и Мура.
- 27) Графы и орграфы: основные понятия, связь с бинарными отношениями. Взвешенные (нагруженные графы).

- 28) Дерево и лес. Остов графа. Алгоритм построения остова графа. Теорема Кирхгофа о числе остовов графа.
- 29) Задача об остове минимального/максимального веса. Алгоритм Краскала.
- 30) Задача о путях минимальной длины на взвешенном графе. Алгоритм Дейкстры.
- 31) Задача о максимальном потоке в транспортной сети. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм Форда-Фалкерсона.