Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН 09.00.00 «Информатика и вычислительная техника»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Рекомендуется для направления подготовки

09.03.03 — Прикладная информатика

(указываются код и наименования направления(ий) подготовки (специальности (ей) и/или профилей (специализаций)

-

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

(указывается квалификация (степень) выпускника в соответствии с ОС ВО РУДН)

1. Цели и задачи дисциплины

Основной целью освоения дисциплины является знание основополагающих понятий, результатов и методов математической логики и теории алгоритмов. Для достижения поставленной цели выделяются задачи курса: освоение теории множеств, навыки работы с пропозициональными и предикатными исчислениями, знание формулировок и доказательств основных теорем курса.

Задачей дисциплины является развитие логического мышления у студентов и изучение основ математической логики и теории алгоритмов. Развиваются навыки формализации и описания дискретных математических объектов.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы» относится к *обязательной* части блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Универсальные компетенции			
Общепрофессиональные компетенции			
	ОПК-1, ОПК-6	-	Математическая логика и теория алгоритмов, Теория конечных графов, Алгоритмы и анализ сложности, Теория вероятностей и математическая статистика Имитационное моделирование, Математическое моделирование
Профессиональные компетенции (научно-исследовательская деятельность)			

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

ОПК-6 Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций ОПК-1, ОПК-6.

(в соответствии с ОС ВО РУДН)

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности:

- ОПК-1.1 **Знает основы математики**, физики, вычислительной техники и программирования.
- ОПК-1.2 Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и обще-инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.
- ОПК-1.3 Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.

ОПК-6 Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования:

- ОПК-6.1 Знает основы теории систем и системного анализа, **дискретной математики**, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: концепции разделов дисциплины: дискретная математика, комбинаторные алгоритмы, основные законы теоретического исследования.

Уметь: использовать основные законы теоретического исследования; решать прикладные задачи по дисциплине «Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы».

Владеть: современным математическим аппаратом; вычислительными средствами; базовыми математическими знаниями.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц.

№	Вид учебной работы	Всего часов	Семестр (модуль)
			Семестр 1, модуль 2
1.	**Аудиторные занятия (всего)**	54	54
	Лекции	18	18
	Практические занятия (ПЗ)	36	36
	Семинары (С)	-	-
	Лабораторные работы (ЛР)	-	-
2.	**Самостоятельная работа студентов (ак. часов)**	54	54
3.	**Общая трудоемкость (ак.часов)**	108	108
4.	**Общая трудоемкость (зачетных единиц)**	3	3

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Комбинаторика	Области применения комбинаторики. Основные

		определения теории множеств. Правило суммы и правило произведения множеств. Размещение, размещение с повторением, сочетание, сочетание с повторением, перестановка, мультимножество. Доказательство основных тождеств, связанных с числом сочетаний. Биномиальная теорема. Доказательство основных свойств биномиальных коэффициентов. Полиномиальная теорема. Треугольник Паскаля. Разбиения множества. Числа Стирлинга первого и второго рода. Числа Белла. Беззнаковые числа Стирлинга I рода. Принцип включения и исключения. Задача о беспорядках. Задача о встречах.
2.	Метод производящих функций	Определение и свойства. Линейные операции с производящими функциями. Частичные суммы и дополнительные частичные суммы. Изменение масштаба. Свёртка. Вычисление производящих функций для последовательностей. Однородные линейные рекуррентные соотношения. Неоднородные линейные рекуррентные соотношения. Метод решения однородных линейных рекуррентных соотношений. Решение неоднородных линейных рекуррентных соотношений.
3.	Комбинаторные алгоритмы	Генерация перестановок. Генерация сочетаний. Алгоритм разбиения множеств.

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	**Наименование раздела дисциплины**	**Лекц.**	**Практические занятия и лабораторные работы**		**СРС**	**Всего час.**
			ПЗ/С	**ЛР**		
1.	Комбинаторика	9	18		18	45
2.	Метод производящих функций	6	12		18	36
3.	Поиск с возвращением. Генерация перестановок и сочетаний	3	6		18	27
	Итого:	**18**	**36**		**54**	**108**

6. Лабораторный практикум <u>не предусмотрен</u>

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо-емкость (час.)
1	Введение в комбинаторику. Правило суммы и правило произведения.	Решение задач на прямое произведение множеств, правило суммы и правило произведения. Решение задач на сочетания, перестановки и размещения, мультимножество.	2

2	Перестановки и сочетания. Мультимножества. Биномиальные коэффициенты.	Решение задач на сочетания, перестановки и размещения, мультимножество. Доказательства тождеств при помощи формулы Бинома Ньютона.	4
3.	Треугольник Паскаля. Разбиения множеств. Числа Стирлинга первого и второго рода.	Свойство шестиугольника для треугольника Паскаля. Доказательство свойств биномиальных коэффициентов. Вычисление чисел Стирлинга 1 и 2-го рода. Вычисление чисел Белла. Применение чисел Стирлинга 1 и 2-го рода, чисел Белла.	6
4.	Принцип включения и исключения	Решение задач на свойство включения и исключения. Задача о шляпах. Вычисление числа предметов, обладающих ровно n свойствами. Вычисление числа предметов, обладающих не менее, чем k свойствами в рамках типовых задач.	6
5.	Производящие функции. Схемы выбора.	Решение задач на использование полиномиальной теоремы. Таблица производящих функций. Вычисление производящих функций для последовательностей.	7
6.	Однородные и неоднородные линейные рекуррентные соотношения	Задачи на нахождение формулы для членов последовательности через соответствующую производящую функцию.	7
7.	Комбинаторные алгоритмы	Задачи на генерацию сочетаний и перестановки и метод поиска с возвращением. Разбор алгоритмов.	4

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения учебных занятий (в том числе для практического и лекционного типов занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации).

Компьютерные (дисплейные) классы с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета для проведения обучающимися самостоятельной работы и компьютерного тестирования обучающихся (при необходимости).

9. Информационное обеспечение дисциплины

а) программное обеспечение:

1. продукты Microsoft - операционная система, пакет офисных приложений, MS Teams и др. (подписка Enrollment for Education Solutions (EES)).
2. Программное обеспечение со свободной лицензией (free):
   - браузер Chrome (лицензия Google Chrome Terms of Service);
   - медиа-плеер (например, VLC Media Player, лицензия GPL-2),
   - Adobe Reader (лицензия Adobe Software License Agreement).
   - офисный пакет LibreOffice (лицензия MPL-2.0)

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

- библиотека РУДН: http://lib.rudn.ru/
- ТУИС РУДН: https://esystem.rudn.ru/

10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Зарипова Э.Р., М.Г. Кокотчикова. Лекции по дискретной математике. Часть I. Комбинаторика: Учебно-метод. пособие. – М.: Изд-во РУДН, 2012. – 78 с.

2. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. Издательства: ФИМА, МЦНМО, 2006 г. 400 стр.
3. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Издательство: ФИЗМАТЛИТ, 2007 г. 408 стр.
4. Шапорев С. Д. Дискретная математика. Курс лекций и практических занятий. СПб. БХВ-Петербург, 2006 г. – 400 с.: ил.
5. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике. Издательство: ФИЗМАТЛИТ. 2006 г, 416 с.

б) дополнительная литература:

1. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Основание информатики. Издательства: Мир, Бином. Лаборатория знаний, 2006 г. 704 стр.
2. Окулов С. М. Дискретная математика. Теория и практика решения задач по информатике. Издательство: Бином. Лаборатория знаний, 2008 г. 424 стр.
3. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов. Издательство: Питер, 2008 г. 384 стр.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.

Учебным планом на изучение дисциплины отводится один модуль. В качестве итогового контроля знаний предусмотрен экзамен.

Для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов рекомендуется использовать вопросы и задания, подобные перечисленным ниже:

Типовые задачи для промежуточного контроля знаний:

1. Формулы сочетаний, перестановок, размещений элементов множества.
2. Формулу числа перестановок мультимножества.
3. Формулу включений и исключений.
4. Доказательство тождеств с использованием формулы Бинома Ньютона.
5. Разбиение множеств на всевозможные подмножества, разбиение множеств на определенное число подмножеств. Разбиение множеств на циклы.
6. Полиномиальная теорема.
7. Нахождение производящих функции для заданных последовательностей.
8. Нахождение последовательностей по производящим функциям.
9. Решение однородных рекуррентных соотношений.
10. Решение неоднородных рекуррентных соотношений.

Типовые вопросы для итогового контроля знаний:

1. Области применения комбинаторики. Определение множества, мощности множества, прямого произведения множеств. Правило суммы и правило произведения множеств.
2. Выборка объема r из n элементов, типы выборок. Определение: размещение, размещение с повторением, сочетание, сочетание с повторением, перестановка, мультимножество. Формула для вычисления различных перестановок элементов мультимножества.
3. Основные тождества, связанные с числом сочетаний (с доказательством).
4. Бином Ньютона (2 способа доказательства).
5. Свойства биномиальных коэффициентов (с доказательством).
6. Треугольник Паскаля. Свойство шестиугольника треугольника Паскаля (с доказательством).
7. Разбиение множества. Числа Стирлинга II рода. Свойства чисел Стирлинга II рода (с доказательством). Формула для вычисления чисел Стирлинга II рода через предыдущие (с доказательством). Формула для вычисления чисел Стирлинга II рода через сумму произведения сочетаний и предыдущих чисел Стирлинга II рода (с доказательством).
8. Числа Белла. Рекуррентное соотношение для вычисления чисел Белла (с доказательством).

9. Числа Стирлинга I рода. Формула для вычисления Стирлинга I рода (с доказательством).
10. Беззнаковые числа Стирлинга I рода. Свойства беззнаковых чисел Стирлинга I рода (с доказательством). Формула для вычисления беззнаковых чисел Стирлинга I рода (с доказательством).
11. Формула включений и исключений (с доказательством).
12. Решение задачи о беспорядках.
13. Формула для вычисления числа предметов, обладающих ровно n свойствами (с доказательством). Формула для вычисления числа предметов, обладающих не менее, чем k свойствами.
14. Решение задачи о встречах.
15. Полиномиальная теорема (с доказательством).
16. Идея метода производящих функций.
17. Вычисление производящих функций для последовательностей:
18. Производящие функции (ПФ). Виды ПФ. Определение суммы последовательности и суммы ПФ. Определение произведения (свертки) последовательностей и ПФ. Умножение ПФ на действительное число.
19. Свойства класса ПФ.
20. Операции с ПФ (с доказательством): Линейные операции, сдвиг начала вправо, сдвиг начала влево, частичные суммы, дополнительные частичные суммы, изменение масштаба, свертка.
21. ПФ для (n, r) сочетаний с ограниченным числом повторений.
22. ПФ для (n, r) сочетаний с неограниченным числом повторений.
23. Экспоненциальная ПФ.
24. Метод решения однородных линейных рекуррентных соотношений. Доказательство 4-х положений для нахождения общих решений рекуррентных соотношений. Решение неоднородных линейных рекуррентных соотношений.
25. Поиск с возвращением. Использование исчерпывающего поиска. Задача прохождения лабиринта. Общий алгоритм поиска с возвращением. Дерево полного прохода алгоритма. Процедура поиска с возвращением. Оценка сложности алгоритма.
26. Генерация перестановок.
27. Порождение сочетаний.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

ФОС по дисциплине представлен в приложении к данной программе.
Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

Разработчики:
доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей — Э.С. Сопин

Зав. кафедрой прикладной информатики и теории вероятностей, проф. — К.Е. Самуйлов

Руководитель программы
Заведующий кафедрой информационных технологий, проф. — Ю.Н. Орлов

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы
(наименование дисциплины)

09.03.03 — Прикладная информатика
(код и наименование направления подготовки)

бакалавр
Квалификация (степень) выпускника

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине
Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Направление: 09.03.03 — Прикладная информатика

Код контролируемой компетенции или ее	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства				Баллы темы	Баллы раздела
			Текущий контроль			Пром. атт.		
			Колл.	КР	СРС	Экзамен		
ОПК-1, ОПК-6	Комбинаторика	Введение в комбинаторику	1	3	1		**5**	**55**
		Перестановки, размещения, сочетания. Мультимножество	2	7	1		**10**	
		Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.	3	6	1	4	**14**	
		Треугольник Паскаля и полиномиальная формула. Разбиения множества. Числа Стирлинга 2-го рода. Числа Белла. Числа Стирлинга 1-го рода.	2	7	1		**10**	
	Метод производящих функций	Принцип включения и исключения	2	9	1	4	**16**	**39**
		Производящие функции. Виды и свойства производящих функций.		11	1	4	**16**	
		Методы решения однородных линейных рекуррентных соотношений		6	1	4	**11**	
		Неоднородные линейные рекуррентные соотношения		11	1		**12**	
	Комбинаторные алгоритмы	Генерация комбинаторных объектов.			1	2	**3**	**6**
		Генерация комбинаторных объектов. Перестановки, сочетания.			1	2	**3**	
		ИТОГО:	**10**	**60**	**10**	**20**	**100**	**100**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций ОПК-1, ОПК-6.

(в соответствии с ОС ВО РУДН)

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности:

- ОПК-1.1 **Знает основы математики**, физики, вычислительной техники и программирования.
- ОПК-1.2 Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и обще-инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.
- ОПК-1.3 Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.

ОПК-6 Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования:

- ОПК-6.1 Знает основы теории систем и системного анализа, д**искретной математики**, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования.

Максимальное число баллов, набранных в семестре – 100.

Раздел	**Тема**	**Формы контроля уровня освоения ООП**				**Баллы темы**	**Баллы раздела**
		Коллоквиум	**Пром. контроль**	**ПЗ**	**Итог. контроль**		
Комбинаторика	Введение в комбинаторику	1	3	1		**5**	**55**
	Перестановки, размещения, сочетания. Мультимножество.	2	7	1		**10**	
	Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.	3	6	1	4	**14**	
	Треугольник Паскаля и полиномиальная формула. Разбиения множества. Числа Стирлинга 2-го рода. Числа Белла. Числа Стирлинга 1-го рода.	2	7	1		**10**	
	Принцип включения и исключения.	2	9	1	4	**16**	
Метод производящих функций	Производящие функции. Виды и свойства производящих функций.		11	1	4	**16**	**39**
	Методы решения однородных линейных рекуррентных соотношений.		6	1	4	**11**	
	Неоднородные линейные рекуррентные соотношения.		11	1		**12**	
Комбинаторные алгоритмы	Генерация комбинаторных объектов.			1	2	**3**	**6**
	Перестановки, сочетания.			1	2	**3**	
	Итого:	**10**	**60**	**10**	**20**	**100**	**100**

Таблица соответствия баллов и оценок

Баллы БРС	Традиционные оценки РФ	Оценки ECTS
95 - 100	5	A
86 - 94		B
69 - 85	4	C
61 - 68	3	D
51 - 60		E
31 - 50	2	FX
0 - 30		F
51-100	Зачет	Passed

Правила применения БРС.

1. Раздел (тема) учебной дисциплины считаются освоенными, если студент набрал более 50 % от возможного числа баллов по этому разделу (теме).

2. Студент не может быть аттестован по дисциплине, если он не освоил все темы и разделы дисциплины, указанные в сводной оценочной таблице дисциплины.
3. По решению преподавателя и с согласия студентов, не освоивших отдельные разделы (темы) изучаемой дисциплины, в течение учебного семестра могут быть повторно проведены мероприятия текущего контроля успеваемости или выданы дополнительные учебные задания по этим темам или разделам. При этом студентам за данную работу засчитывается минимально возможный положительный балл (51 % от максимального балла).
4. При выполнении студентом дополнительных учебных заданий или повторного прохождения мероприятий текущего контроля полученные им баллы засчитываются за конкретные темы. Итоговая сумма баллов не может превышать максимального количества баллов, установленного по данным темам (в соответствии с приказом Ректора № 564 от 20.06.2013). По решению преподавателя предыдущие баллы, полученные студентом по учебным заданиям, могут быть аннулированы.
5. График проведения письменных контрольных работ формируется в соответствии с календарным планом курса.
6. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
7. Разрешается переписывать контрольную работу (пересдать контрольный тест), если по ней получено менее половины планируемых баллов, при этом по усмотрению преподавателя аннулируются ранее полученные по этой контрольной работе баллы.
8. Использование источников (в том числе конспектов лекций и лабораторных занятий) во время выполнения письменной контрольной работы (контрольного теста) возможно только с разрешения преподавателя.
9. Время, которое отводится студенту на выполнение письменной работы (контрольного теста), устанавливается преподавателем. По завершение отведенного времени студент должен сдать работу преподавателю (закончить тестирование), вне зависимости от того, завершена она или нет.
10. При выставлении баллов за посещение занятий учитывается наличие собственного лекционного материала и активная работа студента на занятиях.
11. Отсрочка в переписывании контрольных работ и сдаче домашнего задания считается уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки. В этом случае выполнение контрольных мероприятий осуществляется после выздоровления студента в срок, назначенный преподавателем.
12. Студент допускается к итоговой контрольной работе с любым количеством баллов, набранном в семестре, но при условии, что у студента имеется теоретическая возможность получить за весь курс не менее 31 балла.
13. Если в итоге за семестр студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и студент должен повторить эту дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т. е. FX, то студенту разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов. Добор баллов осуществляется путем повторного одноразового выполнения предусмотренных контрольных мероприятий, при этом по усмотрению преподавателя аннулируются соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в период с 07.02 по 28.02 (с 07.09 по 28.09) по согласованию с деканатом.
14. Итоговая контроль знаний оценивается из 20 баллов независимо от оценки, полученной в семестре. Форма проведения — тестирование или письменная контрольная работа в течение 2 академических часов.

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

Комплект вариантов контрольных работ

Дисциплина: ***Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы***

Номер задания	Критерий оценки Контрольной работы №1	Баллы
1	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Арифметические ошибки отсутствуют.	3
	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Допущена несущественная арифметическая ошибка.	2
	Решение доведено до конца, но отсутствует его обоснование или допущена существенная арифметическая ошибка.	1
	Решение не верно, либо приведено неверное обосновано.	0
2	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Арифметические ошибки отсутствуют.	4
	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Допущена несущественная арифметическая ошибка.	2
	Решение не верно, либо приведено неверное обосновано.	0
3	Решение доведено до конца, верно и обосновано, выписаны формулы включения-исключения. Арифметические ошибки отсутствуют.	3(3)
	Решение доведено до конца, верно и обосновано, выписаны формулы включения-исключения. Допущена несущественная арифметическая ошибка.	2(3)
	Решение доведено до конца, но отсутствует его обоснование или не выписаны формулы включения-исключения. Допущена существенная арифметическая ошибка.	1(3)
	Решение не верно, либо приведено неверное обосновано, либо решение не обосновано.	0(3)
4	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Арифметические ошибки отсутствуют.	6
	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Допущена несущественная арифметическая ошибка.	4
	Решение доведено до конца, но отсутствует его обоснование или допущена существенная арифметическая ошибка.	3
	Решение не верно, либо приведено неверное обосновано.	0
5	Доказательство доведено до конца, верно и обосновано. Арифметические ошибки отсутствуют.	5
	Доказательство доведено до конца, верно и обосновано. Допущена несущественная арифметическая ошибка.	4
	Доказательство доведено до конца, но отсутствует его обоснование или допущена существенная арифметическая ошибка.	1
	Доказательство либо не доведено до конца, либо не верно, либо приведено неверное обосновано.	0
6	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Арифметические ошибки отсутствуют.	3
	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Допущена несущественная арифметическая ошибка.	2
	Решение доведено до конца, но отсутствует его обоснование или допущена существенная арифметическая ошибка.	1
	Решение не верно, либо приведено неверное обосновано.	0
		Итого: 30 баллов

Контрольная работа №1

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 1 (от 0 до 30 баллов)

1. **(3 балла)** Составляются знаки, состоящие из геометрической фигуры (окружности, квадрата, треугольника и шестиугольника), буквы и цифры. Сколько таких знаков можно составить?
2. **(4 балла)** Сколько человек было в велосипедном клубе, если известно, что использованы все трехзначные номера, не содержащие цифру 8(например, 000 использован, а 384 - нет).
3. **(9 баллов)** При опросе в кинотеатре выяснилось, что 60% предпочитают комедии, 40% предпочитают ужасы и 50% предпочитают триллеры. 10 % предпочитают комедии и ужасы. 25 % предпочитают триллеры и ужасы. 30 % предпочитают комедии и триллеры. 5% любят все жанры кино.
   a) **(3 балла)** Сколько человек не предпочитают этих жанров кино?
   b) **(3 балла)** Сколько человек предпочитаю не менее 2 данных жанров кино? (по общей формуле, потом подставить значения)
   c) **(3 балла)** Сколько человек предпочитают только ужасы? (изобразить множество на рисунке)
4. **(6 баллов)** Доказать тождество (по формуле Бинома Ньютона):
$$\sum_{k=0}^{n} k^2 C_n^k = n(n+1)2^{n-2}$$
5. **(5 баллов)** Решить уравнение: $C_{x-5}^1 C_{x-4}^1 = B(3) \cdot s(3,1) + \left(S(3,2)\right)^2 + S(8,1)$
6. **(3 балла)** Найти число способов разбиения группы из 5 человек на ровно 2 группы.

Контрольная работа №1

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 2 (от 0 до 30 баллов)

1. **(3 балла)** У одного студента 7 книг, у другого 9 различных книг. Сколькими способами может быть осуществлен обмен: одна книга первого студента и две книги второго?
2. **(4 балла)** Сколько существует связей между N узлами, если известно, что каждый узел соединен со всеми?
3. **(9 баллов)** В гаражном кооперативе состоит 14 человек. В гараж могут ходить только те люди, у которых есть машина, мотоцикл или велосипед, а другие не могут. Известно, что у 10 человек есть машина, у 8 человек есть велосипед, и у 5 человек есть мотоцикл. У 5-ти человек есть машина и велосипед, у 4 человек есть велосипед и мотоцикл, у 2 человек машина и мотоцикл. Найти:
   a) **(3 балла)** У скольких человек в гараже стоит машина, мотоцикл и велосипед?
   b) **(3 балла)** У скольких человек в гараже стоит ровно 1 средство передвижения? (по общей формуле, потом подставить значения)
   c) **(3 балла)** У скольких человек в гараже стоит только машина? (изобразить множество на рисунке)
4. **(6 баллов)** Доказать тождество: $C_n^i C_i^r = C_n^r C_{n-r}^{i-r}$.
5. **(5 баллов)** Решить уравнение: $C_{x+1}^5 = \frac{3A_x^3}{S(4,3)+2}$.
6. **(3 балла)** Каждая грань куба окрашена в черный или белый цвет. Докажите, что найдутся две грани с общим ребром, которые одинаково окрашены.

Контрольная работа №1

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 3 (от 0 до 30 баллов)

1. **(4 балла)** В колоде 32 карты(4 масти и 8 карт одной масти). Сколькими способами можно выбрать 4 карты одной масти и 4 карты другой?
2. **(3 балла)** В оркестре 9 скрипок. Сколькими способами можно выбрать в оркестре «первую», «вторую» скрипки?
3. **(9 баллов)** Проводился социологический опрос на тему «Популярная операционная система (ОС)». Выяснилось, что 70% используют ОС Windows, 50% ОС Linux и 30% ОС FreeBSD. 30% используют ОС Windows и Linux, 20% – ОС Linux и FreeBSD, 5% – ОС Windows и FreeBSD. И 2% используют все 3 типа ОС. Найти:

   (3 балла) Сколько % человек не используют никакую из перечисленный ОС?

   (3 балла) Сколько % человек используют не менее 2х типов ОС? (по общей формуле, потом подставить значения)

   (3 балла) Сколько % человек используют только ОС Linux? (изобразить множество на рисунке)
4. **(6 баллов)** Доказать тождество:
$$\frac{C_{n-r}^{k-r}}{C_n^k} = \frac{A_k^r}{A_n^r}.$$
5. **(6 баллов)** Решить уравнение: $\frac{A_x^4 P_{x-4}}{P_{x-2}} = S(4,3)S(4,2)$
6. **(3 балла)** Несколько футбольных команд проводят турнир в один круг. Докажите, что в любой момент турнира найдутся команды, сыгравшие к этому моменту одинаковое количество матчей.

Контрольная работа №1

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 4 (от 0 до 30 баллов)

1. **(4 балла)** Каково число матриц из r столбцов и s строк с элементами из множества $\{-1,\ 0,\ 1\}$?
2. **(3 балла)** Сколькими способами группу из 10 человек можно разбить на две группы по 3 и 7 человек?
3. **(9 баллов)** Студенческая группа, состоящая из 25 человек, написала контрольную работу, в которой было 3 задания. Выяснилось, что 11 человек решили первое задание, 13 человек решили второе задание и 16 человек – третье задание. 5 студентов решили 1-е и 2-е задания, 8 студентов решили 2-е и 3-е задания, 6 студентов – 1-е и 3-е задания. 3 студента решили все задания.

   (3 балла) Сколько студентов не решили ни одно задание?

   (3 балла) Сколько человек решили ровно 2 задания? (по общей формуле, потом подставить значения)

   (3 балла) Сколько человек решили только 2-е задание? (изобразить множество на рисунке)
4. **(6 баллов)** Доказать тождество (по формуле Бинома Ньютона):
$$\sum_{k=0}^{n} 4\mathrm{k}\mathrm{C}_n^k = n2^{n+1}.$$
5. **(6 баллов)** Решить уравнение: $\frac{A_x^4 P_{x-4}}{P_{x-2}} = B(3) + B(4) + 22$
6. **(3 балла)** В поход пошли 20 туристов. Самому старшему из них 35 лет, а самому младшему 16 лет. Верно ли, что среди туристов есть одногодки?

Контрольная работа №1

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 5 (от 0 до 30 баллов)

1. **(4 балла)** Сколько существует трехзначных чисел, меньших 500, в десятичной записи которых нет одинаковых цифр?
2. **(3 балла)** Сколькими способами группу из 12 человек можно разбить на две группы по 4 и 8 человек?
3. **(9 баллов)** Согласно статистике использования интернет-браузеров 60% пользователей используют Chrome, 50% Firefox и 40% Internet Explorer. 30% используют Chrome и Firefox, 25% – Chrome и Internet Explorer, 20% – Firefox и Internet Explorer. И 10% используют все 3 браузера. Найти:

   (3 балла) Сколько % человек не используют ни один из перечисленных браузеров?

   (3 балла) Сколько % человек используют ровно 2 из перечисленных браузеров? (по общей формуле, потом подставить значения)

   (3 балла) Сколько % человек используют только Firefox? (изобразить множество на рисунке)
4. **(6 баллов)** Доказать тождество:
$$\sum_{k=0}^{n}(k+1)C_n^k = (n+2)2^{n-1}.$$
5. **(6 баллов)** Решить уравнение: $\frac{C_{2n}^{n+1}}{C_{2n+1}^{n-1}} = \frac{S(4,2)}{s(4,2)}$.
6. **(3 балла)** В группе 25 человек. Найдутся ли среди них 3 человека, празднующих свой день рождения в один месяц?

Контрольная работа №1

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 6 (от 0 до 30 баллов)

1. **(4 балла)** На плоскости лежат 10 точек так, что никакие 3 из них не лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?
2. **(3 балла)** Сколько слов (необязательно имеющих смысл) можно составить из букв слова «МАТЕМАТИКА» при условии, что все буквы должны быть использованы?
3. **(9 баллов)** Студенческая группа, состоящая из 30 человек, написала контрольную работу, в которой было 3 задания, при этом каждый решил хотя бы одно. Выяснилось, что 12 человек решили первое задание, 18 человек решили второе задание и 19 человек – третье задание. 7 студентов решили 1-е и 2-е задания, 11 студентов решили 2-е и 3-е задания, 6 студентов – 1-е и 3-е задания.
   a) **(3 балла)** Сколько студентов решили все задания?
   b) **(3 балла)** Сколько человек решили не менее 2-х заданий? (по общей формуле, потом подставить значения)
   c) **(3 балла)** Сколько человек решили только 3-е задание? (изобразить множество на рисунке)
4. **(6 баллов)** Доказать тождество (по формуле Бинома Ньютона):
$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = (n+1)2^n.$$
5. **(6 баллов)** Решить уравнение: $C_{x+3}^5 = 2A_{x+2}^3(s(3,2)+B(3))$
6. **(3 балла)** Можно ли разложить 44 шарика на 9 кучек так, чтобы количество шариков в разных кучках было различным?

Контрольная работа №1

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 7 (от 0 до 30 баллов)

1. **(4 балла)** В США принято записывать дату так: номер месяца, номер дня и год. В Европе же сначала идет число, потом месяц и год. Сколько в году дней, дату которых нельзя прочитать однозначно, не зная, каким способом она записана?
2. **(3 балла)** Монету бросают 10 раз. Сколько разных последовательностей орлов и решек можно при этом получить?
3. **(9 баллов)** В каждой комнате особняка стояли букеты цветов, причем, в каждой комнате стоял хотя бы один букет (в комнате не может быть двух букетов одинаковых цветов). В 30 комнатах стояли букеты роз, в 20 – гвоздик и 10 – хризантем. При этом в 5 комнатах стояли одновременно и хризантемы, и гвоздики, в 7 комнатах – и хризантемы, и розы, в 9 комнатах – и гвоздики, и розы, в трех комнатах стояли все три типа букетов. Найти:

   (3 балла) Сколько комнат в особняке?

   (3 балла) В скольких комнатах стоит не менее двух букетов? (по общей формуле, потом подставить значения)

   (3 балла) В скольких комнатах стоят только хризантемы? (изобразить множество на рисунке)

4. **(6 баллов)** Доказать тождество: $\sum_{k=0}^{n}(k-1)C_n^k = (n-2)2^{n-1}$.
5. **(6 баллов)** Решить уравнение: $\frac{A_{2x+1}^4}{C_{2x}^2} = 3B(4) + s(4,2)$.
6. **(3 балла)** В клетках таблицы 3×3 расставлены числа -1, 0, 1. Докажите, что какие-то две из 8 сумм по строкам, столбцам и диагоналям будут равны.

Контрольная работа №1

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 8 (от 0 до 30 баллов)

1. **(4 балла)** Номер автомобиля состоит из трех букв алфавита (используется 12 букв) и трех цифр: сначала идет буква, затем три цифры, а затем еще две буквы. Сколько существует различных номеров автомашин?
2. **(3 балла)** Сколько слов (необязательно имеющих смысл) можно составить из букв слова «КОЭФФИЦИЕНТ» при условии, что все буквы должны быть использованы?
3. **(9 баллов)** Из 100 студентов первого курса университета английский язык знают 28 студентов, немецкий – 30, французский – 42, английский и немецкий – 8, английский и французский – 10, немецкий и французский – 5, все три языка знают 3 студента. Найти:

   (3 балла) Сколько студентов не знают ни один из этих языков?

   (3 балла) Сколько студентов знают ровно 2 языка? (по общей формуле, потом подставить значения)

   (3 балла) Сколько человек знают только английский? (изобразить множество на рисунке)

4. **(6 баллов)** Доказать тождество (по формуле Бинома Ньютона):
$$\sum_{k=0}^{n}(2k-1)C_n^k = (n-1)2^n.$$
5. **(6 баллов)** Решить уравнение: $C_{x+1}^3 = x(S(3,2) + B(3))$.
6. **(3 балла)** Докажите, что в любой компании найдутся два человека, имеющие одинаковое число друзей.

Номер задания	Критерий оценки контрольной работы №2	Баллы
1	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Арифметические ошибки отсутствуют.	3
	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Допущена несущественная арифметическая ошибка.	2
	Решение доведено до конца, но отсутствует его обоснование или допущена существенная арифметическая ошибка.	1
	Решение не верно, либо приведено неверное обосновано.	0
2	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Арифметические ошибки отсутствуют.	4
	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Допущена несущественная арифметическая ошибка.	2
	Решение не верно, либо приведено неверное обосновано.	0
3	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Арифметические ошибки отсутствуют.	6
	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Допущена несущественная арифметическая ошибка.	4
	Решение доведено до конца, но отсутствует его обоснование или допущена существенная арифметическая ошибка.	2
	Решение не верно, либо приведено неверное обосновано.	0
4	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Арифметические ошибки отсутствуют.	6
	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Допущена несущественная арифметическая ошибка.	4
	Решение доведено до конца, но отсутствует его обоснование или допущена существенная арифметическая ошибка.	2
	Решение не верно, либо приведено неверное обосновано.	0
5	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Арифметические ошибки отсутствуют.	11
	Решение доведено до конца, верно и обосновано. Допущена несущественная арифметическая ошибка.	4
	Решение доведено до конца, но отсутствует его обоснование или допущена существенная арифметическая ошибка.	1
	Решение не верно, либо приведено неверное обосновано.	0
		Итого: 30 баллов

Контрольная работа №2

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 1 *(Максимум 30 баллов)*

1. *(3 балла)* Используя полиномиальную теорему, найти коэффициент при $t^{16}p^9$ в разложении $\left(\sqrt{3} - t^4 + 5p^3\right)^{15}$.
2. *(4 балла)* В коробке находятся 3 красных, 4 синих и 2 зеленых шара. Сколько существует способов выбора 6-ти шаров из коробки. (Построить соответствующую данному выбору ПФ и найти коэффициент)
3. *(6 баллов)* Найти общий член последовательности a_n для ПФ $f_a(t) = (1-t)^{\frac{1}{5}}$.
4. *(6 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного ОЛРС: $a_{n+3} - a_{n+2} - 8a_{n+1} + 12a_n = 0, a_0 = 1, a_1 = 2, a_2 = 1$.
5. *(11 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного НЛРС: $a_{n+2} + 2a_{n+1} - 8a_n = (-3)^n, a_0 = 1, a_1 = -1$.

Контрольная работа №2

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 2 *(Максимум 30 баллов)*

1. *(3 балла)* Используя полиномиальную теорему, найти коэффициент при t^{15} в разложении $(1+2t^2-t^5)^{45}$.
2. *(4 балла)* В пакете находятся 3 красных, 4 синих и 2 зеленых шара. Сколько существует способов выбора 6-ти шаров из пакета, если среди выбранных шаров есть шары всех цветов. (Построить соответствующую данному выбору ПФ и найти коэффициент)
3. *(6 баллов)* Найти общий член последовательности a_n для ПФ $f_a(t) = 3(1+t)^5 - 2$.
4. *(6 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного ОЛРС: $a_{n+3} + 19a_{n+2} + 80a_{n+1} - 100a_n = 0, a_0 = 5, a_1 = -10, a_2 = 10$.
5. *(11 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного НЛРС: $a_{n+1} + a_n = 6a_{n+2} + 5, a_0 = 1, a_1 = 5$.

Контрольная работа №2

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 3 *(Максимум 30 баллов)*

1. *(3 балла)* Используя полиномиальную теорему, найти коэффициент при $a^{14}b^9$ в разложении
2. $\left(2a^2 - 3b - 5\sqrt[3]{5}\right)^{25}$.
3. *(4 балла)* В кошельке лежат монеты : 1 рубль, 1 р., 1 р., 2 р., 2 р., 2 р., 5 р., 5р. Сколько существует способов набрать 7 рублей. (Построить соответствующую данному выбору ПФ и найти коэффициент)
4. *(6 баллов)* Найти общий член последовательности a_n для ПФ $f_a(t) = e^{-5t} + 2t - 1$.
5. *(6 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного ОЛРС:
6. $a_{n+3} + 7a_{n+2} + 11a_{n+1} + 5a_n = 0, a_0 = 1, a_1 = -3, a_2 = -31$.
7. *(11 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного НЛРС:
8. $a_{n+2} + a_{n+1} = 2a_n + 2^{-n}, a_0 = 2, a_1 = -2$.

Контрольная работа №2

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 4 *(Максимум 30 баллов)*

1. *(3 балла)* Используя полиномиальную теорему, найти коэффициент при t^{30} в разложении $\left(t^2\sqrt{3} - 5\sqrt{2} + t^{15}\right)^{90}$.
2. *(4 балла)* В коробке лежит 1 синий, 2 красных и 4 желтых кубика. Сколько существует способов выбрать 5 кубиков. (Построить соответствующую данному выбору ПФ и найти коэффициент)
3. *(6 баллов)* Найти общий член последовательности a_n для ПФ $f_a(t) = \frac{3}{(1-t)^4} + \frac{1}{(1-t)^3}$
4. *(6 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного ОЛРС: $a_{n+3} + 3a_{n+2} - 22a_{n+1} - 24a_n = 0, a_0 = 5, a_1 = -15, a_2 = 25$.
5. *(11 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного НЛРС: $a_{n+2} = 3a_{n+1} + 10a_n + 3^n, a_0 = -3, a_1 = 3$.

Контрольная работа №2

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 5 *(Максимум 30 баллов)*

1. *(3 балла)* Используя полиномиальную теорему, найти коэффициент при $z^{13}y^3$ в разложении $(4z + 5y^3 - \pi)^{20}$.
2. *(4 балла)* В кошельке лежат монеты: 1 рубль, 2 р., 3 р., 5 р., 10р. Сколько существует способов набрать сумму в 18 рублей. (Построить соответствующую данному выбору ПФ и найти коэффициент)
3. *(6 баллов)* Найти общий член последовательности a_n для ПФ $f_a(t) = \frac{1}{(9+t)^3}$.
4. *(6 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного ОЛРС: $a_{n+3} - 4a_{n+2} - 11a_{n+1} + 30a_n = 0, a_0 = 5, a_1 = -13, a_2 = 19$.
5. *(11 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного НЛРС: $a_{n+2} = 3a_{n+1} + 4a_n + 4^{-n}, a_0 = 2, a_1 = 4$.

Контрольная работа №2

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 6 *(Максимум 30 баллов)*

1. *(3 балла)* Используя полиномиальную теорему, найти коэффициент при t^{15} в разложении $(15t^{15} - t^8 + t + 1)^{35}$.
2. *(4 балла)* В ящике лежат 2 синих, 2 красных, и 3 желтых шара. Сколько существует способов выбора 5 шаров, при условии, что шара каждого цвета должно быть по одному. (Построить соответствующую данному выбору ПФ и найти коэффициент)
3. *(6 баллов)* Найти общий член последовательности a_n для ПФ $f_a(t) = ln(1 + 2t^2)$
4. *(6 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного ОЛРС: $a_{n+3} - 4a_{n+2} - 3a_{n+1} + 18a_n = 0, a_0 = 3, a_1 = -4, a_2 = -1$.
5. *(11 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного НЛРС: $a_{n+1} - 3a_n = (n+1)2^n, a_0 = 1/4$.

Контрольная работа №2

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 7 *(Максимум 30 баллов)*

1. *(3 балла)* Используя полиномиальную теорему, найти коэффициент при $a^{12}b^5$ в разложении $\left(3\sqrt{3}a^4 - 15a^3 + b - 1\right)^{15}$.
2. *(4 балла)* В кошельке лежат монеты: 1 рубль, 1 р., 1 р., 1р., 2 р., 2 р., 5 р.. Сколько существует способов набрать сумму в 5 рублей. (Построить соответствующую данному выбору ПФ и найти коэффициент)
3. *(6 баллов)* Найти общий член последовательности a_n для ПФ $f_a(t) = \frac{4}{(1+t^2)^2}$.
4. *((6 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного ОЛРС: $a_{n+3} - 12a_{n+2} + 29a_{n+1} + 42a_n = 0, a_0 = 4, a_1 = -3, a_2 = 17$.
5. *(11 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного НЛРС: $a_{n+1} - 5a_n = 2^n - 3^n, a_0 = -1$.

Контрольная работа №2

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Вариант 8 *(Максимум 30 баллов)*

1. *(3 балла)* Используя полиномиальную теорему, найти коэффициент при x^{12} в разложении $(x^5 - x - e^2)^{20}$.
2. *(4 балла)* В цветочном магазине осталось 5 роз, 6 гербер и 5 хризантем. Найти число способов составить букет из 9 цветков, если в нем должно содержаться по крайней мере 2 розы, 1 гербера и 3 хризантемы. (Построить соответствующую данному выбору ПФ и найти коэффициент)
3. *(6 баллов)* Найти общий член последовательности a_n для ПФ $f_a(t) = 2ln\left(\frac{1}{1+3t}\right) - 7$
4. *(6 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного ОЛРС: $a_{n+3} - 16a_{n+2} + 55a_{n+1} + 72a_n = 0, a_0 = 5, a_1 = -6, a_2 = -12$.
5. *(11 баллов)* Найти явный вид a_n, заданного НЛРС: $a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = n, a_0 = -1, a_1 = -1$.

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

Комплект вариантов домашних проверочных работ

Критерии оценки: верно выполненное домашнее задание оценивается в 1 балл.

Домашнее задание №1

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Задание 1.1. Дано $A = \{a, b, c, d\}$, $n = 4$, $r = 3$. Найти все (n,r)-выборки для множества A и выписать их.

Задание 1.2. Найти количество всех 5-ти значных чисел.

Задание 1.3. Сколькими способами можно разместить 8 человек на 8-ми стульях.

Задание 1.4. В студенческой группе, состоящей из 25 учеников, при выборе старосты 19 человек проголосовало «за» выдвинутую кандидатуру, 2 человека проголосовали «против» и 4-ро воздержались. Сколькими способами могло пройти данное голосование.

Домашнее задание №2

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Задание 2.1. Какого число матриц из n строк и m столбцов с элементами из множества $\{0,1\}$.

Задание 2.2. Бросают 3 игральные кости (с 6-тью гранями каждая). Сколькими способами они могут упасть так, чтобы либо все оказавшиеся сверху грани были одинаковыми, либо все попарно разными.

Задание 2.3. У англичан принято давать детям несколько имен. Сколькими способами можно назвать ребенка, если ему дают не более 3-ех имен, а общее число имен - 300. (Решить задачу двумя способами, когда различающиеся порядком имена считаются различными и когда такие имена считаются одинаковыми).

Домашнее задание №3

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Задание 3.1. Доказать тождество $\sum_{k=2}^{n} k(k-1)C(n,k) = n(n-1)2^{n-2}$.

Задание 3.2. Найти средний член разложения $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^{8}$.

Задание 3.3. Доказать тождество $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+1} C(n,k) = \frac{1}{n+1}(2^{n+1}-1)$.

Домашнее задание №4

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Задание 4.1. Составить таблицу для чисел Белла для n = 6,7,8,9,10? Используя свойства:

1) $B(0) = 1$,
2) $B(n) = \sum_{k=0}^{n} S(n,k)$
3) $B(n+1) = \sum_{k=0}^{n} C(n,i)B(i)$.

Задание 4.2. Составить таблицу чисел Стирлинга II рода для n = 5,6,7,8, используя условия:

1) $S(0,0) = 1$,
2) $S(n,0) = 0$
3) $S(n,n) = 1$,
3) $S(n,k) = S(n-1,k-1) - kS(n-1,k)$, при $0 < k \leq n$.

Задание 4.3. Составить таблицу чисел Стирлинга I рода используя условия:

1) $s(0,0) = 1$,
2) $s(n,0) = 0$
3) $s(n,n) = 1$,
3) $s(n,k) = s(n-1,k-1) - (n-1)s(n-1,k)$, при $0 < k < n$.

Задание 4.4. Дано множестве {A,B,C,D}. Подсчитать количество способов разбиения данного множества на всевозможные подмножества.

Задание 4.5. Найти коэффициенты при x, x^2, x^4 в разложении $[x]_n$.

Домашнее задание №5

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Задание 5.1. Найти число целых положительных чисел, не превосходящий 1000 и не делящихся ни на одно из чисел 6,10,15.

Задание 5.2. По результатам опроса 10 человек о предпочтениях фруктов выяснилось, что:

- 6 человек любят апельсины;
- 5 человек любят киви;
- 5 человек любят персики;
- 3 человека любят апельсины и киви;
- 4 человека любят апельсины и персики;
- 2 человека любят киви и персики;
- 1 человек любит апельсины, киви и персики.

Подсчитать, сколько человек:

- не любят таких фруктов;
- предпочитают в точности два вида фруктов;
- любят не менее 2-х видов фруктов.

Задание 5.3. В студенческой группе 25 человек, из них 11 человек поют, 9 - танцуют, 14 – сочиняют стихи, 3 человека и танцуют и поют, 4 человека поют и сочиняют стихи, 3 - танцуют и сочиняют стихи и 1 человек обладает всеми тремя талантами.

Найти $N(0), \widetilde{N}(1), N(1), N(2), \widetilde{N}(2), N(3), \widetilde{N}(3)$

Домашнее задание №6

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Задание 6.1. Сколько слов (необязательно имеющих смысл) можно составить из букв слова «КАТАКОМБА» при условии, что все буквы должны быть использованы?

Задание 6.2. В колоде 36 карт (4 масти, 9 карт каждой масти). Сколькими способами можно выбрать 3 карты с одним номером и 2 карты – с другим?

Задание 6.3. Студенческая группа, состоящая из 20 человек, написала контрольную работу, в которой было 3 задания. Выяснилось, что 9 человек решили первое задание, 10 человек решили второе задание и 12 человек – третье задание. 1 студент решил 1-е и 2-е задания, 3 студента решили 2-е и 3-е задания, 5 студентов – 1-е и 3-е задания. 2 студента решили все задания.

Сколько студентов не решили ни одно задание? Сколько человек решили ровно 2 задания? (по общей формуле, потом подставить значения) (Сколько человек решили только 2-е задание? (изобразить на рисунке).

Задание 6.4. Доказать тождество (по формуле Бинома Ньютона):

$$\sum_{k=0}^{n}(2k+1)C_n^k = (n+1)2^n$$

Задание 6.5. Решить уравнение: $\frac{A_x^5}{x^2-7x+12} = \frac{P_{x-1}}{P_{x-2}}(S(4,3)\cdot S(4,2)+21)$

Задание 6.6. В магазин привезли 25 ящиков яблок трех сортов. В каждом ящике лежат яблоки одного сорта. Продавец утверждает, что у него нет девяти ящиков с яблоками одинакового сорта. Не ошибается ли он?

Домашнее задание №7

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Задание 7.1. Вычислить $(a+b+c)^5$.

Задание 7.2. Найти коэффициенты при t^k в разложении $(z+t^4+t^7)^{15}$ при k=17, 8, 40.

Домашнее задание №8

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Задание 8.1. Найти ПФ $f_r(x)$ для последовательности $\{3C(r,k)+k+1+\frac{4\cdot 2^k}{k!}\}, k \geq 0$, используя табличные значения.

Задание 8.2. Найти последовательность для ПФ $f_n(x) = (1+t)^\alpha$.

Задание 8.3. Найти ПФ для $f_n(t) = (1+s)^\alpha$ при 1) $s = -s$, $\alpha = -1$. , 2) $s = -s$, $\alpha = -n$. .

Задание 8.4. Найти последовательность для ПФ $f(t) = ln(\frac{1}{1-t})$.

Домашнее задание №9

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Задание 9.1. Найти ПФ последовательности $a_n = n\alpha^n, n = 0,1,2,\ldots$

Задание 9.2. Определить, сколькими способами можно заплатить 8 копеек монетами по 1,2,3,5,7 копеек. Использовать ПФ.

Домашнее задание №10

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

Задание 10.1. Найти общее решение рекуррентных соотношений
$a_{n+3} = 6a_{n+2} - 11a_{n+1} + 6a_n$.

Задание 10.2. Найти решение рекуррентных соотношений
$a_{n+3} + a_{n+2} - a_{n+1} - a_n = 0, \quad a_0 = 1,\ a_1 = 2, a_3 = 3$.

Задание 10.3. Найти решение рекуррентных соотношений
$a_{n+2} = a_{n+1} - \frac{1}{4}a_n + 2^{-n}, a_0 = 1, a_1 = 3/2.$

Комплект экзаменационных билетов

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1 Вопрос

Определение множества, мощности множества, прямого произведения множеств, подмножества, булеана. Правило суммы и правило произведения множеств. Принцип Дирихле, обобщенный принцип Дирихле.

2 Вопрос

Решение задачи о беспорядках.

Составитель Э.С. Сопин
Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1 Вопрос

Выборка объема r из n элементов, типы выборок. Определение и формулы (с доказательством) для их числа: размещение, размещение с повторением, сочетание, сочетание с повторением, перестановка, мультимножество

2 Вопрос

Формула для вычисления числа предметов, обладающих ровно n свойствами (с доказательством + доказательство леммы).

Составитель Э.С. Сопин
Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1 Вопрос

Основные тождества, связанные с числом сочетаний (4 тождества с доказательством).

2 Вопрос

Формула для вычисления числа предметов, обладающих не менее чем, k свойствами (с доказательством).

Составитель Э.С. Сопин
Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1 Вопрос

Бином Ньютона (с доказательством).

2 Вопрос

Решение задачи о встречах.

Составитель Э.С. Сопин
Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1 Вопрос

Свойства биномиальных коэффициентов (5 свойств с доказательством).

2 Вопрос

Полиномиальная теорема (с доказательством).

Составитель Э.С. Сопин
Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

1 Вопрос

Треугольник Паскаля. Свойства треугольника Паскаля (свойство шестиугольника с доказательством).

2 Вопрос

Формальный степенной ряд (ФСР). Определение производящей функции (ПФ). Свойства ПФ и ФСР: сложение, умножение, дифференцирование, интегрирование.

Составитель Э.С. Сопин
Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

1 Вопрос

Разбиение множества. Числа Стирлинга II рода. Формула для вычисления чисел Стирлинга II рода через предыдущие (с доказательством). Формула для вычисления чисел Стирлинга II рода через сумму произведения сочетаний и предыдущих чисел Стирлинга II рода (с доказательством).

2 Вопрос

Задача о взвешивании.

Составитель Э.С. Сопин
Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

1 Вопрос

Числа Белла. Рекуррентное соотношение для вычисления чисел Белла (с доказательством).

2 Вопрос

Извлечение квадратного корня с помощью ПФ.

Составитель Э.С. Сопин
Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

1 Вопрос

Числа Стирлинга I рода. Формула для вычисления чисел Стирлинга I рода (с доказательством).

2 Вопрос

Нахождение табличных ПФ.

Составитель Э.С. Сопин
Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

1 Вопрос

Беззнаковые числа Стирлинга I рода. Формула для вычисления беззнаковых чисел Стирлинга I рода (с доказательством).

2 Вопрос

Решение однородных линейных рекуррентных соотношений Теорема об общем виде решения рекуррентного соотношения порядка k (с доказательством).

Составитель Э.С. Сопин
Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11

1 Вопрос

Формула включений и исключений (с доказательством).

2 Вопрос

Решение неоднородных линейных рекуррентных соотношений методом производящих функций. (в качестве объяснения найти решение НЛРС, разобранного на лекции).

Составитель Э.С. Сопин
Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12

1 Вопрос

Решение задачи о беспорядках.

2 Вопрос

Числа Фибоначчи. Рекуррентная формула для чисел Фибоначчи. Вычисление явной формулы для чисел Фибоначчи.

Составитель Э.С. Сопин
Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13

1 Вопрос

Числа Каталана. Рекуррентная формула чисел Каталана. Нахождение ПФ, явной формулы и упрощенного рекуррентного соотношения для чисел Каталана.

2 Вопрос

Генерация комбинаторных объектов: перестановки, сочетания, разбиения числа, подмножества.

Составитель Э.С. Сопин
Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

Критерии оценки:
(*в соответствии с действующей нормативной базой*)

Вопрос 1 – 10 баллов за правильный ответ;
Вопрос 2 – 10 баллов за правильный ответ.

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

Вопросы для коллоквиума

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

1. Определение множества, мощности множества, прямого произведения множеств, подмножества, булеана. Правило суммы и правило произведения. Принцип Дирихле, обобщенный принцип Дирихле.
2. Выборка объема r из n элементов, типы выборок. Определение и формулы (с доказательством) для их числа: размещение, размещение с повторением, сочетание, сочетание с повторением, перестановка, мультимножество.
3. Основные тождества, связанные с числом сочетаний (4 тождества с доказательством).
4. Бином Ньютона (с доказательством).
5. Свойства биномиальных коэффициентов (5 свойств с доказательством).
6. Треугольник Паскаля. Свойства треугольника Паскаля (свойство шестиугольника с доказательством).
7. Разбиение множества. Числа Стирлинга II рода. Формула для вычисления чисел Стирлинга II рода через предыдущие (с доказательством). Формула для вычисления чисел Стирлинга II рода через сумму произведения сочетаний и предыдущих чисел Стирлинга II рода (с доказательством).
8. Числа Белла. Рекуррентное соотношение для вычисления чисел Белла (с доказательством).
9. Числа Стирлинга I рода. Формула для вычисления чисел Стирлинга I рода (с доказательством).
10. Беззнаковые числа Стирлинга I рода. Формула для вычисления беззнаковых чисел Стирлинга I рода (с доказательством).
11. Формула включений и исключений (с доказательством).
12. Решение задачи о беспорядках.
13. Формула для вычисления числа предметов, обладающих ровно n свойствами (с доказательством + доказательство леммы).
14. Формула для вычисления числа предметов, обладающих не менее чем, k свойствами (с доказательством).
15. Решение задачи о встречах.

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

Вопросы к экзамену

Дисциплина: Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы

1. Определение множества, мощности множества, прямого произведения множеств, подмножества, булеана. Правило суммы и правило произведения множеств. Принцип Дирихле, обобщенный принцип Дирихле.
2. Выборка объема r из n элементов, типы выборок. Определение и формулы (с доказательством) для их числа: размещение, размещение с повторением, сочетание, сочетание с повторением, перестановка, мультимножество.
3. Основные тождества, связанные с числом сочетаний (4 тождества с доказательством).
4. Бином Ньютона (с доказательством).
5. Свойства биномиальных коэффициентов (5 свойств с доказательством).
6. Треугольник Паскаля. Свойства треугольника Паскаля (свойство шестиугольника с доказательством).
7. Разбиение множества. Числа Стирлинга II рода. Формула для вычисления чисел Стирлинга II рода через предыдущие (с доказательством). Формула для вычисления чисел Стирлинга II рода через сумму произведения сочетаний и предыдущих чисел Стирлинга II рода (с доказательством).
8. Числа Белла. Рекуррентное соотношение для вычисления чисел Белла (с доказательством).
9. Числа Стирлинга I рода. Формула для вычисления чисел Стирлинга I рода (с доказательством).
10. Беззнаковые числа Стирлинга I рода. Формула для вычисления беззнаковых чисел Стирлинга I рода (с доказательством).
11. Формула включений и исключений (с доказательством).
12. Решение задачи о беспорядках.
13. Формула для вычисления числа предметов, обладающих ровно n свойствами (с доказательством + доказательство леммы).
14. Формула для вычисления числа предметов, обладающих не менее чем, k свойствами (с доказательством).
15. Решение задачи о встречах.
16. Полиномиальная теорема (с доказательством).
17. Формальный степенной ряд (ФСР). Определение производящей функции (ПФ). Свойства ПФ и ФСР: сложение, умножение, дифференцирование, интегрирование.
18. Задача о взвешивании.
19. Извлечение квадратного корня с помощью ПФ.
20. Нахождение табличных ПФ.
21. Решение однородных линейных рекуррентных соотношений Теорема об общем виде решения рекуррентного соотношения порядка k (с доказательством).
22. Решение неоднородных линейных рекуррентных соотношений методом производящих функций. (в качестве объяснения найти решение НЛРС, разобранного на лекции).

23. Числа Фибоначчи. Рекуррентная формула для чисел Фибоначчи. Вычисление явной формулы для чисел Фибоначчи.
24. Числа Каталана. Рекуррентная формула чисел Каталана. Нахождение ПФ, явной формулы и упрощенного рекуррентного соотношения для чисел Каталана.
25. Генерация комбинаторных объектов: перестановки, сочетания, разбиения числа, подмножества.