

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Российский университет дружбы народов»*

Экологический факультет

Рекомендовано МССН

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Дискретная математика

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность программы: «Моделирование и прогнозирование процессов
в экологии и экономике»

1. Цели и задачи дисциплины

Дискретная математика относится к числу основных математических дисциплин, безусловно необходимых для полноценного профессионального образования в области прикладной математики и информатики. Другими словами, основы дискретной математики являются необходимой составной частью общего университетского математического образования и владение ими является важным составляющим элементом общей математической и, что не менее, если не более, важно, – гуманитарной культуры выпускника магистратуры.

Основная цель курса – овладение обучающимися основными понятиями и методами дискретной математики: теорией функций алгебры логики, элементами теории функций многозначной логики, элементами комбинаторики и теории графов; и математической логики: исчислениями высказываний и предикатов. Также курс традиционно предваряется достаточно подробным очерком наивной теории множеств и завершается элементами аксиоматической теории множеств, знакомство с которыми также входит в основную цель курса.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Дискретная математика» входит в обязательную часть (вариативная компонента) и является одной из дисциплин, требующих для успешного освоения некоторого опыта серьезных занятий математикой. Дисциплина вырабатывает у обучающегося некоторую важную составляющую как математической, так и гуманитарной культуры.

Для ряда дисциплин предшествующее изучение «Дискретной математики» если и не является безусловно необходимым, то, во всяком случае, весьма полезно и способствует лучшему изучению и пониманию этих дисциплин. К таковым относятся:

- Дискретные математические модели;
- Теория и методы разработки управленческих решений;
- Дополнительные главы математического моделирования;
- Методология построения и верификации моделей различных процессов;
- Математические модели экономических процессов;
- Прогнозирование в экономике;
- Математические методы в управлении;
- Финансовое моделирование и прогнозирование;
- Математические модели динамических процессов биосферы;
- Прогнозирование в экологии;
- Моделирование в задачах техносферной безопасности;
- Управление природными ресурсами.

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- способность совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач (ОПК-2);
- способность разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности (ОПК-3);
- способность разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности (ПК-3).

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: Основные понятия дискретной математики и математической логики (отношения и функции, в том числе функции алгебры логики, формулы, предикаты, графы и др.); постановки основных задач теории множеств и логики и проблемы, связанные с ними; формулировки теорем, присутствующих в программе курса, и доказательства большинства из них.

Уметь: Решать задачи по всем разделам курса на уровне, задаваемом прилагаемыми примерами домашних заданий и контрольных работ.

Владеть: Наивной теорией множеств, элементарной теорией функций алгебры логики, основными определениями, понятиями и задачами теории графов, одним из исчислений высказываний и предикатов.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

№	Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
			2
1.	Аудиторные занятия (ак. часов)	24	24
	В том числе:		
1.1.	Лекции	8	8
1.2.	Прочие занятия	16	16
	<i>В том числе:</i>		
1.2.1.	<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	16	16
1.2.2.	<i>Семинары (С)</i>		
1.2.3.	<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>		
	Из них в интерактивной форме (ИФ):	16	16
2.	Самостоятельная работа студентов (ак. часов)	84	84
	В том числе:		
2.1.	Курсовой проект (работа)		
2.2.	Расчетно-графические работы		
2.3.	Реферат		
2.4.	Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	27	27
	<i>Другие виды самостоятельной работы</i>	57	57
3.	Общая трудоемкость (ак. часов)	108	108
	Общая трудоемкость (зачетных единиц)	3	3

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Начала (наивной) теории множеств	Множества, операции над ними. Мощности множеств, теоремы о счетных множествах, теорема Кантора-Бернштейна, теорема Кантора о мощности множества всех подмножеств данного множества, парадокс Рассела, мощность континуума, равномощность отрезка и квадрата. Упорядоченные пары по Куратовскому, декартово произведение множеств. Отношения, функции (отображения), отношения эквивалентности. Арифметика кардинальных чисел. Упорядоченные множества, наибольшие и максимальные элементы, фундированные и вполне упорядоченные множества, ординалы. Трансфинитная индукция. Аксиома выбора и теорема Цермело, их эквивалентность. Лемма Цорна и ее применения. Эквивалентность бесконечного множества и его декартова квадрата, мощность суммы и произведения множеств, по крайней мере одно из которых бесконечно. Арифметика ординалов. Парадокс Бурали-Форти.

2.	Элементарная комбинаторика	Перестановки, размещения, сочетания, треугольник Паскаля, бином Ньютона. Формула включений и исключений
3.	Функции алгебры логики	Функции алгебры логики. Формулы, равенство функций, СДНФ, СКНФ булевой функции, двойственная функция, принцип двойственности. Полином Жегалкина, линейные функции, монотонные функции. Полнота и замкнутость систем функций, важнейшие замкнутые классы, теорема Поста о полноте системы функций алгебры логики, предполные классы. Минимизация функций алгебры логики в классе ДНФ: постановка задачи, геометрическая интерпретация, сокращенная ДНФ, тупиковые ДНФ, геометрический алгоритм поиска минимальных и кратчайших, метод Блейка построения сокращенной ДНФ, критерий поглощения, алгоритм построения всех тупиковых ДНФ.
4.	Элементы k -значной логики	Функции k -значной логики, основные понятия, полнота, распознавание полноты, теорема Кузнецова. Особенности k -значных логик (теоремы Янова, Мучника, разложение в полиномы по модулю k и над полями Галуа).
5.	Элементы теории графов	Графы, основные понятия, изоморфизм графов, реализация графа в трехмерном пространстве, плоские графы, эйлеровы графы, теорема Понтрягина-Куратовского. Формула Эйлера, графы на двумерных замкнутых поверхностях, эйлерова характеристика поверхности. Двойственный граф, правильные графы на сфере, правильные мозаики, теорема о пяти красках. Приложения графов к топологии: зацепленность (при любом вложении в трёхмерное пространство) края листа Мёбиуса и его средней линии, невложимость проективной плоскости и бутылки Клейна в трёхмерное пространство.
6.	Исчисление высказываний	Высказывания, таблицы истинности. Связь с булевыми функциями. Аксиоматические теории. Аксиомы исчисления высказываний. Лемма дедукции. Теорема о полноте исчисления высказываний. Независимость аксиом исчисления высказываний.
7.	Исчисление предикатов	Предикаты и функции, валентность. Сигнатура, формулы и интерпретации. Язык первого порядка. Выразимые и невыразимые предикаты. Общезначимость. Аксиомы исчисления предикатов и правила вывода, корректность и полнота исчисления предикатов. Переименование переменных. Предварённая нормальная форма.
8.	Обзор формальной арифметики и аксиоматической теории множеств	Аксиомы Пеано и аксиомы формальной арифметики. Формулировки теорем Гёделя о неполноте и непротиворечивости. Идея доказательства средствами теории алгоритмов. Аксиоматика Цермело-Френкеля. Континuum-гипотеза.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов (тем) данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1.	Дискретные математические модели	+	+	+	+	+	+	+	+
2.	Теория и методы разработки управленческих решений			+		+	+	+	
3.	Дополнительные главы математического моделирования	+		+	+	+	+	+	
4.	Методология построения и верификации моделей различных процессов	+	+	+	+	+	+	+	
5.	Математические модели экономических процессов	+		+	+	+	+	+	
6.	Прогнозирование в экономике	+		+		+	+	+	
7.	Математические методы в управлении			+		+	+	+	
8.	Финансовое моделирование и прогнозирование	+		+		+	+	+	
9.	Математические модели динамических процессов биосферы	+		+		+	+	+	
10.	Прогнозирование в экологии	+		+		+	+	+	
11.	Моделирование в задачах техносферной безопасности	+		+		+	+	+	
12.	Управление природными ресурсами			+		+	+	+	

5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Лекц.	Практические занятия и лабораторные работы			СРС	Всего
			ПЗ/С	ЛР	из них в ИФ		
1.	Начала (наивной) теории множеств	1	2		2	7	10
2.	Элементарная комбинаторика	1	2		2	7	10
3.	Функции алгебры логики	1	2		2	7	10
4.	Элементы k -значной логики	1	2		2	7	10
5.	Элементы теории графов	1	2		2	7	10
6.	Исчисление высказываний	1	2		2	7	10
7.	Исчисление предикатов	1	2		2	7	10
8.	Обзор формальной арифметики и аксиоматической теории множеств	1	2		2	8	11
9.	Промежуточный контроль					27	27
	ИТОГО:	8	16		16	84	108

5.4. Описание интерактивных занятий

№ п/п	№ раздела	Тема интерактивного занятия	Вид занятия	Трудо-емкость (час.)
1.	1.	Множества, равномощность множеств, отображения, образ, прообраз отображения, арифметика кардинальных и ординальных чисел, трансфинитная индукция, полная упорядоченность, применение леммы Цорна.	воркшоп	2
2.	2.	Комбинаторика	воркшоп	2
3.	3.	Функции алгебры логики, формулы, таблицы, полином Жегалкина, линейность, монотонность, самодвойственность, проверка системы на полноту, подсчёт числа функций в разных множествах, замкнутость классов функций, алгоритмы поиска сокращенной ДНФ, тупиковых, минимальных и кратчайших.	воркшоп	2
4.	4.	Функции k -значной логики, формулы, таблицы, разложения в полиномы, проверка неполноты и полноты некоторых систем. Подсчёт числа функций в различных классах	воркшоп	2
5.	5.	Различные задачи, применяющие графы. Раскраски. Поверхности, эйлерова характеристика.	воркшоп	2
6.	6.	Пропозициональные формулы, тавтологии, выводы в исчислении высказываний, построение выводов, применение леммы дедукции, разные задачи.	воркшоп	2
7.	7.	Сигнатуры, формулы, интерпретации, модели. Выводы в исчислении предикатов. Разные задачи.	воркшоп	2
8.	8.	Повторение пройденного, подготовка к контролю знаний	воркшоп	2

6. Лабораторный практикум: Не предусмотрен.

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо-емкость (час.)
1.	1.	Множества, равномощность множеств, отображения, образ, прообраз отображения, арифметика кардинальных и ординальных чисел, трансфинитная индукция, полная упорядоченность, применение леммы Цорна.	2
2.	2.	Комбинаторика	2
3.	3.	Функции алгебры логики, формулы, таблицы, полином Жегалкина, линейность, монотонность, самодвойственность, проверка системы на полноту, подсчет числа функций в разных множествах, замкнутость классов функций, алгоритмы поиска сокращенной ДНФ, тупиковых, минимальных и кратчайших.	2
4.	4.	Функции k -значной логики, формулы, таблицы, разложения в полиномы, проверка неполноты и полноты некоторых систем. Подсчет числа функций в различных классах	2
5.	5.	Различные задачи, применяющие графы. Раскраски. Поверхности, эйлера характеристика.	2
6.	6.	Пропозициональные формулы, тавтологии, выводы в исчислении высказываний, построение выводов, применение леммы дедукции, разные задачи.	2
7.	7.	Сигнатуры, формулы, интерпретации, модели. Выводы в исчислении предикатов. Разные задачи.	2
8.	8.	Повторение пройденного, подготовка к контролю знаний	2

8. Примерная тематика курсовых работ: не предусмотрены.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Верещагин Н. К., Шень А. Х. «Начала теории множеств», М.: МЦНМО, 2008.
2. Верещагин Н. К., Шень А. Х. «Языки и исчисления», М.: МЦНМО, 2008.
3. под ред. Яблонского С. В. и Лупанова О. Б. «Дискретная математика и математические вопросы кибернетики», т. 1, М.: «Наука», 1974
4. Мендельсон Э. «Введение в математическую логику», М.: «Наука», 1976.
5. Оре О. «Графы и их применение», М., 1963

б) дополнительная литература

1. Верещагин Н. К., Шень А. Х. «Вычислимые функции», М.: МЦНМО, 2008.
6. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. «Элементы теории функций и функционального анализа». Любое издание.
7. Столл Р. «Множества. Логика. Аксиоматические теории». М., «Просвещение», 1968.
8. Манин Ю. И. «Доказуемое и недоказуемое», М., «Советское радио», 1979.
9. Яблонский С. В. «Введение в дискретную математику». Любое издание.
10. Яценко И.В. «Парадоксы теории множеств», М., МЦНМО, 2002.

в) программное обеспечение: пакет набора и вёрстки математических текстов TeX (например, MikTeX 2.7), пакеты OpenOffice.org версии не ниже 2.2, MSOffice версии не ниже 2000 и т.д.

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы: обеспечиваемые свободным доступом в Интернет в учебных лабораториях факультета и читальных залах РУДН

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Все материалы по дисциплине, в том числе примерные варианты контрольных работ, вопросы и задания к промежуточному (коллоквиум) и итоговому (экзамен) контролю знаний и др., опубликованы и постоянно обновляются (по мере необходимости) в ТУИС (на странице разработчика настоящей программы); перечисленные учебники и учебные пособия по курсу доступны студентам в библиотеке РУДН, часть из них (книги Н. Верещагина и А. Шеня) являются свободно распространяемыми и доступны через Интернет на сайте www.msme.ru. Также для материально-технического обеспечения дисциплины может быть использована электронная библиотека РУДН.

Общий аудиторный фонд: поточные аудитории Зал № 1, Зал № 2, 485, 495, 497 в учебном корпусе РУД, ул. Орджоникидзе, д. 3 (проекторы –3 шт.); групповые аудитории в учебном корпусе РУДН, ул. Орджоникидзе, д. 3 на 3, 4 и 5 этажах.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Разделы курса представляют собой практически не зависимые друг от друга модули и, таким образом, не обязательно должны следовать указанному выше порядку. Однако последние три раздела (6, 7 и 8) должны читаться в любом варианте курса именно в указанном порядке. Также нецелесообразна (хотя теоретически возможна) перестановка разделов 3 и 4.

Для текущего контроля успеваемости предусмотрены контрольные работы. Также предусмотрен коллоквиум. Итоговый контроль представляет собой экзамен по полному курсу, на который отводится 50 баллов, а работа студента в семестре оценивается из 10 баллов за посещение лекций и занятий, 25 баллов за контрольные работы и 15 – за выполнение домашних заданий.