

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дополнительные главы уравнений с частными производными

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

01.04.01 Математика

(указываются код и наименование направления подготовки/специальности)

Направленность программы (профиль)

магистратура "Функциональные методы в дифференциальных уравнениях и
междисциплинарных исследованиях (англ.)»

(наименование образовательной программы в соответствии с направленностью (профилем))

1. Цели и задачи дисциплины: Обучение современным достижениям теории эволюционных уравнений с частными производными с упором на уравнения нечетного порядка: свойствам функциональных пространств эволюционного типа, теории полугрупп, теории краевых задач для уравнения Кортевега – де Фриза.

2. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина по выбору студента.

Необходимы знания по математическому анализу, функциональному анализу, обыкновенным дифференциальным уравнениям, дифференциальным уравнениям в частных производных.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

| п/п | Шифр и наименование компетенции | Предшествующие дисциплины | Последующие дисциплины (группы дисциплин) |
|----------------------------------|---|----------------------------------|---|
| Общепрофессиональные компетенции | | | |
| | ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики | История и методология математики | Государственный экзамен |

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные свойства пространств эволюционного типа, теорию полугрупп.

Уметь: применять свойства пространств эволюционного типа и теорию полугрупп для исследования краевых задач для эволюционных дифференциальных уравнений с частными производными.

Владеть: современным математическим аппаратом исследования краевых задач для эволюционных дифференциальных уравнений с частными производными.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

| № | Вид учебной работы | Всего часов | Семестры | | | |
|--------|----------------------------------|-------------|----------|---|---|----|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1. | Аудиторные занятия (ак. часов) | 32 | | | | 32 |
| | В том числе: | | | | | |
| 1.1. | Лекции | 16 | | | | 16 |
| 1.2. | Прочие занятия | 16 | | | | 16 |
| | В том числе: | | | | | |
| 1.2.1. | <i>Практические занятия (ПЗ)</i> | | | | | |
| 1.2.2. | <i>Семинары (С)</i> | | | | | |
| 1.2.3. | <i>Лабораторные работы (ЛР)</i> | | | | | |

| | | <i>Из них в интерактивной форме (ИФ):</i> | | | | |
|-----------|---|---|--|--|--|-----|
| 2. | Самостоятельная работа студентов (ак. часов) | 76 | | | | 76 |
| | В том числе: | | | | | |
| 2.1. | Курсовой проект (работа) | | | | | |
| 2.2. | Расчетно-графические работы | | | | | |
| 2.3. | Реферат | | | | | |
| 2.4. | Подготовка и прохождение промежуточной аттестации | 36 | | | | 36 |
| | <i>Другие виды самостоятельной работы</i> | 40 | | | | 40 |
| 3. | Общая трудоемкость (ак. часов) | 108 | | | | 108 |
| | <i>Общая трудоемкость (зачетных единиц)</i> | 3 | | | | 3 |

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Содержание раздела |
|-------|--|--|
| 1. | Измеримость по Бохнеру, интеграл Бохнера | Определение измеримости и интегрируемости по Бохнеру функций со значениями в банаховом пространстве, простейшие свойства. Критерии измеримости и интегрируемости по Бохнеру. Предел последовательности функций измеримых по Бохнеру. Действие линейного оператора на интеграл Бохнера. |
| 2. | Полугруппы операторов | Определение и простейшие свойства непрерывных полугрупп операторов в банаховом пространстве. Генератор полугруппы и его свойства. Теорема Хилле-Иосиды. Критерий существования полугруппы в гильбертовом пространстве. |
| 3. | Уравнение Кортевега-де Фриза | Уравнение Кортевега-де Фриза и его физический смысл. Солитоны. Законы сохранения для уравнения Кортевега-де Фриза. |
| 4. | Линеаризованное уравнение Кортевега-де Фриза | Задача Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза. Применение теории групп унитарных операторов для построения и исследования свойств ее решений. Специальные свойства решений: локальное сглаживание, оценка максимальных функций. |

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

| № п/п | Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин | № № разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин | | | | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|--|--|--|--|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | ... | | | | |
| 1. | Нет обеспечиваемых (последующих) дисциплин | | | | | | | | | | | | | |

5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

| № | Наименование раздела | Лекц. | Практические занятия и лабораторные работы | СРС | Всего |
|---|----------------------|-------|--|-----|-------|
|---|----------------------|-------|--|-----|-------|

| | | | | | | | |
|-----|--|----|------|----|----------------|----|-----|
| п/п | | | ПЗ/С | ЛР | из них в ИФ | | |
| 1. | Измеримость по Бохнеру, интеграл Бохнера | 4 | 4 | | | | |
| 2. | Полугруппы операторов | 4 | 4 | | | | |
| 3. | Уравнение Кортевега-де Фриза | 4 | 4 | | | | |
| 4. | Линеаризованное уравнение Кортевега-де Фриза | 4 | 4 | | | | |
| | Итого: | 16 | 16 | | | 76 | 108 |

6. Лабораторный практикум: Не предусмотрен.

7. Практические занятия (семинары):

| № п/п | № раздела | Тема интерактивного занятия | Трудо-емкость (час.) |
|-------|-----------|--|----------------------|
| 1. | 1. | Измеримость по Бохнеру, интеграл Бохнера | 4 |
| 2. | 2. | Полугруппы операторов | 4 |
| 3. | 3. | Уравнение Кортевега-де Фриза | 4 |
| 4. | 4. | Линеаризованное уравнение Кортевега-де Фриза | 4 |

8. Примерная тематика курсовых проектов (работ): Не предусмотрены.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Фаминский А.В. Функциональные пространства эволюционного типа. 2-е издание, исправленное и дополненное. Москва: Изд-во РУДН, 2016.
2. Фаминский А.В. Избранные главы теории эволюционных уравнений. Москва: Изд-во РУДН, 2014.

б) дополнительная литература:

1. Иосида К. Функциональный анализ. Москва: Изд-во ЛКИ, 2007 г.
2. Гаевский Х., Греггер К., Захариас К. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения. Москва: Мир, 1978.
3. Кружков С.Н., Фаминский А.В. Обобщенные решения задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза. Математический сборник, 1983, т. 120, № 3, с. 396-425
4. Фаминский А.В. Смешанные задачи для уравнения Кортевега-де Фриза. Математический сборник, 1999, т. 190, № 6, с.127-160.
5. Kenig С.Е., Ponce G., Vega L. Well-posedness and scattering results for the generalized Korteweg-de Vries equation via the contraction principle. Communications in Pure and Applied Mathematics, 1993, v.43, p.527-620.

в) программное обеспечение: не требуется

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы: не требуются

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Общий аудиторный фонд: поточные аудитории Зал № 1, Зал № 2, 485, 495, 497 в учебном корпусе РУД, ул. Орджоникидзе, д. 3 (проекторы –3 шт.); групповые аудитории в учебном корпусе РУДН, ул. Орджоникидзе, д. 3 на 3, 4 и 5 этажах.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

В каждом семестре на итоговый контроль знаний отводится 60 баллов, ещё 40 баллов отводится на посещение занятий и выполнение домашних заданий. Итоговая сумма баллов в каждом семестре – 100.

Соответствие систем оценок (используемых ранее оценок итоговой академической успеваемости, оценок ECTS и балльно-рейтинговой системы (БРС) оценок текущей успеваемости) (В соответствии с Приказом Ректора №996 от 27.12.2006 г.):

| Баллы БРС | Традиционные оценки в РФ | Баллы для перевода оценок | Оценки | Оценки ECTS |
|-----------|--------------------------|---------------------------|--------|-------------|
| 86 – 100 | 5 | 95 - 100 | 5+ | A |
| | | 86 - 94 | 5 | B |
| 69 – 85 | 4 | 69 - 85 | 4 | C |
| 51 – 68 | 3 | 61 - 68 | 3+ | D |
| | | 51 - 60 | 3 | E |
| 0 – 50 | 2 | 31 - 50 | 2+ | FX |
| | | 0 - 30 | 2 | F |

1. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
2. Отсрочка в сдаче домашнего задания считается уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки.
3. Студент допускается к итоговому контролю с любым количеством баллов, набранным в семестре, но при условии, что у него имеется теоретическая возможность получить не менее 31 балла.
4. Если в итоге за семестр студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и он должен повторить дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т.е. F_x, то ему разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов путём повторного одноразового выполнения предусмотренных итоговых контрольных мероприятий; при этом аннулируются, по усмотрению преподавателя, соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в период с 07.02 по 28.02 (с 07.09 по 28.09) по согласованию с деканатом.
5. Итоговая контрольная работа (итоговый контроль) содержит от 3 до 6 вопросов (или заданий). На подготовку к ответу отводится 1 час, после чего производится устный опрос студента. Оценивается работа из 60 баллов независимо от оценки, полученной в семестре.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) – *прилагается.*

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС 3++ РУДН.

Разработчик

д.ф.-м.н., проф.

А.В. Фаминский

Директор Математического института,
д.ф.-м.н., профессор

А.Л. Скубачевский

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

Математический институт им. С.М. Никольского

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине **«Дополнительные главы уравнений с частными производными»**

Рекомендуется для направления подготовки

01.04.01 Математика

Квалификация (степень) выпускника

Магистр

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Дополнительные главы уравнений с частными производными»

Направление/Специальность: 01.04.01
шифр

Математика
название

| Код контролируемой компетенции или ее части | Контролируемый раздел дисциплины | Контролируемая тема дисциплины | Наименование оценочного средства | | | | | | | | | | | | | Баллы темы | Баллы раздела | | | | | | |
|---|--|---|----------------------------------|------|------------|--------------------|---------------|------------------|---------------|---------|----------------|---------------------|--------------------------|-----|---------------|------------|---------------|---|---|--|----|-----|----|
| | | | Текущий контроль | | | | | | | | | | Промежуточная аттестация | | | | | | | | | | |
| | | | Опрос | Тест | Коллоквиум | Контрольная работа | Выполнение ЛР | Выполнение КР/КП | Выполнение ДЗ | Реферат | Выполнение РГР | Работа на инт. зан. | ... | ... | Экзамен/Зачет | ... | ... | | | | | | |
| ОПК-1 | Дополнительные главы уравнений с частными производными | Группы операторов | | | | | | | | 3 | | | | | 4 | | | 8 | | | 15 | 100 | |
| | | Абстрактные эволюционные уравнения | | | | | | | | | | | | | | 4 | | | 9 | | | | 13 |
| | | Специальные свойства групп унитарных операторов | | | | | | | | | 3 | | | | | 4 | | | 8 | | | | 15 |
| | | Уравнение Кортвега-де Фриза | | | | | | | | | | | | | | 4 | | | 9 | | | | 13 |
| | | Линеаризованное | | | | | | | | | 3 | | | | | 4 | | | 9 | | | | 16 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|---|--|--|--|--|----|--|--|--|----|--|--|----|--|--|--|--|-----|-----|
| | | уравнение Кортевега-де Фриза | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | Задача Коши для уравнения Кортевега-де Фриза | | | | | 3 | | | | 4 | | | 8 | | | | | 15 | |
| | | Смешанные задачи для уравнения Кортевега-де Фриза | | | | | | | | | 4 | | | 9 | | | | | 13 | |
| | | ИТОГО: | | | | | 12 | | | | 28 | | | 60 | | | | | 100 | 100 |

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМАМ

1. Сформулируйте теорему существования и единственности классического решения абстрактной задачи Коши.
2. Приведите различные подходы к понятию обобщённого решения абстрактной задачи Коши и их связь с понятием классического решения.
3. Сформулируйте теорему о существовании и единственности обобщённого решения абстрактной задачи Коши.
4. Опишите физический смысл уравнения Кортевега-де Фриза. Напишите для него законы сохранения.
5. Опишите полугруппу для решения задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза. Какие свойства решений вытекают из общей теории полугрупп?
6. Сформулируйте лемму Ван дер Корпута.
7. Определите функцию Эйри и опишите её свойства.
8. Сформулируйте оценку Стрихартца для решений задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
9. Опишите свойство локального сглаживания решений задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
10. Сформулируйте оценку для максимальных функций для решений задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
11. Введите класс корректности решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза и опишите его свойства.
12. Сформулируйте теорему о корректной разрешимости задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
13. Приведите аналоги законов сохранения для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
14. Сформулируйте определение обобщённого решения задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза и обоснуйте его корректность.
15. Каковы свойства обобщённых решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза вытекают из определения.
16. Сформулируйте теорему единственности решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза.
17. Сформулируйте теорему существования глобальных решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза. Опишите два основных этапа её доказательства.

ВОПРОСЫ К ИТОГОВОМУ КОНТРОЛЮ ЗНАНИЙ

по специальному курсу «Дополнительные главы уравнений с частными производными»
по направлению подготовки «Математика»

1. Определение и простейшие свойства непрерывных полугрупп операторов в банаховом пространстве. Генератор полугруппы и его свойства.
2. Теорема Хилле-Иосиды.
3. Критерий существования полугруппы в гильбертовом пространстве.
4. Определение и простейшие свойства непрерывных групп операторов в банаховом пространстве, связь с полугруппами. Генератор группы и его свойства. Аналог теоремы Хилле-Иосиды для групп.
5. Теорема Стоуна о группах унитарных операторов в гильбертовом пространстве.

6. Применение полугрупп для решения эволюционных уравнений в банаховом пространстве. Теорема существования и единственности классического решения.
7. Понятия обобщенных решений эволюционных уравнений в банаховом пространстве. Теорема существования и единственности обобщенного решения.
8. Оценки типа Стрихартца для групп унитарных операторов.
9. Уравнение Кортевега-де Фриза и его физический смысл. Солитоны. Законы сохранения для уравнения Кортевега-де Фриза.
10. Задача Коши для линейризованного уравнения Кортевега-де Фриза. Применение теории групп унитарных операторов для построения и исследования свойств ее решений.
11. Специальные свойства решений задачи Коши для линейризованного уравнения Кортевега-де Фриза: локальное сглаживание, оценка максимальных функций.
12. Построение локальных по времени регулярных решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза на основе свойств решений линейризованного уравнения.
13. Применение законов сохранения для построения глобальных по времени решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза.
14. Теорема существования обобщенных решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза.
15. Теорема единственности обобщенных решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза.
16. Постановка смешанных задач для уравнения Кортевега-де Фриза. Граничные потенциалы для линейризованного уравнения Кортевега-де Фриза и их свойства.
17. Теоремы существования и единственности регулярных решений смешанных задач для уравнения Кортевега-де Фриза.
18. Теоремы существования обобщенных решений смешанных задач для уравнения Кортевега-де Фриза.
19. Теоремы единственности обобщенных решений смешанных задач для уравнения Кортевега-де Фриза.