

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 30.06.2022 11:54:50  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d891083f939673078e1ca3804ae18e

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Российский университет дружбы народов»**

**Факультет физико-математических и естественных наук**  
(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Functional-differential equations and nonlocal boundary value problems /  
Функционально-дифференциальные уравнения и нелокальные краевые  
задачи**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

**01.04.01 "Математика"**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной  
профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП  
ВО):**

**Functional methods in differential equations and interdisciplinary research /  
Функциональные методы в дифференциальных уравнениях и  
междисциплинарных исследованиях (англ.)**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2022 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Функционально-дифференциальные уравнения и нелокальные краевые задачи» является знакомство с основными свойствами и современными методами качественного исследования неклассических задач для уравнений с частными производными, включая эллиптические уравнения с нелокальными краевыми условиями и краевые задачи для функционально-дифференциальных уравнений.

The course in Functional Differential Equations and Nonlocal Boundary Value Problems is aimed at familiarization with the basic properties and contemporary methods of qualitative study of nonclassical problems for partial differential equations including elliptic equations with nonlocal boundary conditions and boundary value problems for functional differential equations.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Функционально-дифференциальные уравнения и нелокальные краевые задачи» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

*Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)*

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
УК-2	Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1 Формулирует на основе поставленной проблемы проектную задачу и способ ее решения через реализацию проектного управления
		УК-2.2 Разрабатывает концепцию проекта в рамках обозначенной проблемы: формулирует цель, задачи, обосновывает актуальность, значимость, ожидаемые результаты и возможные сферы их применения
		УК-2.3 Планирует необходимые ресурсы, в том числе, с учетом их заменяемости
		УК-2.4 Разрабатывает план реализации проекта с использованием инструментов планирования
		УК-2.5 Осуществляет мониторинг хода реализации проекта, корректирует отклонения, вносит дополнительные изменения в план реализации проекта, уточняет зоны ответственности участников проекта
УК-3	Способен организовывать и руководить работой команды, выработывая командную стратегию для достижения поставленной цели	УК-3.1 Вырабатывает стратегию сотрудничества и на ее основе организует отбор членов команды для достижения поставленной цели
		УК-3.2 Планирует и корректирует работу команды с учетом интересов, особенностей поведения и мнений ее членов

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
		УК-3.3 Разрешает конфликты и противоречия при деловом общении на основе учета интересов всех сторон
		УК-3.4 Организует дискуссии по заданной теме и обсуждение результатов работы команды с привлечением оппонентов разработанным идеям
		УК-3.5 Планирует командную работу, распределяет поручения и делегирует полномочия членам команды
ПК-2	Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	ПК-2.1 Проводит поиск специализированной информации в патентно-информационных базах данных
		ПК-2.2 Анализирует и обобщает результаты патентного поиска по тематике проекта в выбранной области математики
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности	ПК-3.1 Систематизирует информацию, полученную в ходе НИР, анализирует ее и сопоставляет с литературными данными
		ПК-3.2 Определяет возможные направления развития работ и перспективы практического применения полученных результатов

### 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Функционально-дифференциальные уравнения и нелокальные краевые задачи» относится к вариативной компоненте блока Б1 ОП ВО.

В рамках ОП ВО обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Управляемые системы с последствием».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
УК-2	Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	Нет	Государственный экзамен

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
УК-3	Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	Нет	Государственный экзамен
ПК-2	Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	Нет	НИР, Преддипломная практика
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности	Нет	Междисциплинарная курсовая работа, НИР, Преддипломная практика

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Функционально-дифференциальные уравнения и нелокальные краевые задачи» составляет 6 зачетных единиц.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения ОП ВО для **ОЧНОЙ** формы обучения

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.	Семестр(-ы)			
		1			
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	72	72			
Лекции (ЛК)	36	36			
Лабораторные работы (ЛР)					
Практические/семинарские занятия (СЗ)	36	36			
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	108	108			

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.	Семестр(-ы)			
		1			
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	36	36			
Общая трудоемкость дисциплины	ак.ч.	216	216		
	зач.ед.	6	6		

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)	Вид учебной работы*
Краевые задачи для функционально-дифференциальных уравнений. Вводная часть	Вариационные и краевые задачи с отклоняющимся аргументом. Разрешимость и регулярность обобщенных решений. Краевые задачи для дифференциально-разностных уравнений в одномерном случае. Сведение краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения на отрезке к дифференциальному уравнению с нелокальными краевыми условиями. Эллиптические уравнения второго порядка в цилиндре с нелокальными краевыми условиями.	ЛК, СЗ
Сильно эллиптические системы дифференциальных уравнений	Исследование неравенства Гординга для уравнений и систем уравнений с частными производными. Вывод необходимых и достаточных условий. Случай переменных коэффициентов. Метод локализации. Сравнение условий эллиптичности и сильной эллиптичности. Разрешимость и спектральные свойства задачи Дирихле для сильно эллиптической системы дифференциальных уравнений.	ЛК, СЗ
Краевые задачи для эллиптических дифференциально-разностных уравнений	Разностные операторы в ограниченных областях евклидова пространства. Разбиение области, порожденное разностным оператором. Матричное описание разностных операторов, сравнение с символом разностного оператора. Решение задачи коэрцитивности (исследование неравенства типа Гординга) для дифференциально-разностных операторов. Получение достаточных условий и необходимых условий сильной эллиптичности в алгебраической форме. Постановка первой краевой задачи для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения, обобщенные решения. Исследование разрешимости и структуры спектра. Исследование гладкости обобщенных решений первой краевой задачи для сильно эллиптических дифференциально-разностных уравнений. Внутренняя гладкость	ЛК, СЗ

Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)	Вид учебной работы*
	в подобластях. Эффект нарушения гладкости при подходе к границе подобласти. Примеры сохранения гладкости в подобластях, а также во всей области.	
Краевые задачи для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений с растяжениями и сжатиями аргументов	Функциональные операторы с растяжениями и сжатиями аргументов, их свойства в пространствах Соболева. Описание при помощи преобразования Гельфанда. Модельная краевая задача для эллиптического функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями в звездной области. Эффект появления бесконечномерного ядра/коядра. Задача коэрцитивности для функционально-дифференциального оператора с растяжениями и сжатиями в ограниченной области, содержащей центр сжатий. Получение алгебраического критерия сильной эллиптичности в виде положительности скалярного символа оператора (комбинации преобразований Фурье и Гельфанда). Приложение к дифференциально-разностным операторам. Разрешимость и спектр первой краевой задачи для сильно эллиптического функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов. Исследование гладкости обобщенных решений в частных случаях. Особенности обобщенных решений первой краевой задачи для сильно эллиптического уравнения вблизи начала координат (центра сжатия).	ЛК, СЗ
Нелокальные краевые задачи. Вводная часть	Используемые в курсе функциональные пространства, интерполяционные неравенства, факты из теории краевых задач для эллиптических уравнений с параметром, а также краевых задач для эллиптических уравнений в негладких областях; происхождение нелокальных краевых задач и их классификация.	ЛК, СЗ
Задача с носителем нелокальных членов внутри области	Постановка задачи, интерпретация нелокального условия. Пример: решение методом разделения переменных задачи для уравнения Пуассона в круге с нелокальным условием, связывающим след искомой функции на границе круга с ее следом на внутренней окружности. Априорная оценка и разрешимость эллиптической краевой задачи с параметром в нормах пространств Соболева, зависящих от параметра. Доказательство	ЛК, СЗ

Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)	Вид учебной работы*
	априорной оценки в пространствах Соболева решений задачи для эллиптического уравнения с нелокальным краевым условием в случае, когда носитель нелокальных членов лежит внутри области. Фредгольмова разрешимость в пространствах Соболева, дискретность и секториальная структура спектра нелокальной краевой задачи.	
Задача с подходом носителя нелокальных членов к границе вне точек сопряжения	Решение модельной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в бесконечном плоском угле в пространствах с весом. Переход к ограниченной области, метод локализации. Постановка задачи для уравнения Пуассона с нелокальным условием, связывающими след функции на части границы с ее следом на многообразии, лежащим в замыкании области и имеющим непустое пересечение с границей. Доказательство априорной оценки решений в весовых пространствах. Построение правого регуляризатора в весовых пространствах для оператора нелокальной краевой задачи, метод компенсации нелокальных членов.	ЛК, СЗ

\* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Для самостоятельной	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для	

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
работы обучающихся	проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### *Основная литература:*

1. A.L. Skubachevskii, “Nonclassical boundary value problems. I”, Journal of Mathematical Sciences, 155:2 (2008), 199–334 (in English).
2. A.L. Skubachevskii, “Nonclassical boundary-value problems. II”, Journal of Mathematical Sciences, 166:4 (2010), 377–561 (in English).
3. A.L. Skubachevskii. Boundary-value problems for elliptic functional-differential equations and their applications// Russian Math. Surveys, 71:5 (2016), 801–906 (in English).
4. L. E. Rossovskii, “Elliptic functional differential equations with contractions and extensions of independent variables of the unknown function”, Journal of Mathematical Sciences, 223:4 (2017), 351–493 (in English).

### *Дополнительная литература:*

1. A.L. Skubachevskii. Elliptic functional differential equations and applications. Basel-Boston-Berlin: Birkhauser, 1996.
2. L. E. Rossovskii. Nonlocal boundary value problems and functional differential equations. Part 2. Boundary value problems for some functional differential equations with linearly transformed argument. Изд-во РУДН, Москва, 2014 (Textbook in English).

### *Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров:
  - Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН <http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>
  - ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
2. Базы данных и поисковые системы:
  - поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>
  - поисковая система Google <https://www.google.ru/>



*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине «Функционально-дифференциальные уравнения и нелокальные краевые задачи».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

## **8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Оценочные материалы и балльно-рейтинговая система\* оценивания уровня сформированности компетенций (части компетенций) по итогам освоения дисциплины «Функционально-дифференциальные уравнения и нелокальные краевые задачи» представлены в Приложении к настоящей Рабочей программе дисциплины.

\* - Ом и БРС формируются на основании требований соответствующего локального нормативного акта РУДН.

**РАЗРАБОТЧИКИ:**

**Профессор, Математический ин-т  
им. С.М. Никольского**



**Л.Е. Россовский**

---

Должность, БУП

---

Подпись

---

Фамилия И.О.

**РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:**

**Директор Математического  
института им. С.М. Никольского**



**Муравник А.Б.**

---

Наименование БУП

---

Подпись

---

Фамилия И.О.

**РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:**

**Профессор Математического  
института им. С.М. Никольского**



**Буренков В.И.**

---

Должность, БУП

---

Подпись

---

Фамилия И.О.