

ПРОГРАММА

Наименование дисциплины: Комплексный анализ

Рекомендуется для направления подготовки

01.03.01 Математика

(указываются код и наименования направления(ий)

подготовки (специальности (ей) и/или профилей (специализаций)

Квалификация (степень) выпускника «бакалавр»

(указывается квалификация (степень) выпускника в соответствии с ОС ВО РУДН)

1. Цели и задачи дисциплины: Теория функций комплексного переменного, именуемая также как комплексный анализ, является одной из важнейших математических дисциплин. Знание основных понятий этой теории и умение использовать её методы является необходимой составной частью общего университетского математического образования. Имея во многом общую терминологию с математическим анализом, комплексный анализ обладает рядом уникальных особенностей, которые позволяют построить стройную и красивую теорию функций комплексного переменного. Эта дисциплина имеет многочисленные важные приложения в других областях математики, таких как математический и функциональный анализ, теория дифференциальных уравнений, а также в различных естественнонаучных дисциплинах.

Основная цель курса – обучение классическим основам теории функций одного комплексного переменного: понятиям производной и интеграла функции одного комплексного переменного, разложению таких функций в ряды Тейлора и Лорана, классификации изолированных особых точек, теории вычетов и её применению к вычислению интегралов, теории конформных отображений, преобразованию Лапласа, введению в теорию многозначных аналитических функций.

2. Место дисциплины в структуре ООП:

Блок 1, базовая часть.

Для изучения дисциплины «Комплексный анализ» требуются знания из алгебры и математического анализа.

Дисциплина является предшествующей для следующих курсов:

- Математический анализ
- Дифференциальные уравнения
- Функциональный анализ
- Дифференциальная геометрия и топология
- Теоретическая механика
- Математические методы экономического прогнозирования
- Математическое моделирование
- Уравнения математической физики
- Оптимизация и выпуклый анализ
- Обобщенные функции

а также для всех специальных курсов по выбору студента и специальных семинаров и для выполнения студентами их курсовых работ.

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

(указываются на основании ОС ВО РУДН)

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: Основные понятия теории функций комплексного переменного (комплексная и расширенная комплексная плоскость, производная и интеграл функции комплексного переменного, ряды Тейлора и Лорана, особые точки и их классификация, вычеты, конформные отображения, многозначные функции и др.); постановки основных задач дисциплины, алгоритмы и методы их решения; формулировки теорем, присутствующих в программе курса, и доказательства большинства из них.

Уметь: исследовать дифференцируемость функций комплексного переменного, находить разложения этих функций в ряды Тейлора и Лорана, исследовать особые точки, вычислять интегралы (в том числе, контурные), применять методы комплексного анализа для вычисления интегралов от функций действительного переменного, строить конформные отображения,

применять преобразование Лапласа.

Владеть: методами нахождения вычетов и их применения для вычисления контурных интегралов, методами конформного отображения областей на плоскости.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц.

№	Вид учебной работы	Всего часов	Модули			
			8	9	3	4
1.	Аудиторные занятия (ак. часов)	120	48	72		
	В том числе:					
1.1.	Лекции	52	16	36		
1.2.	Прочие занятия					
	<i>В том числе:</i>					
1.2.1.	<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	68	32	36		
1.2.2.	<i>Семинары (С)</i>					
1.2.3.	<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>					
	Из них в интерактивной форме (ИФ):	70	36	17		
2.	Самостоятельная работа студентов (ак. часов)	168	60	108		
	В том числе:					
2.1.	Курсовой проект (работа)					
2.2.	Расчетно-графические работы					
2.3.	Реферат					
2.4.	Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	63		63		
	<i>Другие виды самостоятельной работы</i>	105	60	45		
3.	Общая трудоемкость (ак. часов)	288	108	180		
	Общая трудоемкость (зачетных единиц)	8	3	5		

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Комплексная плоскость.

Комплексная плоскость как геометрическая интерпретация множества комплексных чисел. Расширенная комплексная плоскость. Стереографическая проекция. Топология на комплексной плоскости и на расширенной комплексной плоскости.

Тема 2. Функции комплексного переменного.

Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Свойства непрерывных функций. Кривые на комплексной плоскости.

Тема 3. Дифференцирование функций комплексного переменного.

Производная функции комплексного переменного. Условия Коши – Римана. Формальные частные производные. Понятие голоморфной функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие о конформном отображении.

Тема 4. Примеры функций комплексного переменного.

Степенная, показательная, тригонометрические, гиперболические функции и их свойства. Простейшие многозначные функции: корень и логарифм; римановы поверхности для этих функций.

Тема 5. Интегрирование функций комплексного переменного.

Определение интеграла от функции комплексного переменного. Теорема существования и простейшие свойства. Первообразная функции комплексного переменного и её простейшие

свойства. Необходимые и достаточные условия существования первообразной в произвольной области.

Тема 6. Интегральные теоремы Коши.

Интегральная теорема Коши для односвязной области. Теорема о составном контуре. Обобщённая теорема Коши для звёздной области. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем.

Тема 7. Степенные ряды с комплексными членами.

Простейшие свойства рядов с комплексными членами. Круг сходимости степенного ряда с комплексными членами. Теорема Коши – Адамара. Равномерная сходимость, непрерывность и голоморфность суммы степенного ряда. Теорема о разложении голоморфной функции в ряд Тейлора и следствия из неё. Разложение в степенные ряды основных элементарных функций и простейших многозначных функций.

Тема 8. Свойства голоморфных функций.

Неравенство Коши, теорема Лиувилля, основная теорема алгебры. Теорема Мореры. Теорема Вейерштрасса о рядах из голоморфных функций. Эквивалентные определения голоморфности функции в точке. Теорема единственности для голоморфных функций, изолированность нуля голоморфной функции. Теорема о порядке нуля голоморфной функции.

Тема 9. Ряды Лорана, изолированные особые точки.

Ряды Лорана и их свойства. Теорема о разложении в ряд Лорана функции, голоморфной в кольце. Классификация изолированных особых точек. Критерии существования устранимой особой точки, полюса и существенно особой точки. Порядок полюса, теорема о порядке полюса. Теорема Сохоцкого.

Тема 10. Вычеты.

Вычеты в конечных и бесконечной особых точках. Теоремы о вычетах для ограниченных и неограниченных областей. Формулы для нахождения вычетов. Применение вычетов для вычисления определённых и несобственных интегралов. Лемма Жордана.

Тема 11. Гармонические функции.

Гармонические функции на плоскости и их связь с голоморфными функциями.

Тема 12. Основные понятия конформных отображений.

Определение конформного отображения в конечных и бесконечной точках. Необходимое и достаточное условие конформности.

Тема 13. Дробно-линейные функции и их свойства.

Взаимнооднозначность и конформность отображений, задаваемых дробно-линейными функциями. Групповое и круговое свойства, сохранение симметрии. Теорема об отображении тройки точек на расширенной комплексной плоскости. Канонические дробно-линейные отображения.

Тема 14. Примеры конформных отображений.

Конформные отображения, задаваемые степенной, показательной, тригонометрическими, гиперболическими функциями и функцией Жуковского. Конформные отображения, задаваемые простейшими многозначными функциями.

Тема 15. Геометрические свойства голоморфных функций.

Логарифмическая производная и теорема о логарифмическом вычете. Принцип аргумента и теорема Руше. Принцип сохранения области, критерий локальной однолиственности, конформность обратного отображения. Принцип максимума модуля и лемма Шварца.

Тема 16. Конформная эквивалентность.

Понятие конформной эквивалентности областей. Теорема Римана (без док-ва) и следствия из неё. Конформная классификация односвязных областей. Соответствие границ при конформных отображениях.

Тема 17. Принцип симметрии.

Лемма об аналитическом продолжении по непрерывности. Принцип симметрии Римана – Шварца при конформных отображениях.

Тема 18. Преобразование Лапласа.

Определение преобразования Лапласа и его простейшие свойства. Голоморфность изображения. Теорема обращения преобразования Лапласа. Операционный метод.

Тема 19. Аналитические элементы и аналитическое продолжение.

Понятие аналитического элемента. Непосредственное аналитическое продолжение. Аналитическое продолжение по цепи и аналитическое продолжение вдоль пути, связь между ними. Свойства аналитического продолжения. Теорема о продолжении вдоль гомотопных путей.

Тема 20. Понятие многозначной аналитической функции.

Определение аналитической функции. Область определения и множество значений. Теорема о монодромии. Теорема Пуанкаре – Вольтерры. Корень и логарифм как примеры многозначных аналитических функций.

Тема 21. Особые точки аналитических функций.

Изолированные особые точки аналитических функций и их классификация. Особые точки на границе аналитического элемента. Теорема об особых точках на границе круга сходимости степенного ряда.

Тема 22. Целые и мероморфные функции.

Целые и мероморфные функции и их простейшие свойства. Теорема Миттаг-Леффлёра. Разложение мероморфных функций. Разложение целых функций в бесконечные произведения. Теорема Вейерштрасса.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов (тем) данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин
1.	Математический анализ	4, 10
2.	Дифференциальные уравнения	4, 18
3.	Функциональный анализ	5, 6, 19, 20, 21, 22
4.	Дифференциальная геометрия и топология	12, 13, 14, 15, 16, 17
5.	Теоретическая механика	3,5, 6
6.	Математические методы экономического прогнозирования	6, 7, 9, 10
7.	Математическое моделирование	Все темы
8.	Уравнения математической физики	3, 4, 5, 6,7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. 15, 16, 17, 18
10.	Обобщённые функции	3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11

5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Лекц.	Практические занятия и лабораторные работы			СРС
			ПЗ/С	ЛР	из них в ИФ	
1.	Комплексная плоскость.	2	2		2	0

2.	Функции комплексного переменного.	2	2		2	8
3.	Дифференцирование функций комплексного переменного.	2	2		2	8
4.	Примеры функций комплексного переменного.	2	2		6	8
5.	Интегрирование функций комплексного переменного.	2	2		2	8
6.	Интегральные теоремы Коши.	2	2		2	8
7.	Степенные ряды с комплексными членами.	2	4		2	8
8.	Свойства голоморфных функций.	2	4		2	8
9.	Ряды Лорана, изолированные особые точки.	2	4		4	8
10.	Вычеты.	2	4		10	8
11.	Гармонические функции.	2	4		2	8
12.	Основные понятия конформных отображений.	2	4		2	8
13.	Дробно-линейные функции и их свойства.	2	4		8	8
14.	Примеры конформных отображений.	2	4		10	8
15.	Геометрические свойства голоморфных функций.	3	3		5	8
16.	Конформная эквивалентность.	3	3		5	8
17.	Принцип симметрии.	3	3		4	8
18.	Преобразование Лапласа.	3	3		4	8
19.	Аналитические элементы и аналитическое продолжение.	3	3		2	8
20.	Понятие многозначной аналитической функции.	3	3		4	8
21.	Особые точки аналитических функций.	3	3		4	8
22.	Целые и мероморфные функции.	3	3		3	8
	ИТОГО:	52	68		87	168

5.4. Описание интерактивных занятий

№ п/п	№ раздела	Тема интерактивного занятия	Вид занятия	Трудоемкость (час.)
1.	1.	Комплексная плоскость.	беседа	2
2.	2.	Функции комплексного переменного.	беседа	2
3.	3.	Дифференцирование функций комплексного переменного.	беседа	2
4.	4.	Примеры функций комплексного переменного.	круглый стол	6
5.	5.	Интегрирование функций комплексного переменного.	беседа	2
6.	6.	Интегральные теоремы Коши.	беседа	2

7.	7.	Степенные ряды с комплексными членами.	беседа	2
8.	8.	Свойства голоморфных функций.	игра	2
9.	9.	Ряды Лорана, изолированные особые точки.	беседа	4
10.	10.	Вычеты.	беседа	10
11.	11.	Гармонические функции.	круглый стол	2
12.	12.	Основные понятия конформных отображений.	беседа	2
13.	13.	Дробно-линейные функции и их свойства.	беседа	8
14.	14.	Примеры конформных отображений.	беседа	10
15.	15.	Геометрические свойства голоморфных функций.	беседа	5
16.	16.	Конформная эквивалентность.	беседа	5
17.	17.	Принцип симметрии.	беседа	4
18.	18.	Преобразование Лапласа.	игра	4
19.	19.	Аналитические элементы и аналитическое продолжение.	беседа	2
20.	20.	Понятие многозначной аналитической функции.	беседа	4
21.	21.	Особые точки аналитических функций.	беседа	4
22.	22.	Целые и мероморфные функции.	круглый стол	3

6. Лабораторный практикум: Не предусмотрен.

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо-емкость (час.)
1.	1.	Комплексная плоскость.	2
2.	2.	Функции комплексного переменного.	2
3.	3.	Дифференцирование функций комплексного переменного.	2
4.	4.	Примеры функций комплексного переменного.	2
5.	5.	Интегрирование функций комплексного переменного.	2
6.	6.	Интегральные теоремы Коши.	2
7.	7.	Степенные ряды с комплексными членами.	4
8.	8.	Свойства голоморфных функций.	4
9.	9.	Ряды Лорана, изолированные особые точки.	4
10.	10.	Вычеты.	4
11.	11.	Гармонические функции.	4
12.	12.	Основные понятия конформных отображений.	4
13.	13.	Дробно-линейные функции и их свойства.	4
14.	14.	Примеры конформных отображений.	4
15.	15.	Геометрические свойства голоморфных функций.	3
16.	16.	Конформная эквивалентность.	3
17.	17.	Принцип симметрии.	3
18.	18.	Преобразование Лапласа.	3
19.	19.	Аналитические элементы и аналитическое	3

		продолжение.	
20.	20.	Понятие многозначной аналитической функции.	3
21.	21.	Особые точки аналитических функций.	3
22.	22.	Целые и мероморфные функции.	3

8. Примерная тематика курсовых работ: Не предусмотрены.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. Москва, изд-во «Лань», 2002 г.
2. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Ч. 1. Москва: Наука, 1985.
3. Волковысский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. Москва: Наука, 2002.
4. Сборник задач по теории аналитических функций/ Под ред. М.А.Евграфова. Москва: Наука, 1974.

б) дополнительная литература

1. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. Москва: Наука, 1978.
2. Евграфов М.А. Аналитические функции. Москва: Наука, 1968.
3. Леонтьева Т.А., Панферов В.С., Серов В.С. Задачи по теории функций комплексного переменного. Москва: изд-во Моск. ун-та, 1992.

в) программное обеспечение: пакет набора и вёрстки математических текстов TeX (например, MikTeX 2.7), пакеты OpenOffice.org версии не ниже 2.2, MS Office версии не ниже 2000 и т.д.

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

обеспечиваемые свободным доступом в Интернет в учебных лабораториях факультета и читальных залах РУДН

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Все материалы по дисциплине, в том числе примерные варианты контрольных работ, вопросы к промежуточным (коллоквиум) и итоговым (экзамен) контролю знаний и др., опубликованы и постоянно обновляются (по мере необходимости) на Учебном портале РУДН (на страницах преподавателей, ведущих дисциплину); перечисленные учебники и учебные пособия по курсу доступны студентам в библиотеке РУДН. Также для материально-технического обеспечения дисциплины может быть использована электронная библиотека РУДН.

Общий аудиторный фонд: поточные аудитории Зал № 1, Зал № 2, 485, 495, 497 в учебном корпусе РУД, ул. Орджоникидзе, д. 3 (проекторы –3 шт.); групповые аудитории в учебном корпусе РУДН, ул. Орджоникидзе, д. 3 на 3, 4 и 5 этажах.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

1. Баллы за работу в семестре (0-70 баллов) включают:

- коллоквиум: один основной теоретический вопрос (0-15 баллов) и один дополнительный теоретический вопрос (0-5 баллов) – всего 0-20 баллов;
- контрольные мероприятия (конкретная форма определяется преподавателем, ведущим занятия в группе) – 0-40 баллов;
- выполнение домашних заданий, ответы у доски – 0-10 баллов.

2. Баллы за итоговый контроль знаний (0-30 баллов) включают:
один теоретический вопрос 0-15 баллов;
дополнительный теоретический вопрос 0-5 баллов;
одна задача 0-10 баллов.

Итоговая оценка ставится в соответствии со шкалой Положения о БРС, а именно, сумма баллов за работу в семестре и за итоговый контроль знаний дают следующие оценки:

- 86-100 баллов – итоговая оценка «отлично»;
- 69-85 баллов – итоговая оценка «хорошо»;
- 51-68 баллов – итоговая оценка «удовлетворительно»;
- 0-50 баллов – итоговая оценка «неудовлетворительно».

В ведомость и зачетку выставляется и оценка по европейскому стандарту, в соответствии со следующей таблицей (возможные изменения таблицы см. в текущей ведомости):

- 96-100 баллов – итоговая оценка «А»;
- 86-95 балла – итоговая оценка «В»;
- 69-85 балла – итоговая оценка «С»;
- 61-68 балла – итоговая оценка «D»;
- 51-60 балла – итоговая оценка «E»
- 31-50 баллов – итоговая оценка «Fх»
- 0-30 баллов – итоговая оценка «F».

Примечание о задолжниках:

Если студент получил на итоговом контроле оценку «Fх», он имеет право в течение не более чем двух недель нового семестра пройти вновь итоговый контроль и, тем самым, набрать удовлетворительный балл. При этом баллы, полученные студентом на первом итоговом контроле, обнуляются (баллы, набранные в семестре, остаются прежними), и итоговый контроль, таким образом, проходится полностью заново. Количество таких пересдач (не более трех) определяется преподавателем и согласовывается с тьютором. В том случае, когда по истечении двух недель нового семестра, оценка «Fх» студентом не повышена до удовлетворительной, она снижается до «F».

Разработчик

д.ф.-м.н., проф.

А.В. Фаминский

Директор Математического института,

д.ф.-м.н., профессор

А.Л. Скубачевский

название кафедры,

инициалы, фамилия

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Математический институт имени С.М.Никольского

УТВЕРЖДЕН

На заседании института
« » 2020 г.,
протокол №
Директор института

_____ А.Л.Скубачевский

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине Комплексный анализ

Рекомендуется для направления подготовки

01.03.01 Математика и компьютерные науки

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Квалификация (степень) выпускника

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине Комплексный анализ

название

Направление/Специальность: 01.03.01
шифр

Математика
название

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства													Баллы темы	Баллы раздела			
			Текущий контроль										Промежуточная аттестация							
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	Выполнение ДЗ	Реферат	Выполнение РГР	Работа на зан. On-line	Экзамен/Зачет			
ОПК-1	Комплексный анализ-1	Комплексная плоскость										1			3			4	100	
		Функции комплексного переменного										1			3			4		
		Дифференцирование функций комплексного переменного						6					1			5				12
		Примеры функций комплексного переменного						4					1			5				10
		Интегрирование функций комплексного переменного						4					1			5				10
		Интегральные теоремы Коши														5				5

		Степенные ряды с комплексными членами													9			10	
		Свойства голоморфных функций													5			6	
		Ряды Лорана, изолированные особые точки						10							5			16	
		Вычеты						10							5			16	
		Гармонические функции						2							4			7	
		ИТОГО:						40							50			100	100

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства													Баллы темы	Баллы раздела			
			Текущий контроль										Промежуточная аттестация							
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	Выполнение ДЗ	Реферат	Выполнение РГР	Работа на инт. зан.	Экзамен/Зачет			
ОПК-1	Комплексный анализ-2	Основные понятия конформных отображений			3											1			4	100
		Дробно-линейные функции и их свойства			4		10	2								1			17	
		Примеры конформных отображений			3		15	2								1			21	

	Геометрические свойства голоморфных функций			4				2						1			7	
	Конформная эквивалентность			3				2						1			6	
	Принцип симметрии			3			5	2						1			11	
	Преобразование Лапласа						10							5			15	
	Аналитические элементы и аналитическое продолжение													5			5	
	Понятие многозначной аналитической функции													5			5	
	Особые точки аналитических функций													5			5	
	Целые и мероморфные функции													4			4	
	ИТОГО:			20			40	10						30			100	100

Перечень оценочных средств
по дисциплине Комплексный анализ

п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i>Аудиторная работа</i>			
	Экзамен	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала и выполнения в процессе обучения всех учебных поручений в соответствии с утвержденной программой.	Экзаменационные билеты
<i>Самостоятельная работа</i>			
	Индивидуальное домашнее задание	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала в соответствии с утвержденной программой.	Темы индивидуальных домашних заданий

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО КУРСУ (8 модуль)

1. Расширенная комплексная плоскость и её геометрическая интерпретация. Топология на комплексной плоскости и на расширенной комплексной плоскости. Компактность расширенной комплексной плоскости.
2. Предел и непрерывность функций комплексного переменного. Свойства непрерывных функций. Теорема о свойствах функций, непрерывных на компактах. Кривые на комплексной плоскости.
3. Производная функции комплексного переменного. Теорема Коши – Римана. Формальные частные производные и их связь с производной функции комплексного переменного. Определение голоморфных функций и их простейшие свойства.
4. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие о конформном отображении.
5. Степенная функция, ее свойства. Многозначная функция «корень», ее свойства, риманова поверхность для корня.
6. Показательная функция, ее свойства. Многозначная функция «логарифм», ее свойства, риманова поверхность для логарифма. Определение тригонометрических и общей степенной функций.
7. Определение интеграла от функции комплексного переменного. Теорема существования и простейшие свойства.
8. Определение первообразной функции комплексного переменного, теорема о множестве первообразных, формула Ньютона-Лейбница. Необходимые и достаточные условия существования первообразной в произвольной области.
9. Интегральная теорема Коши для односвязной области (доказательство при дополнительных предположениях). Теорема о составном контуре.
10. Обобщенная теорема Коши для звездной области.
11. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем.
12. Степенные ряды с комплексными членами. Теорема Коши – Адамара. Теорема о равномерной сходимости. Непрерывность суммы.

13. Теорема о голоморфности суммы степенного ряда и следствия из нее.
14. Теорема о разложении в степенной ряд функции, голоморфной в круге, и следствия из нее (в том числе интегральная формула Коши для производных).
15. Разложение в степенные ряды основных элементарных функций и простейших многозначных функций.
16. Неравенство Коши, теорема Лиувилля, основная теорема алгебры.
17. Теорема Мореры. Эквивалентные определения голоморфности функции в точке.
18. Теорема Вейерштрасса о рядах из голоморфных функций.
19. Теорема единственности для голоморфных функций. Изолированность нуля голоморфной функции.
20. Теорема о порядке нуля голоморфной функции.
21. Ряды Лорана и их свойства. Теорема о разложении в ряд Лорана функции, голоморфной в кольце.
22. Изолированные особые точки и их классификация. Главная и правильная части ряда Лорана в окрестности изолированной особой точки. Связь между конечными и бесконечно удаленной особыми точками.
23. Критерий существования устранимой особой точки и следствие из него. Порядок нуля в бесконечно удаленной точке, вид функции, имеющей в бесконечности нуль заданного порядка.
24. Критерий существования полюса.
25. Порядок полюса. Теорема о порядке полюса.
26. Критерий существования существенно особой точки. Теорема Сохоцкого.
27. Вычеты в конечных особых точках. Теорема о вычетах для ограниченной области. Формулы для нахождения вычетов.
28. Вычеты в бесконечно удаленной особой точке и их вычисление. Теоремы о вычетах для неограниченной области и о сумме вычетов.
29. Вычисление несобственных интегралов с помощью вычетов. Лемма Жордана.
30. Определение гармонической функции на плоскости, теоремы о связи гармонических функций с голоморфными функциями.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО КУРСУ (9 модуль)

1. Определение конформного отображения в конечной точке. Необходимое и достаточное условие конформности.
2. Определение конформного отображения в бесконечно удаленной точке. Свойство сохранения углов.
3. Дробно-линейная функция. Взаимнооднозначность и конформность отображения. Групповое свойство.
4. Представление дробно-линейного отображения в виде композиции простейших. Круговое свойство дробно-линейных отображений.
5. Симметрия относительно окружности на расширенной комплексной плоскости. Сохранение симметрии при дробно-линейных отображениях.
6. Теорема об отображении одной тройки точек на расширенной комплексной плоскости на другую при помощи дробно-линейного отображения.
7. Общий вид дробно-линейного отображения единичного круга на себя.
8. Общий вид дробно-линейного отображения верхней полуплоскости на единичный круг.
9. Конформные отображения, задаваемые степенной функцией и функцией Жуковского.
10. Конформные отображения, задаваемые показательной и тригонометрическими функциями.
11. Лемма о логарифмической производной. Теорема о логарифмическом вычете.

12. Принцип аргумента.
13. Теорема Руше. Основная теорема алгебры как следствие теоремы Руше.
14. Принцип сохранения области.
15. Критерий локальной однолистности.
16. Конформность обратного отображения.
17. Принцип максимума модуля.
18. Лемма Шварца.
19. Понятие конформной эквивалентности областей, его свойства. Теорема Римана (без док-ва) и следствия из неё. Конформная классификация односвязных областей.
20. Соответствие границ при конформных отображениях (теорема Каратеодори без док-ва).
21. Лемма об аналитическом продолжении по непрерывности.
22. Принцип симметрии. Док-во для частного случая симметрий относительно действительной оси в образе и прообразе.
23. Принцип симметрии. Часть док-ва, когда для случая симметрий относительно действительной оси утверждение уже доказано.
24. Определение преобразования Лапласа. Голоморфность изображения.
25. Свойства преобразования Лапласа. Примеры.
26. Свойство умножения изображений.
27. Теорема обращения рационального изображения. Аналитические элементы и канонические аналитические элементы. Непосредственное аналитическое продолжение, его свойства. Продолжение по цепи.
28. Аналитическое продолжение вдоль кривой, простейшие свойства. Единственность продолжения вдоль кривой.
29. Теоремы о связи между продолжениями вдоль кривой и по цепи. Лемма о продолжении вдоль пути внутри аналитического элемента и следствие из неё.
30. Теорема о продолжении вдоль гомотопных кривых.
31. Определение аналитической функции, независимость от начального элемента. Теорема об области определения аналитической функции.
32. Множество значений аналитической функции. Теорема о монодромии.
33. Теорема Пуанкаре – Вольтерры.
34. Определение и свойства аналитической функции «корень».
35. Определение и свойства аналитической функции «логарифм».
36. Изолированные особые точки аналитических функций и их классификация. Примеры.
37. Особые точки на границе аналитического элемента. Теорема об особой точке на границе круга сходимости степенного ряда.

Темы индивидуальных домашних заданий (8 модуль)

1. Исследовать функцию на дифференцируемость с помощью условий Коши-Римана.
2. Решить уравнение с тригонометрическими или гиперболическими функциями.
3. Найти интеграл от заданной функции по заданной кривой.
4. Разложить заданную функцию в степенной ряд.
5. Решить задачу на геометрический смысл модуля или аргумента производной.
6. Найти главную часть ряда Лорана.
7. Вычислить контурный интеграл.
8. Вычислить контурный интеграл.
9. Вычислить контурный интеграл.
10. Вычислить несобственный интеграл.
11. Вычислить несобственный интеграл.

Темы индивидуальных домашних заданий (9 модуль)

1. Найти образ заданной области под действием заданного дробно-линейного отображения.
2. Отобразить конформно и взаимнооднозначно одну область на другую с выполнением двух указанных свойств.
3. Отобразить конформно и взаимнооднозначно одну область на другую с выполнением двух указанных свойств.
4. Отобразить конформно и взаимнооднозначно одну заданную область на другую.
5. Отобразить конформно и взаимнооднозначно одну заданную область на другую.
6. Отобразить конформно и взаимнооднозначно одну заданную область на другую.
7. Найти решение задачи с помощью преобразования Лапласа.
8. Найти решение задачи с помощью преобразования Лапласа.