

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

**РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ  
(РУДН)**

*Экономический факультет*

**Программа дисциплины**

**ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

Направление подготовки

***38.03.01 Прикладная математика и информатика***

Квалификация (степень) выпускника

**Бакалавр**

Москва

2021

**1. Цели и задачи дисциплины:** знакомство с понятиями линейной алгебры; освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины; развитие четкого логического мышления. Линейная алгебра является основой для изучения других математических курсов, дает необходимый математический аппарат для изложения экономических дисциплин.

## **2. Место дисциплины в структуре ООП:**

Учебная дисциплина «Линейная алгебра» входит в цикл математических и естественнонаучных дисциплин; требования к входным знаниям и умениям студента – знание элементарной математики: алгебры, элементарных функций, умение дифференцировать. Данная дисциплина является предшествующей для следующих дисциплин: Математический анализ, Эконометрика, Микроэкономика, Макроэкономика, Методы оптимальных решений, Теория вероятностей и математическая статистика.

## **3. Требования к результатам освоения дисциплины:**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

– способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК–1).

В результате изучения дисциплины студент должен:

### ***знать:***

- основные понятия и теоремы векторной алгебры;
- основные понятия и теоремы матричной алгебры и теории определителей  $n$ -ого порядка;
- основные результаты теории систем линейных алгебраических уравнений;
- различные формы записи уравнений прямых на плоскости и в пространстве, уравнений плоскостей, уравнений кривых и поверхностей второго порядка;
- ключевые понятия и теоремы теории линейных пространств и линейных операторов;
- критерий Сильвестра и закон инерции для квадратичных форм;

### ***уметь:***

- выполнять операции над векторами;
- выполнять операции над матрицами, вычислять ранг матрицы, обратную матрицу, определители  $n$ -ого порядка;
- применять на практике методы и приемы решения систем линейных алгебраических уравнений;

- вычислять собственные значения и собственные векторы линейного оператора;
- применять критерий Сильвестра и закон инерции для квадратичных форм на практике;

*владеть:*

- навыками самостоятельной работы;
- навыками освоения большого объема информации и решения сложных и нестандартных задач;
- культурой постановки, анализа и решения экономических задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком математики и навыками грамотного решения задач и представления полученных результатов.

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Семестры	
		1	2
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	<b>51</b>	<b>27</b>	<b>24</b>
В том числе:			
Лекции	17	9	8
Практические занятия (ПЗ)			
Семинары (С)	34	18	16
Лабораторные работы (ЛР)			
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	<b>57</b>	<b>36</b>	<b>21</b>
В том числе:			
Курсовой проект (работа)			
Расчетно-графические работы			
Реферат			
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>			
Самостоятельная работа			
Выполнение домашнего задания	57	36	21
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)	36	9	27
Общая трудоемкость	часы 144	72	72

зачетные единицы	4	2	2
------------------	---	---	---

## **5. Содержание дисциплины**

### **5.1. Содержание разделов дисциплины**

#### ***1. Матрицы и операции над ними***

Матрицы. Сумма матриц. Умножение матрицы на число. Произведение матриц. Транспонирование матрицы. Свойства арифметических операций над матрицами.

#### ***2. Определители матриц***

Определитель матрицы. Свойства определителя. Миноры элементов. Алгебраические дополнения элементов. Методы вычисления определителей.

#### ***3. Обратная матрица***

Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы с помощью присоединенной матрицы. Нахождение обратной матрицы методом элементарных преобразований.

#### ***4. Ранг матрицы***

Ранг матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях. Теорема о ранге матрицы. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов). Ранг произведения матриц. Определитель произведения матриц.

#### ***5. Системы линейных уравнений***

Матрица и расширенная матрица системы линейных уравнений. Матричная запись системы уравнений. Метод Крамера и метод обратной матрицы решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений. Размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Структура множества решений системы линейных уравнений.

#### ***6. Линейные пространства***

Простейшие следствия аксиом линейного пространства. Подпространство линейного пространства. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базис и координаты векторов. Существование базиса конечномерного пространства. Размерность линейного пространства.

### ***7. Комплексные числа. Многочлены и их корни***

Арифметические действия над комплексными числами. Модуль и аргумент числа. Тригонометрическая и экспоненциальная записи комплексного числа. Решение уравнений в комплексных числах. Операции над многочленами. Корни многочленов. Основная теорема.

### ***8. Линейные операторы***

Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Характеристический многочлен линейного оператора. Свойства собственных векторов с одинаковыми и различными собственными значениями.

### ***9. Линейные, билинейные и квадратичные формы***

Линейные функционалы. Матрица билинейной формы. Матрица симметричной билинейной формы. Преобразование матрицы билинейной формы при замене базиса. Единственность симметричной билинейной формы, порождающей квадратичную форму. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Закон инерции для квадратичных форм.

### ***10. Элементы аналитической геометрии***

Прямоугольная система координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Векторы. Равенство векторов. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора плоскости по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов. Общее уравнение прямой на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Параметрическое и каноническое уравнения прямой. Расстояние от точки до прямой. Преобразование координат точки при замене системы координат. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Общее уравнение плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых. Кривые

второго порядка. Классификация кривых второго порядка. Инварианты. Поверхности второго порядка.

## 5.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	Эконометрика	+	+	+		+					
2.	Математический анализ	+	+	+	+	+		+		+	+
3.	Макроэкономика	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
4.	Микроэкономика	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
5.	Методы оптимальных решений	+	+	+	+	+		+	+	+	+
6.	Теория вероятностей и математическая статистика	+	+	+		+					

## 5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	Сем.	СРС	Всего
1.	Матрицы и операции над ними.	1	-	-	2	4	7
2.	Определители матриц.	1	-	-	2	4	7
3.	Обратная матрица	1	-	-	2	4	7
4.	Ранг матрицы.	2	-	-	4	8	14
5.	Системы линейных уравнений.	2	-	-	4	8	14
6.	Линейные пространства.	2	-	-	4	8	14
7.	Комплексные числа. Многочлены и их корни.	2	-	-	4	4	10
8.	Линейные операторы.	2	-	-	4	4	10
9.	Линейные, билинейные и квадратичные формы.	2	-	-	4	5	11
10.	Элементы аналитической геометрии.	2	-	-	4	8	14
	Итого:	17	-	-	34	57	108

## 6. Лабораторный практикум

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Трудо-емкость (часы/зачетные единицы)
1.			
2.			
3.			
...			

**7. Примерная тематика курсовых проектов (работ)** \_\_\_\_\_

---

**8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:**

а) основная литература

1. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов. — М.: Юнити-Дана, 2010.
2. Кремер Н.Ш. Практикум по высшей математике для экономистов. — М.: Юнити-Дана, 2010.
3. Ключин В.Л. Высшая математика для экономистов. — М.: ИНФРА-М, 2009.
4. Ключин В.Л. Высшая математика для экономистов: задачи, тесты, упражнения. — М.: РУДН, 2005.
5. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры – М.: Наука, любое издание.

б) дополнительная литература

1. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии, пополненные необходимыми сведениями из алгебры. – М.: Наука, 1968.
2. Бурмистрова Е.Б., Лобанов С.Г. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии. – М.: Изд-тво ВШЭ, 2007.
3. Ермаков В.И. Общий курс высшей математики для экономистов. — М.: ИНФРА-М, 2007.
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Лань, 2007.
5. Шевцов Г.С. Линейная алгебра. Учебное пособие. – М.: Гардарики, 1999.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М.: Наука, любое издание.
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, любое издание.
8. Шафаревич И.Л., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.

9. Сборник задач по математике для ВТУЗов. Линейная алгебра и основы математического анализа (под редакцией А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича) – М.: Наука, любое издание после 1981.
10. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998.
11. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. — М.: Дело, 2008.
12. Солодовников А. С., Бабайцев В. А., Браилов А. В., Шандра И. Г. Математика в экономике. Часть 1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование. — М.: ИНФРА-М, 2011.
13. Сборник задач по высшей математике для экономистов. / Под ред. Ермакова В.И. — М.: ИНФРА-М, 2009.

#### **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

- учебные аудитории (кабинеты) с рабочими местами для проведения лекций (по числу студентов в потоке) и для проведения семинаров (по числу студентов в отдельных группах);
- доска;
- стационарный персональный компьютер с пакетом программ Microsoft Office;
- мультимедийный проектор;
- допускается использование переносной аппаратуры (ноутбук и проектор);
- экран (стационарный или переносной напольный).

№ ауд.	Наименование оборудованных учебных кабинетов	Перечень основного оборудования
17	Учебная аудитория	Мультимедиа проектор – 2 шт., звуковая трибуна – 1 шт., экран – 2 шт.
101	Учебная аудитория	Мультимедиа проектор – 2 шт., звуковая трибуна – 1 шт., экран – 2 шт.
103	Учебная аудитория	Мультимедиа проектор – 1 шт., звуковая трибуна – 1 шт., экран – 1 шт.
105	Учебная аудитория	Мультимедиа проектор – 1 шт., звуковая трибуна – 1 шт., экран – 1 шт.
Конф. зал	Учебная аудитория	Мультимедиа проектор – 1 шт., звуковая трибуна – 1 шт., экран – 1 шт.
Зал 3	Учебная аудитория	Мультимедиа проектор – 1 шт., звуковая трибуна – 1 шт., экран – 1 шт.

#### **10. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:**

Контроль знаний студентов включает формы текущего и итогового контроля. Текущий контроль осуществляется в виде двух контрольных работ и домашних заданий. Продолжительность контрольных работ — 80 минут. Итоговый контроль осуществляется в виде итогового испытания с теоретической и практической частью.

**Разработчики:**

доцент  
Должность,

Математический институт им. С.М. Никольского  
название кафедры,

Н.Г. Павлова  
инициалы, фамилия