

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 26.05.2023 16:31:55  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d4891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»  
Факультет физико-математических и естественных наук  
(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)**

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **МАРКОВСКИЕ ПРОЦЕССЫ**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

### **02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

### **МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2023 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Марковские процессы» входит в программу бакалавриата «Математика и компьютерные науки» по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» и изучается в 5 семестре 3 курса. Дисциплину реализует Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей. Дисциплина состоит из 3 разделов и 11 тем и направлена на изучение основных разделов теории случайных процессов, а именно: определение и классификация случайных процессов, числовые характеристики случайных процессов; цепи Маркова - канонический вид матрицы переходных вероятностей, вероятностное распределение, числовые характеристики, предельное распределение; марковские процессы - вероятностное и предельное распределения, построение вложенной цепи Маркова, простейшие марковские процессы

Целью освоения дисциплины является приобретение знаний и навыков построения и исследования случайных процессов, функционирующих в непрерывном и дискретном времени и применении их при моделировании реальных процессов и явлений

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Марковские процессы» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

*Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)*

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук; ОПК-1.2 Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности; ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний;

## 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Марковские процессы» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Марковские процессы».

*Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины*

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	<p>Математический анализ; Алгебра; Аналитическая геометрия; Дискретная математика и математическая логика; Физика; Теория вероятностей и математическая статистика; Теория конечных графов; Дифференциальные уравнения; Компьютерная геометрия; Компьютерная алгебра; Основы машинного обучения и нейронные сети;</p>	<p>Математическое моделирование; Имитационное моделирование; Аналитические методы математического моделирования; Модели мультисервисных сетей с приоритетами; Экспоненциальные сети массового обслуживания; Компьютерное моделирование переходных процессов в физике и экономике; <i>Прикладной анализ данных с использованием языка Python**;</i> <i>Компьютерный практикум по статистическому анализу данных**;</i> Дифференциальная геометрия и топология; Эконометрика; Методы оптимизации и исследование операций; Анализ больших данных; Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); Преддипломная практика;</p>

\* - выполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Марковские процессы» составляет «3» зачетные единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			5
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	54		54
Лекции (ЛК)	18		18
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	36		36
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	36		36
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	18		18
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>ак.ч.</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
	<b>зач.ед.</b>	<b>3</b>	<b>3</b>

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)		Вид учебной работы*
Раздел 1	Случайные процессы, основные характеристики	1.1	Определение случайного процесса, классификация случайных процессов	ЛК, СЗ
		1.2	Числовые характеристики случайных процессов	ЛК, СЗ
Раздел 2	Цепи Маркова как дискретные по времени марковские процессы	2.1	Определение цепи Маркова. Матрица переходных вероятностей. Вероятностное распределение.	ЛК, СЗ
		2.2	Классификация состояний цепи Маркова	ЛК, СЗ
		2.3	Канонический вид матрицы переходных вероятностей цепи Маркова. Числовые характеристики	ЛК, СЗ
		2.4	Предельное распределение цепи Маркова	ЛК, СЗ
Раздел 3	Марковские процессы	3.1	Определение марковского процесса, матрица переходных вероятностей	ЛК, СЗ
		3.2	Примеры марковских процессов: пуассоновский процесс, процесс чистого рождения, процесс рождения и гибели	ЛК, СЗ
		3.3	Матрица интенсивностей переходов. Дифференциальные уравнения Колмогорова-Чепмена. Вероятностное распределение марковского процесса.	ЛК, СЗ
		3.4	Классификация состояний марковского процесса. Предельные вероятности марковского процесса	ЛК, СЗ
		3.5	Построение вложенной цепи Маркова для марковского процесса	ЛК, СЗ

\* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Не требуется
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Не требуется

Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	Компьютер/ноутбук с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде университета, браузер, программное обеспечение для просмотра pdf-файлов, MS Teams. Дополнительное программное обеспечение: MS Office или LibreOffice
----------------------------	--	--

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература:

1. Рыков В.В., Козырев Д.В. Основы теории массового обслуживания (Основной курс: марковские модели, методы марковизации) [электронное издание]: Учебное пособие / Рыков В.В., Козырев Д.В. - М.: ИНФРА-М, 2016. - 223 с. ил. - ISBN 978-5-16-010945-9
2. Рыков В.В. Теория случайных процессов [текст]: Учебное пособие / Рыков В.В. - М.: РУДН, 2009. - 233 с.: ил. - ISBN 978-5-209-03067-6
3. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. 2 : Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения [электронное издание] / М.Я. Кельберт, Ю.М. Сухов; Пер. с англ. Л. Сахно; Под ред. Ю.Мишуры. - М. : МЦНМО, 2010. - 560 с. : ил. - ISBN 978-5-94057-557-3

### Дополнительная литература:

1. Теория случайных процессов. Диффузионные процессы и процессы с независимыми приращениями : конспект лекций / В.В. Рыков. - М. : Изд-во РУДН, 2010. - 107 с.
2. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. - М. : Кнорус, 2018. - 448 с. : ил. - ISBN: 978-5-406-00746-4
3. Курс теории случайных процессов : Учебное пособие для вузов / А.Д. Вентцель. - 2-е изд., доп. - М. : Наука, 1996. - 400 с. : ил. - ISBN 5-02-013948-3

### Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров
  - Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН <http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>
  - ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
  - ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>
  - ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)
  - ЭБС «Троицкий мост»
2. Базы данных и поисковые системы
  - электронный фонд правовой и нормативно-технической документации <http://docs.cntd.ru/>
  - поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>
  - поисковая система Google <https://www.google.ru/>
  - реферативная база данных SCOPUS <http://www.elsevier.com/locate/scopus/>

<http://www.elsevier.com/locate/scopus/>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:

1. Курс лекций по дисциплине «Марковские процессы».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

## **8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Оценочные материалы и балльно-рейтинговая система\* оценивания уровня сформированности компетенций (части компетенций) по итогам освоения дисциплины «Марковские процессы» представлены в Приложении к настоящей Рабочей программе дисциплины.

\* - ОМ и БРС формируются на основании требований соответствующего локального нормативного акта РУДН.

**РАЗРАБОТЧИК:**

Доцент кафедры прикладной  
информатики и теории  
вероятностей

*Должность, БУП*



*Подпись*

Зарядов Иван Сергеевич

*Фамилия И.О.*

**РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:**

Заведующий кафедрой  
прикладной информатики и  
теории вероятностей

*Должность БУП*



*Подпись*

Самуйлов Константин

Евгеньевич

*Фамилия И.О.*

**РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:**

Заведующий кафедрой  
прикладной информатики и  
теории вероятностей

*Должность, БУП*



*Подпись*

Самуйлов Константин

Евгеньевич

*Фамилия И.О.*