

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

*Рекомендовано МССН
09.00.00 «Информатика и
вычислительная техника»*

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Математический анализ

Рекомендуется для направления подготовки

09.03.03 — Прикладная информатика

(указываются код и наименование направления подготовки)

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

(указывается квалификация (степень) выпускника в соответствии с ОС ВО РУДН)

1. Цели и задачи дисциплины:

Основная цель — развитие у студентов навыков в использовании математики при выборе и обосновании управленческих решений на основе использования количественных методов системного анализа.

Кроме того, преподавание математического анализа имеет целью:

- овладение основными понятиями и методами следующих разделов: действительные числа, дифференциальное и интегральное исчисление функций одной и многих переменных, ряды, криволинейные, кратные, поверхностные интегралы
- выработку навыков решения задач по указанным разделам математического анализа;
- развитие логического мышления.

2. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина входит в обязательную часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Универсальные компетенции			
	-	-	-
Общепрофессиональные компетенции			
	ОПК-1	Линейная алгебра Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы	Дифференциальные уравнения Математическая логика и теория алгоритмов Теория конечных графов Теория вероятностей и математическая статистика Концепция современного естествознания Компьютерный практикум по моделированию Компьютерный практикум по информационным технологиям Математическое моделирование сетей передачи данных Основы математической теории телетрафика Модели для анализа качества сетей следующего поколения Анализ производительности сетей подвижной связи

Профессиональные компетенции (вид профессиональной деятельности - научно-исследовательская деятельность)

ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1

(указываются в соответствии с ОС ВО РУДН)

ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности:

ОПК-1.1: Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования

ОПК-1.2: Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования

ОПК-1.3: Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основы математики, физики, вычислительной техники и программирования;

уметь:

- решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования;

владеть:

- навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (модули)	
		Семестр 1, модуль 2	Семестр 2, модуль 3
Аудиторные занятия (всего)	108	54	54
<i>В том числе:</i>			
Лекции	36	18	18
Прочие занятия	-	-	-
Практические занятия (ПЗ)	72	36	36
Семинары (С)	-	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	-	-	-

Самостоятельная работа студентов (ак. часов)	180	90	90
Общая трудоемкость (ак. часов)	288	144	144
Общая трудоемкость (зачетных единиц)	8	4	4

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Дифференциальное исчисление	1 Первая и вторая производные и их геометрический смысл. Касательная прямая и ее уравнение. Теорема о среднем значении, формула Тейлора для $n=2$. 2 Дифференцирование элементарных функций. 3 Построение эскизов графиков функций. 4 Задачи на минимум и максимум
2.	Элементарные функции	1 Элементарные функции: экспонента и логарифм 2 Элементарные функции и их графики 3 Вычисление пределов 4 Исследование поведения функций в особых точках
3.	Интегральное исчисление	1 Определенный и неопределенный интегралы. 2 Таблица интегралов 3 Интегрирование по частям и заменой переменной
4.	Дополнительные главы интегрального исчисления	1 Рациональные функции 2 Алгебраические функции 3 Трансцендентные функции
5.	Ряды	1 Числовые ряды 2 Функциональные ряды 3 Степенные ряды 4 Ряды Фурье
6.	Функции нескольких переменных	1 Частные производные 2 Задачи на минимум и максимум
7.	Кратные интегралы	1 Двойные интегралы 2 Криволинейные и поверхностные интегралы

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование дисциплины	раздела	Лекц.	Практические занятия и лабораторные работы		СРС	Всего час.
				Пр. зан. (Сем.)	Л.р.		
Семестр 1							
1.	Дифференциальное исчисление		6	12		30	48

2.	Элементарные функции	4	8		20	32
3.	Интегральное исчисление	6	12		30	48
4.	Дополнительные главы интегрального исчисления	2	4		10	16
Семестр 2						
5.	Ряды	9	12		30	51
6.	Функции нескольких переменных	9	12		30	51
7.	Кратные интегралы	9	12		30	51
	Итого:	36	72		180	288

6. Лабораторный практикум - не предусмотрен

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо-емкость (ауд час.)
1 семестр.			
1	1	Многочлены и рациональные функции. Производная функции	3
2	1	Возрастание и убывание функции	3
3	1	Вторая производная и формула Тейлора. Выпуклость графика функции	3
4	1	Эскиз графика рациональной функции	3
5	2	Основные элементарные функции	2
6	2	Составные элементарные функции, построение эскизов	2
7	2	Вычисление пределов элементарных выражений	2
8	2	Исследование поведения в особых точках и на бесконечности	2
9	3	Определенный интегралы	3
10	3	Неопределенный интеграл	3
11	3	Таблица интегралов	3
12	3	Интегрирование по частям и заменой переменной	3
13	4	Интегрирование алгебраических функций	2
14	4	Интегрирование элементарных функции	2

2 семестр			
15	5	Числовые ряды	3
16	5	Функциональные ряды	3
17	5	Степенные ряды	3
18	5	Ряды Фурье	3
19	6	Комплексные числа	3
20	6	Аналитические функции	3
21	6	Частные производные	3
22	6	Задачи на минимум и максимум	3
23	7	Двойные интегралы	6
24	7	Криволинейные и поверхностные интегралы	6

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения учебных занятий (в том числе для практического и лекционного типов занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации).

Компьютерные (дисплейные) классы с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета для проведения обучающимися самостоятельной работы и компьютерного тестирования обучающихся (при необходимости).

9. Информационное обеспечение дисциплины:

а) программное обеспечение:

- продукты Microsoft - операционная система, пакет офисных приложений, MS Teams, надстройка Microsoft Mathematics для Word и OneNote и др. (подписка Enrollment for Education Solutions (EES)).
- Программное обеспечение со свободной лицензией (free):
 - ОС Linux
 - браузер Chrome (лицензия Google Chrome Terms of Service);
 - медиа-плеер (например, VLC Media Player, лицензия GPL-2),
 - Adobe Reader (лицензия Adobe Software License Agreement).
 - офисный пакет LibreOffice (лицензия MPL-2.0)
 - sci-mathematics/maxima (лицензия GPL-2 GPL-2+)
 - sci-mathematics/wxmaxima (лицензия GPL-2)
 - Math software for abstract and numerical computations sci-mathematics/sage (лицензия GPL-2)

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

- библиотека РУДН: <http://lib.rudn.ru/>
- ТУИС РУДН: <https://esystem.rudn.ru/>

10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

а) основная литература

- 1 Математический анализ. Функции нескольких переменных : учебное пособие / С.А. Васильев, В.Ф. Еднерал, М.Д. Малых, Л.А. Севастьянов. - Электронные текстовые

- данные. - М. : Изд-во РУДН, 2016. - 101 с. : ил. - ISBN 978-5-209-07627-8
http://lib.rudn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Rudn_FindDoc&id=460986&idb=0
- 2 Математический анализ. Ряды с Microsoft Mathematics : учебное пособие / С.А. Васильев, В.Ф. Еднерал, М.Д. Малых, Л.А. Севастьянов. - Электронные текстовые данные. - М. : Изд-во РУДН, 2016. - 119 с. : ил. - ISBN 978-5-209-07086-3
http://lib.rudn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Rudn_FindDoc&id=460989&idb=0
 - 3 Математический анализ : учебно-методический комплекс: В 2-х ч. Ч.1 : Дифференциальное исчисление вместе с Microsoft Mathematics / С.А. Васильев, М.Д. Малых, Л.А. Севастьянов. - Электронные текстовые данные. - М. : Изд-во РУДН, 2015. - 130 с. : ил. - ISBN 978-5-209-06428-2.
http://lib.rudn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Rudn_FindDoc&id=447037&idb=0
 - 4 Математический анализ : учебно-методический комплекс: В 2-х ч. Ч.2 : Интегральное исчисление вместе с Microsoft Mathematics / С.А. Васильев, М.Д. Малых, Л.А. Севастьянов. - Электронные текстовые данные. - М. : Изд-во РУДН, 2015. - 129 с. : ил. - ISBN 978-5-209-06429-9. http://lib.rudn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=Rudn_FindDoc&id=447038&idb=0
 - 5 Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3-х т.: Учебник для вузов. Т. 1 / Г.М. Фихтенгольц. - 10-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2013, 2016. - 608 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература. Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0673-9
 - 6 Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3-х т.: Учебник для вузов. Т. 2 / Г.М. Фихтенгольц. - 9-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2009, 2016. - 800 с. : ил.
 - 7 Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - СПб. : Лань, 2018. - 624 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-2311-8
- б) дополнительная литература
- 1 *Strang G.* Calculus. 2 ed. Wellesley-Cambridge Press, 2010. ISBN 978-0980232745. Опубликован автором на сайте <http://ocw.mit.edu/resources/res-18-001-calculus-online-textbook-spring-2005/textbook/> под лицензией CC BY-NC.
 - 2 *Schmidt Ph.* College mathematics. McGraw-Hill; 2nd edition, 1992.
 - 3 *Натанзон С. М.* Краткий курс математического анализа. 2-е издание, стереотипное. МЦНМО, 2008. ISBN 978-5-94057-418-7.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

Дисциплина должна изучаться в первых семестрах обучения, начиная с самого первого семестра, так как она необходима для всех последующих дисциплин. Для текущего контроля успеваемости предусмотрены контрольные работы. Семестр завершается итоговым контролем, проводимым в виде экзамена. Максимально возможная итоговая оценка студента за семестр (модуль) – 100 баллов.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

ФОС по дисциплине представлен в приложении к данной программе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

Разработчик:

доцент кафедры прикладной информатики
и теории вероятностей, д.ф.-м.н.

М.Д. Малых

Заведующий кафедрой

прикладной информатики
и теории вероятностей, д.т.н., проф.

К.Е. Самуйлов

Руководитель программы

Заведующий кафедрой
информационных технологий, д.ф.-м.н.

Ю.Н. Орлов

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»
Факультет физико-математических и естественных наук*

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Математический анализ

09.03.03 — Прикладная информатика

(наименование профиля подготовки)

бакалавр

Квалификация (степень) выпускника

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине Математический анализ

название

Направление: 09.03.03 — Прикладная информатика

шифр

название

Код контр. компетенции или ее части	Раздел	Тема	Наименование оценочного средства				Баллы темы	Баллы раздела
			Текущий контроль			пром. атт.		
			Выполнение ПР	Выполнение ДЗ	К.р.	Экзамен		
1-й семестр, 2 модуль								
ОПК-1	Дифференциальное исчисление	Первая и вторая производные и их геометрический смысл.	-	-	5	5	5	27
		Дифференцирование элементарных функций.	-	-	5		5	
		Построение эскизов графиков функций	-	1	5		6	
		Задачи на минимум и максимум	-	1	5		6	
ОПК-1	Элементарные функции	Элементарные функции: экспонента и логарифм	2	-	5	5	7	32
		Элементарные функции и их графики	-	1	5		6	
		Вычисление пределов	2	1	5		8	
		Исследование поведения функций в особых точках	-	1	5		6	
ОПК-1	Интегральное исчисление	Определенный и неопределенный интегралы.	-	1	10	5	11	28
		Таблица интегралов	-	1	5		6	
		Интегрирование по частям и заменой переменной	-	1	5		6	
ОПК-1	Дополнительные	Рациональные функции	2	1	-	5	3	13

	главы тегрального исчисления	ин- Алгебраические функции	2	1	-		3	
		Трансцендентные функции	2	-	-		2	
		Итого:	10	10	60	20	80	100
2-й семестр, 3 модуль								
ОПК-1	Ряды	Числовые ряды	-	1	5	10	6	34
		Функциональные ряды	-	1	5		6	
		Степенные ряды	-	1	5		6	
		Ряды Фурье	-	1	5		6	
ОПК-1	Функции нескольких переменных	Частные производные	2	1	10	5	13	33
		Задачи на минимум и максимум	3	2	10		15	
ОПК-1	Кратные интегралы	Двойные интегралы	2	1	10	5	13	33
		Криволинейные и поверхностные интегралы	3	2	10		15	
		Итого:	10	10	60	20	80	100

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций ОПК-1
(указываются в соответствии с ОС ВО РУДН)

ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности:

ОПК-1.1: Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования

ОПК-1.2: Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования

ОПК-1.3: Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности

Балльно-рейтинговая система оценки уровня знаний

Сводная оценочная таблица дисциплины

Раздел	Тема	Наименование оценочного средства				Баллы темы	Баллы раздела
		Текущий контроль			пром. атт.		
		Выполнение ПР	Выполнение ДЗ	К. р.			
1-й семестр, 2 модуль							
Дифференциальное исчисление	Первая и вторая производные и их геометрический смысл.	-	-	5	5	5	27
	Дифференцирование элементарных функций.	-	-	5		5	
	Построение эскизов графиков функций	-	1	5		6	
	Задачи на минимум и максимум	-	1	5		6	
Элементарные функции	Элементарные функции: экспонента и логарифм	2	-	5	5	7	32
	Элементарные функции и их графики	-	1	5		6	
	Вычисление пределов	2	1	5		8	
	Исследование поведения функций в особых точках	-	1	5		6	
Интегральное исчисление	Определенный и неопределенный интегралы.	-	1	10	5	11	28
	Таблица интегралов	-	1	5		6	
	Интегрирование по частям и заменой переменной	-	1	5		6	
Дополнительные главы интегрального исчисления	Рациональные функции	2	1	-	5	3	13
	Алгебраические функции	2	1	-		3	
	Трансцендентные функции	2	-	-		2	
	Итого:	10	10	60	20	80	100

2-й семестр, 3 модуль							
Ряды	Числовые ряды	-	1	5	10	6	34
	Функциональные ряды	-	1	5		6	
	Степенные ряды	-	1	5		6	
	Ряды Фурье	-	1	5		6	
Функции нескольких переменных	Частные производные	2	1	10	5	13	33
	Задачи на минимум и максимум	3	2	10		15	
Кратные интегралы	Двойные интегралы	2	1	10	5	13	33
	Криволинейные и поверхностные интегралы	3	2	10		15	
	Итого:	10	10	60	20	80	100

Таблица соответствия баллов и оценок

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки ECTS
86 - 100	5	95 - 100	5+	A
		86 - 94	5	B
69 - 85	4	69 - 85	4	C
51 - 68	3	61 - 68	3+	D
		51 - 60	3	E
0 - 50	2	31 - 50	2+	FX
		0 - 30	2	F

Правила применения БРС

- 1 По курсу в каждом семестре (модуле) предусмотрены 3 письменные контрольные работы (20 баллов за каждую), 5 практических работ (2 балла за каждую), курс завершается итоговым экзаменом.
- 2 График проведения письменных контрольных работ формируется в соответствии с календарным планом курса. Дата и время, которое отводится студенту на выполнение письменной работы, устанавливается преподавателем. По завершении отведенного времени студент должен сдать работу преподавателю, вне зависимости от того, завершена она или нет. Использование тетрадей, книг и электронных устройств во время выполнения письменных контрольных работ не допускается. При списывании студент удаляется с контрольного мероприятия с проставлением 0 баллов.
- 3 Письменные отчеты о продленных практических работах оформятся по образцу, разработанному преподавателем, и сдаются в сроки, установленные календарным планом.
- 4 Преподаватель вправе потребовать устные пояснения к сданной работе и учитывать эти пояснения при оценивании работы.
- 5 Невыполненные по уважительной причине контрольные и практические работы могут быть выполнены в конце семестра (модуля) по согласованию с преподавателем.

- 6 Переписывание контрольных работ и досдача практических работ, за исключением случаев, оговоренных в пред. пункте, не предусмотрены. В конце семестра студенты (модуля), набравшие менее 68 баллов, могут пройти тестирование по темам №1-3 (17 задач по 4 балла каждая); если сумма набранных ранее баллов и баллов, полученных за тест, превышает 68, считается, что за семестр студ. набрал 68 баллов.
- 7 Домашние задания обсуждаются на семинарах, удовлетворительный ответ у доски оценивается в 1 балл.
- 8 Студент допускается к итоговому контролю знаний с любым количеством баллов, набранным в семестре (модуле).
- 9 Студ., набравшие за семестр 75 баллов и более, от участия в итоговом контроле знаний (экзамена) освобождаются, при этом за экзамен автоматически добавляется набранным баллам еще 20.
- 10 Итоговая контрольная работа содержит 2 вопроса из перечня теоретических и практических вопросов по курсу. Итоговая контрольная работа проводится письменно, на итоговый контроль знаний отводится 1 час, письменная работа оценивается от 0 до 20 баллов независимо от оценки, полученной в семестре. Оценка выставляется по результатам собеседования.
- 11 Если в итоге за семестр студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и студент должен повторить эту дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т.е. FX, то студенту разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов.
- 12 Добор баллов осуществляется путем тестирования по темам №1-3 (баллы засчитываются при условии выполнения более чем 50% из предложенных задач). Ликвидация задолженностей проводится в период обучения по согласованию с деканатом.

Примерный перечень оценочных средств

п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i>Аудиторная работа</i>			
1	Практическая работа	Система практических заданий, направленных на формирование практических навыков у обучающихся	Фонд практических заданий
2	Контрольная работа	Средство контроля, организованное как аудиторное занятие, на котором обучающимся необходимо самостоятельно продемонстрировать усвоение учебного материала темы, раздела или разделов	Примеры заданий
3	Экзамен	Оценка работы студента в течение семестра (года, всего срока обучения и др.) и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных им теоретических и практических знаний, приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления, умение синтезировать полученные знания и применять их в решении практических задач.	Примеры заданий/вопросов, пример экзаменационного билета
<i>Самостоятельная работа</i>			
1	Домашняя работа	Задачи и задания позволяющие оценивать и диагностировать знания фактического материала и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; задачи и задания позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием причинно-следственных связей; задачи и задания позволяющие оценивать и диагностировать умения интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.	Фонд практических заданий

Учебным планом на изучение дисциплины отводится два семестра (модуля). В дисциплине предусмотрены практические работы, контрольные мероприятия и домашние задания. В конце семестра (модуля) проводится итоговый контроль знаний.

Оценивание результатов освоения дисциплины производится в соответствии с балльно-рейтинговой системой. По дисциплине предусмотрен экзамен.

Критерии оценки по дисциплине

95-100 баллов:

- полное и своевременное выполнение на высоком уровне практических работ и домашних заданий, успешное прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответов на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи;
- полная самостоятельность и творческий подход при изложении материала по программе дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем;

86- 94 балла:

- полное и своевременное выполнение на хорошем уровне практических работ и домашних заданий, успешное прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- хорошее владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;
- усвоение основной и дополнительной литературы, нормативных и законодательных актов, рекомендованных программой дисциплины и преподавателем;

69-85 баллов:

- своевременное выполнение на хорошем уровне практических работ и домашних заданий, прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- хороший уровень культуры исполнения практических работ;
- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- владение программным обеспечением, умение использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- усвоение основной литературы;

51-68 баллов:

- выполнение на удовлетворительном уровне практических работ и домашних заданий, прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;

- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- удовлетворительное владение программным обеспечением, умение использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- удовлетворительное усвоение основной литературы;

31 - 50 баллов – НЕ ЗАЧТЕНО:

- 4 не выполнение, несвоевременное выполнение или выполнение на неудовлетворительном уровне практических работ и домашних заданий, не прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- 5 недостаточно полный объем навыков и компетенции в рамках программы дисциплины;
- 6 неумение использовать в практической деятельности научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными стилистическими и логическими ошибками;
- 7 слабое владение программным обеспечением по разделам программы дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) производственных задач;
- 8 способность решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- 9 удовлетворительное усвоение основной литературы;

0-30 баллов, НЕ ЗАЧТЕНО:

- 10 отсутствие умений, навыков, знаний и компетенции в рамках программы дисциплины;
- 11 невыполнение практических заданий и домашних заданий, не прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса; отказ от ответов по программе дисциплины;
- 12 игнорирование занятий по дисциплине по неуважительной причине.

Комплект экзаменационных билетов

Дисциплина Математический анализ (1 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

1. Теорема Лагранжа, ее доказательство, основанное на теореме Ролля, и ее геометрическая интерпретация.

2. Вычислите интеграл

$$\int_{x=0}^1 \frac{x dx}{(x+1)^2 (x+2)}.$$

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (1 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №2

1. Теорема Коши, ее доказательство, основанное на теореме Ролля, и ее геометрическая интерпретация.

2. Вычислите интеграл

$$\int_{x=0}^1 \arctan x dx.$$

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (1 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №3

1. Формула Тейлора в форме Лагранжа.

2. Вычислите интеграл

$$\int_{x=0}^1 2^x \sin 2^x dx.$$

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (1 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №4

1. Задача об отыскании минимальных и максимальных значений функции на отрезке. Способ, основанный на вычислении нулей производной. Приближенный способ, оценка для шага.

2. Вычислите интеграл

$$\int_{x=0}^1 \frac{2^x dx}{1+4^x}.$$

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (1 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №5

1. Выпуклость графика функции. Эскиз графика функции на отрезке.

2. Вычислите интеграл

$$\int_{x=0}^1 \frac{2^x dx}{\sqrt{1+4^x}}.$$

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (1 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №6

1. Поведение графика рациональной функции в особой точке и на бесконечности. Асимптоты.

2. Вычислите интеграл

$$\int_{x=0}^{8\pi} \frac{dx}{\sqrt{2+\sin x}}.$$

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (1 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №7

1. Производная суммы, произведения и сложной функции. Алгоритм дифференцирования элементарных функций.

2. Вычислите интеграл

$$\int_{x=0}^{8\pi} \frac{dx}{\sqrt{2 + \cos x}}.$$

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (1 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №8

1. Вычисление пределов. Правило Лопиталя.

2. Вычислите интеграл

$$\int_{x=0}^{\pi} \sin^3 x \cos^2 x dx.$$

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (1 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №9

1. Определенный интеграл его свойства. Приближенное вычисление интеграла.

2. Вычислите интеграл

$$\int_{x=0}^1 x^3 2^x dx.$$

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (1 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №10

1. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Определенный интеграл как функция верхнего предела.

2. Вычислите интеграл

$$\int_{x=0}^1 \frac{x^3 dx}{1+x+x^2}.$$

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (1 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №11

1. Метод подстановки. Интегрирование по частям. Трудности формализации этих методов.

2. Вычислите интеграл

$$\int_{x=0}^1 \frac{x dx}{\sqrt{1+x+x^2}}.$$

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (1 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №12

1. Основные элементарные функции, их производные и эскизы графиков.

2. Вычислите интеграл

$$\int_{x=0}^1 \frac{x dx}{(x+1)^2(x^2+1)}.$$

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

1. Сумма бесконечного ряда чисел. Сходимость. Примеры: сумма геометрической прогрессии, сумма гармонического ряда, сумма ряда Лейбница.

2. Вычислите интеграл

$$\iint_G (x+y)^2 dx dy$$

по квадрату $|x| + |y| < 1$.

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №2

1. Вычисление суммы

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

2. Вычислите интеграл

$$\iint_G (x+y)^2 dx dy$$

по треугольнику

$$G = \{x > 0, y > 0, x + y < 1\}.$$

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №3

1. Абсолютная сходимость. Признаки абсолютной сходимости. Примеры: сумма геометрической прогрессии, сумма гармонического ряда, сумма ряда Лейбница.

2. Вычислите интеграл

$$\iint_G (x+y)^2 dx dy$$

по кругу $x^2 + y^2 = 2x$.

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №4

1. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.

2. Вычислите интеграл

$$\iint_G (x+y)^2 dx dy$$

по кругу $x^2 + y^2 = 2y$.

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №5

1. Функциональные ряды. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании ряда.

2. Вычислите интеграл

$$\iint_G xy dx dy$$

по треугольнику G , заключенному между прямой $x - y = 2$ и координатными осями.

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №6

1. Гипотеза Ампера. Понятие непрерывности и дифференцируемости функции. Функция Вейерштрасса.

2. Имеются ли точки, в которых функция $z = x^2 + y^2 - 2xy + 3x^3 - 4y$ имеет локальный экстремум? \ans{(2/3, 8/3)}

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №7

1. Степенные ряды. Теорема Абеля. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

2. Имеются ли точки, в которых функция $z = x^2 + y^2 - 2xy + 4x^3 - 4y$ имеет локальный экстремум?

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №8

1. Теорема о разложении функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для e^x , $\ln(1+x)$ и $\sin x$.

2. Имеются ли точки, в которых функция $z = x(x+y)$ имеет локальный экстремум?

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №9

1. Теорема о разложении периодических функций в ряд Фурье. Пример: $e^{\sin x}$.

2. Имеются ли точки, в которых функция $z = x^4 + y^4 - 2x^2y^2$ имеет локальный экстремум?

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №10

1. Частные производные 2-го порядка. Смешанная производная. Теорема Тейлора (для $n = 2$).

2. Выпишите первые члены ряда Маклорена для функции

$$f(x) = 2^{\sin x}$$

до членов x^5 включительно.

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №11

1. Задачи на экстремум для функций двух переменных. Необходимые условия.

Достаточные условия. Стационарные точки. Седло. Примеры: $z = xy, z = x^2 + y^2, z = (x + y)^2$.

2. Разложите в ряд Фурье четную 2π -периодическую функцию, равную x при $0 < x < \pi$.

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №12

1. Задачи на условный экстремум для функций двух переменных. Метод Лагранжа.

2. Разложите в ряд Фурье нечетную 2π -периодическую функцию, равную 1 при $0 < x < \pi$.

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №13

1. Сведение двойного интеграла к повторному. Вычислении интеграла по треугольнику.
2. Разложите в ряд Фурье функцию $\sin^3 x$.

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Дисциплина Математический анализ (2 семестр)
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №14

1. Замена переменных в двойном интеграле. Полярная система координат. Вычисление интеграл по кругу.
2. Выпишите первые члены ряда Маклорена для функции
$$f(x) = \ln(1 + \sin x)$$
до членов x^5 включительно.

Составитель

М.Д.Малых

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Экзамен по дисциплине «Математический анализ»

Направление: 09.03.03 Прикладная информатика

Итоговый контроль проводится в форме экзамена.

Экзаменационный билет состоит из двух вопросов: один по знанию теоретического материала, второй на решение задач.

Итоговый контроль состоит из письменной и устной части. На письменную часть выделяется 45 минут. После написания ответов на экзаменационный билет, проводится устный вопрос по билету.

Каждый правильный ответ оценивается в 10 баллов. Максимальный балл за экзамен 20 баллов.

Темы Экзаменационных билетов по дисциплине Математический анализ. 1 семестр.

Теоретические вопросы

№	Вопрос
1	Теорема Лагранжа, ее доказательство, основанное на теореме Ролля, и ее геометрическая интерпретация.
2	Теорема Коши, ее доказательство, основанное на теореме Ролля, и ее геометрическая интерпретация.
3	Формула Тейлора в форме Лагранжа.
4	Задача об отыскании минимальных и максимальных значений функции на отрезке. Способ, основанный на вычислении нулей производной. Приближенный способ, оценка для шага.
5	Выпуклость графика функции. Эскиз графика функции на отрезке.
	Поведение графика рациональной функции в особой точке и на бесконечности. Асимптоты.
6	Основные элементарные функции, их производные и эскизы графиков.
7	Производная суммы, произведения и сложной функции. Алгоритм дифференцирования элементарных функций.
8	Вычисление пределов. Правило Лопиталя.
9	Поведение графика элементарной функции в особой точке и на бесконечности. Асимптоты. Классификация разрывов
10	Определенный интеграл его свойства. Приближенное вычисление интеграла.
11	Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Определенный интеграл как функция верхнего предела.
12	Метод подстановки. Интегрирование по частям. Трудности формализации этих методов.

Задачи

1. Продифференцировать элементарную функцию
2. Составить уравнение касательной прямой
3. Найти минимумы или максимумы
4. Вычислить неопределенный интеграл в элементарных функциях
5. Вычислить определенный интеграл

Темы Экзаменационных билетов по дисциплине Математический анализ. 2 семестр.

Теоретические вопросы

1. Сумма бесконечного ряда чисел. Сходимость. Примеры: сумма геометрической прогрессии, сумма гармонического ряда, сумма ряда Лейбница.

- 2 Вычисление суммы $\sum \frac{1}{n^2}$.
- 3 Абсолютная сходимость. Признаки абсолютной сходимости. Примеры: сумма геометрической прогрессии, сумма гармонического ряда, сумма ряда Лейбница.
- 4 Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.
- 5 Функциональные ряды. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании ряда.
- 6 Гипотеза Ампера. Понятие непрерывности и дифференцируемости функции. Функция Вейерштрасса.
- 7 Степенные ряды. Теорема Абеля. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
- 8 Теорема о разложении функции в ряд Тейлора. Ряды Маклорена для $e^x, \ln(1+x), \sin x, \cos x$.
- 9 Теорема о разложении периодических функций в ряд Фурье. Пример: $e^{\sin x}$.
- 10 Функции 2-х переменных. Понятие частной производной. Касательная плоскость и правило отыскание ее коэффициентов. Пример: касательные плоскости к параболоиду $z = xy$
- 11 Частные производные 2-го порядка. Смешанная производная. Теорема Тейлора (для $n = 2$).
- 12 Задачи на экстремум для функций двух переменных. Необходимые условия. Достаточные условия. Стационарные точки. Седло. Примеры:
 $z = xy, z = x^2 + y^2, z = (x + y)^2$
- 13 Задачи на условный экстремум для функций двух переменных. Метод Лагранжа.
- 14 Сведение двойного интеграла к повторному. Вычислении интеграла по треугольнику.
- 15 Замена переменных в двойном интеграле. Полярная система координат. Вычисление интеграл по кругу.

2. Задачи

- 1.1 Разложить функцию в ряд Маклорена и указать радиус его сходимости.
- 1.2 Разложить периодическую функцию в ряд Фурье.
- 1.3 Найти точки экстремума функции двух переменных.
- 1.4 Вычислить двойной интеграл по треугольнику или кругу.

Формы промежуточного и итогового контроля

Промежуточный и итоговый контроль проводится в форме письменных контрольных работ, содержанием которых является решение практических задач. Каждая контрольная работа оценивается в 20 баллов. В семестре предусмотрено 3 контрольные работы.

Также студенты получают баллы за выполнение практических работ и ответов у доски. Каждая выполненная практическая работа оценивается в 2 балла. За каждый ответ у доски, студент получает 1 балл (максимум 10 баллов за семестр).

Итоговый контроль проводится в форме экзамена, содержанием которого является теоретический вопрос и задача, и оценивается в 20 баллов максимум.

Образцы контрольных работ

1 семестр

Контрольная работа № 1

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = (x^2 + x)^3$ в точке $x = -2$.
2. Сколько различных касательных можно провести к кривой $y = x^4$ через точку $(0, -2)$?
3. Укажите точку, в которой функция $y = \frac{x}{x^3 + 1}$ имеет максимум. Является ли этот максимум глобальным?
4. Нарисуйте эскиз графика функции $y = \frac{x}{x^3 + 1}$ на всей вещественной прямой.

Каждая правильно решенная задача оценивается в 5 балла. Всего: $4 \times 5 = 20$ баллов. Объем контрольной работы 2 ак. часа

Контрольная работа № 2

1. Нарисуйте эскиз графика функции $y = \arcsin(\sin(x)/2)$ на отрезке $[0, 2\pi]$.
2. Нарисуйте эскиз графика функции $y = \arcsin(2 \sin(x))$ на отрезке $[0, 2\pi]$. Не забудьте указать область определения.
3. Нарисуйте эскиз графика функции $y = \arctan(\tan(x)/2)$ на отрезке $[0, \pi]$. Какого типа разрыв имеет график в точке $x = \pi/2$?
4. Нарисуйте эскиз графика функции $y = x \arctan(x^2)$

на всей вещественной оси. Не забудьте указать наклонные асимптоты.

Каждая правильно решенная задача оценивается в 5 балла. Всего: $4 \times 5 = 20$ баллов.
Объем контрольной работы 2 ак. часа

Контрольная работа № 3

1. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^2 + 2x + 1}$
2. Вычислите неопределенный интеграл $\int x \ln x^3 dx$
3. Вычислите неопределенный интеграл $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{5 + \cos^2 x}}$
4. Вычислите неопределенный интеграл $\int \ln(x^2 + 2) dx$.
5. Постройте эскиз графика первообразной для функции $\frac{e^x}{1 + x^2}$ на отрезке $0 < x < 10$.
10. — Указ.: $\int_0^{10} \frac{e^x}{1 + x^2} = 286.503409$

Каждая правильно решенная задача оценивается в 4 балла. Всего: $5 \times 4 = 20$ баллов.
Объем контрольной работы 2 ак. часа

2 семестр

Контрольная работа № 1

1. Выясните, сходится ли числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\ln n}$.
2. Составьте уравнение касательной прямой к кривой

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(n+1)x}{(n+1)!}$$

в точке $x = 0$.

3. Указать радиус сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n!}.$$

4. Выписать первые члены ряда Маклорена для функции

$$f(x) = \frac{\sin x}{x^2 + 1}$$

до 4-ой степени x .

5. Найти коэффициент a_3 разложения в ряд Фурье 2π -периодической функции

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & 1 < x < \pi \\ e^x, & -\pi < x < 1 \end{cases}.$$

Каждая правильно решенная задача оценивается в 5 балла. Всего: $4 \times 5 = 20$ баллов.
Объем контрольной работы 2 ак. часа

Контрольная работа № 2

1. Разложите в ряд Фурье функцию $\sin^2 x \cos x$.
2. Составьте уравнение касательной плоскости к графику функции $z = \sin^3 x$ в точке (1, 2).
3. Укажите точки экстремума квадратичной функции $z = x^2 + 6xy - 3y^2 + x + y + 2$.
4. Укажите точки экстремума функции $z = (x - 2y)e^{-x^2-y^2}$.

Каждая правильно решенная задача оценивается в 5 балла. Всего: $4 \times 5 = 20$ баллов.
Объем контрольной работы 2 ак. часа

Контрольная работа № 3

1. Вычислите объем, заключенной под графиком функции $z = \sin x \sin y$; основанием фигуры служит квадрат $\{0 < x < \pi, 0 < y < \pi\}$.

$$\iint_G xy dx dy$$

2. Вычислите интеграл $\iint_G$ по треугольнику G, заключенному между прямой $x + y = 2$ и координатными осями.

$$\iint_G y dx dy$$

3. Вычислите интеграл $\iint_G$ по кругу $x^2 + y^2 = 2x$.

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{n!}$$

4. Выпишите первые члены ряда Маклорена для функции $f(x)$ до членов x^2 включительно.

5. Разложите в ряд Фурье функцию $f(x) = \sin^3(2x)$.

Каждая правильно решенная задача оценивается в 4 балла. Всего: $5 \times 4 = 20$ баллов.
Объем контрольной работы 2 ак. часа

Перечень домашних заданий

1 семестр

Тема 1. Производная функции

Выполните следующие задания:

- 1 Найдите производные функций:
 - a.) $y = x^3 - x - 1$,
 - b.) $y = x^4$,
 - c.) $y = (x + (x+1)^2)^2$,
 - d.) $y = \frac{x^2}{x^2 + x + 3}$.
- 2 Сколько касательных к параболе $y = x^2 + x + 1$ проходит через точку $(1, -2)$?
- 3 Найдите координаты точек, в которых касательная к графику $y = x(x-1)(x-2)$ параллельна оси Ox .

Тема 2. Многочлены и рациональные функции

Выполните следующие задания:

1. Укажите все асимптоты к графикам следующих функций:

a) $y = 1 + \frac{1}{x^2}$,

б) $y = \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^2$,

в) $y = \frac{3x^5 + 2}{4x^4 + 1}$.

2. Решите неравенство $(x-1)(x-2)^2(x-3)^3 > 0$.

3. Решите неравенство $\frac{(x-1)(x-2)^2}{x^2-2} > 0$.

Тема 3. Возрастание и убывание функции

Выполните следующие задания:

- 1 Найдите максимумы и минимумы следующих функций:
 - a.) $y = \frac{4x^2 + x + 4}{(x-1)^2}$;
 - b.) $y = x^4 - x^2$;
 - c.) $y = x^3(1 - x^2)$
- 2 Найдите длины сторон равнобедренного треугольника, имеющего наибольшую площадь среди всех равнобедренных треугольников, периметр которых равен 1 метр.

3 Найдите расстояние между точкой $(2,3)$ и прямой $2x+3y=1$.

4 Мукомольный комбинат реализует муку двумя способами: в розницу через магазин и оптом через торговых агентов. При продаже x кг. муки через магазин расходы на реализацию составляют $0.2x$ рублей, а при продаже y кг. оптом – $0.1y^3$ рублей. Всего комбинат производит 5 тонн муки в сутки. Какую часть муки следует продавать оптом, чтобы расходы были минимальны?

Тема 4. Вторая производная и формула Тейлора

Выполните следующие задания:

1 Вычислите вторые производные.

a $y = \frac{x^4 + x}{x^2 + 2},$

b $y = (x^2 + (x+2)^2)^5,$

c $y = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2.$

2 Укажите интервалы, в которых следующие функции, имеют U-выпуклость.

a $y = (x+1)^3,$

b $y = x^2(x-1)^2,$

c $y = \frac{x+1}{x^2+1}.$

3 Какие буквы из задачи № 2 можно решить при помощи второго способа отыскания экстремумов?

Тема 5. Элементарные функции: экспонента и логарифм

Выполните следующие задания:

1 Укажите области определения и найдите производные следующих функций:

a $x^2 e^{2x},$

b $x \ln(x^2 + 1),$

c $\ln(x^2 + e^{3x}),$

d $\ln(\ln(\ln x)),$

e $(x^x)^x,$

f $x^{x^x} = x^{(x^x)},$

обратите внимание на порядок действий в последних двух буквах.

2 В каких границах меняется переменная $y = e^{-x^2}$?

3 Найдите минимумы и максимумы функции $y = x e^{-x^2}.$

4 Составьте уравнение касательной к кривой $y^2 + x^2 = 5$ в точке $(x, y) = (1, 2).$

Тема 6. Элементарные функции и их графики

Выполните следующие задания:

- 1 Укажите области определения и найдите производные следующих функций:
 - a $x^2 \sin 2x$,
 - b $\sin(\sqrt[3]{2+\sin x})$,
 - c $\sin$
 - d $e^x \sin \sqrt{x}$,
 - e $\tan(\cot x)$.
- 2 Постройте эскизы графиков функций
 - a $y = \frac{x}{1+x^2}$ при $-5 < x < 5$,
 - b $y = x e^{-x^2}$ при $-5 < x < 5$,
 - c $y = \arctan x$ при $-5 < x < 5$
 - d $y = x \arctan x$ при $-5 < x < 5$
 - e $y = \sin \sin \sin x$ при $0 < x < \pi$
- 3 В каких границах меняется переменная $y = \sin x + \cos x$?
- 4 Найдите все минимумы и максимумы функции $y = e^x \sin x$.

Тема 7. Вычисление пределов

Выполните следующие задания:

Вычислите пределы.

1.	$\lim_{x \rightarrow 2} \ln(2^x)$	
2.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 1}$	Можно ли написать, что предел равен $+\infty$?
3.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}$	
4.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$	
5.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{1/x}$	
6.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\tan x)^{\tan 2x}$	

Тема 8. Исследование поведения функций в особых точках

Выполните следующие задания:

- 1 Укажите тип разрывов следующих функций в особых точках.

a $y = \frac{x}{x^2 - 1}$

b $y = x \sin \frac{1}{x}$

c $y = \arctan(2 \tan x)$

2 Укажите наклонные асимптоты у следующих функций.

a $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

b $y = x + \frac{\sin x}{x}$

c $y = \frac{e^x - x}{e^x + 1}$

Тема 9. Определенный интеграл

Выполните следующие задания:

1 Вычислите интеграл

$$\int_0^{\pi} \sin x \, dx$$

с точностью до 1-ой десятой.

2 Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и $y = 1 - x^2$.

3 Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и касательными к ней, проходящими через точку $(-1, -1)$.

4 Вычислите

$$\frac{d}{dx} \int_x^1 t^2 \, dt$$

5 Постройте график функции $y = \frac{x}{1+x^4}$ и найдите интеграл

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{1+x^4} \, dx.$$

6 Постройте график функции $y = \arcsin(\sin(x))$ и найдите интеграл

$$\int_{\pi}^0 \arcsin(\sin(x)) \, dx.$$

Для решения задач достаточно знать, что первообразной функции x^n будет функция $\frac{x^{n+1}}{n+1}$, и свойства определенного интеграла.

Тема 10. Неопределенный интеграл

Выполните следующие задания:

1 Вычислите

$$\frac{d}{dx} \int_x^1 \sin t^2 dt.$$

2 Вычислите

$$\frac{d}{dx} \int_x^1 e^{xt} dt.$$

3 Постройте эскиз графика функции

$$\int_{t=1}^x \ln t dt$$

при $x \geq 1$.

4 Используя теорему Лиувилля, вычислите интеграл

$$\int (2x+1) e^{x^2+x} dx.$$

5 Можно ли выразить первообразную функции e^{x^3} при помощи элементарных функций? Что говорит об этом WolframAlpha?

6 Можно ли вычислить интеграл

$$\int_{x=0}^{8\pi} \frac{dx}{2+\sin x} = F(8\pi) - F(0) = 0$$

по формуле Ньютона-Лейбница, используя первообразную, найденную в WolframAlpha?

Тема 11. Таблица интегралов

Выполните следующие задания:

Используя таблицу интегралов, найдите интегралы.

1	$\int \frac{x^2}{1+2x^3} dx$
2	$\int \frac{x}{e^{x^2}} dx$
3	$\int \cos^2 3x dx$
4	$\int (\sec x - \tan x)^2 dx$
5	$\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - 10x + 2}}$
6	$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

4 Тема 12. Метод подстановки и интегрирование по частям
Выполните следующие задания:

Возьмите интегралы.

1	$\int \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx$
2	$\int e^x \sin(e^x) dx$
3	$\int \sin^5 x \cos x dx$
4	$\int (x \ln(x))^2 dx$
5	$\int \arcsin x dx$
6	$\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{e^x} dx$

Тема 13. Интегрирование рациональных функций
Выполните следующие задания:

Вычислите:

1	$\int \frac{x^4+1}{x(x^2-1)} dx$	Под интегралом – неправильная дробь. $A = \frac{x^2+1}{x(x^2-1)} x \Big _{x=0} = -1$ $B = \frac{x^2+1}{x(x-1)(x+1)} (x-1) \Big _{x=1} = 1$ $C = \frac{x^2+1}{x(x-1)(x+1)} (x+1) \Big _{x=-1} = 1$
2	$\int \frac{x^2}{(x^2-1)^2} dx$	Имеются кратные вещественные корни.
3	$\int \frac{1}{x^3+1} dx$	Имеются простые, но комплексные корни. WolframAlpha успешно справляется с этой задачей.
4	$\int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2-1)}$	
5	$\int \frac{dx}{(x^3+1)^2}$	Имеются кратные комплексные корни. WolframAlpha успешно справляется с этой задачей.
6	$\int \frac{x^2 dx}{(x^2+1)^2(x-1)}$	

Тема 14. Интегрирование алгебраических функций

Выполните следующие задания:

Вычислите:

1	$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x+x^2}}$	Выделить полный квадрат.
2	$\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x+x^2}} = \int \frac{xdx}{\sqrt{\frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2} + x\right)^2}} = \int \frac{\left(u - \frac{1}{2}\right) du}{\sqrt{\frac{3}{4} + u^2}} = \int \frac{du^2}{\sqrt{\frac{3}{4} + u^2}} - \frac{1}{2} \int \frac{du}{\sqrt{\frac{3}{4} + u^2}}$	Выделить полный квадрат.
3	$\int \frac{dx}{(x^2+1)\sqrt{1-x^2}}$	
4	$\int \frac{xdx}{x - \sqrt{1+x-x^2}}$	

Тема 15. Интегрирование трансцендентных функций

Выполните следующие задания:

Вычислите:

1	$\int \frac{e^{5x} + 2}{e^x(e^x - 1)} dx$
2	$\int \frac{\cos^4 x}{\sin^3 x} dx$
3	$\int \frac{\sin^2 x \cos x}{\sin x + \cos x} dx = \int \frac{t^2 dt}{t + \sqrt{1-t^2}}$
4	$\int \frac{dx}{1 + 2 \cos x + 3 \sin x}$
5	$\int_{x=0}^{4\pi} \frac{dx}{2 + \sin x}$
6	При каких n берется интеграл $\int x^n e^{x^2} dx.$

2 семестр

Тема 1. Числовые ряды

Выполните следующие задания:

- 1 Докажите, что ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos 2n$$

расходится.

- 2 Докажите, что ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n}{n^2}$$

сходится абсолютно. Вычислите его сумму с точностью до $\pm 10^{-2}$.

- 3 Докажите, что ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$$

сходится абсолютно. Вычислите его сумму с точностью до $\pm 10^{-2}$.

- 4 Докажите, что ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n}{(n!)^2}$$

сходится абсолютно. Вычислите его сумму с точностью до $\pm 10^{-2}$.

- 5 Докажите, что ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{2n} \right)^n$$

сходится абсолютно. Вычислите его сумму с точностью до $\pm 10^{-2}$.

Тема 2. Функциональные ряды

Выполните следующие задания:

- 1 Докажите, что ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^3}$$

сходится равномерно. Сколько членов нужно взять в этом ряде, чтобы вычислить сумму с точностью до ± 0.01 ? **Указание:** для оценки $\sum 1/n^3$ используйте интеграл $\int dx/x^3$.

- 2 Вычислите

$$\int_0^1 \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^3} \right) dx$$

с точностью до ± 0.01 .

- 3 Напишите уравнение касательной к кривой

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^3}$$

в точке $x=0$.

4 Аппроксимируйте в окрестности нуля функцию

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^4}$$

квадратично по формуле Тейлора.

Проверьте правильность решения задач путем построения графиков частичных сумм рассматриваемых рядов.

Тема 3. Степенные ряды

Ответьте на вопросы:

- 1.1 Что называют степенным рядом? Как устроена его область сходимости?
- 1.2 Как вычислить радиус сходимости?
- 1.3 Можно ли дифференцировать и интегрировать степенные ряды почленно?
- 1.4 Что такое ряд Тейлора? Чем он отличается от формулы Тейлора?
- 1.5 Сформулируйте теоремы о разложении в ряд Маклорена.
- 1.6 Запишите по памяти ряды Маклорена для основных элементарных функций (табл. 1).

Тема 4. Ряды Фурье

Выполните следующие задания:

- 1 Разложите в ряд Фурье $\cos^3 x$.
- 2 Запишите ряд Фурье для *четной* функции, совпадающей с x^2 на отрезке $0 < x < \pi$. Где этот ряд совпадает с x^2 ?
- 3 Используя ряд из предыдущей задачи, вычислите точно сумму ряда
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$
- 4 Запишите ряд Фурье для *нечетной* функции, совпадающей с $2x$ на отрезке $0 < x < \pi$. Где этот ряд совпадает с $2x$?
- 5 Можно ли получить ряд Фурье для функции из задачи № 4 дифференцированием ряда из задачи № 2?
- 6 Разложите в ряд Фурье 2π -периодическую функцию, равную x при $-\pi < x < \pi$. К чему сходится этот ряд при $x = \pi$? Сходится ли этот ряд равномерно при всех x ?

Тема 5. Комплексные числа

Выполните следующие задания:

- 1 Приведите к стандартному виду
 - a $\frac{2 - 3i - 5i^2}{2 + 3i}$
 - b $\frac{1}{2i} + \frac{1}{i+1}$

- 2 Найдите модуль и аргумент следующих чисел
 а $-1-i$
 б $2+3i$
- 3 Найдите решение системы по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x+iy+z=1 \\ ix-3y+iz=2 \\ x+iy+z=3 \end{cases}$$

Ответ приведите к стандартному виду.

- 4 Найдите все решения системы
 а $ix+2y+z=2, x+iz=0, x+y+z=1$
 б $ix+2y+z=2, x+iz=0, (1+i)x+2y+(1+i)z=2$
 в $ix+2y+z=2, x+iz=0, (1+i)x+2y+(1+i)z=1$

Ответ приведите к стандартному виду.

- 5 При каких комплексных значениях параметра a система

$$\begin{cases} 2x+ay+z=1 \\ ax-3y+az=2 \\ x+ay+2z=0 \end{cases}$$

не имеет решения?

Тема 6. Аналитические функции

Выполните следующие задания:

- Выведите формулы четверного угла, выражающие $\sin 4x$ и $\cos 4x$ через $\sin x$ и $\cos x$.
- Разложите в ряд Фурье функции $\cos^4 x$, $\cos^4 x \sin x$ и $\cos^5 x$.
- Вычислите интеграл

$$\int_0^{\pi} \cos^4 x \, dx.$$

- В каких точках вещественной оси функция $\ln x$ является аналитической. Чему равен $\ln\left(1+\frac{i}{2}\right)$?
- (*) Подумайте, чему может быть равно выражение $e^{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}}$?

Тема 7. Частные производные

Выполните следующие задания:

- Найдите обе частные производные следующих функций:
 а $z=(x+y)^{x-y}$,
 б $z=\sin(x \cos y)$,
 в $z=\frac{x+y}{x-y}$
- Выпишите уравнения касательной плоскости к функции $z=x^y$ в точке $(2,3)$.

- 3 Сколько касательных плоскостей можно провести к параболоиду $z = x^2 + 2y^2$ через прямую, заданную уравнениями

$$x + y = 0, z = -2?$$

- 4 Сколько можно провести касательных плоскостей к параболоиду $z = x^2 - y^2$, параллельно плоскости $x + y + z = 0$.

- 5 Проверьте выполнение равенства

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$$

для следующих функций:

d $z = (x + y)^{x-y}$,

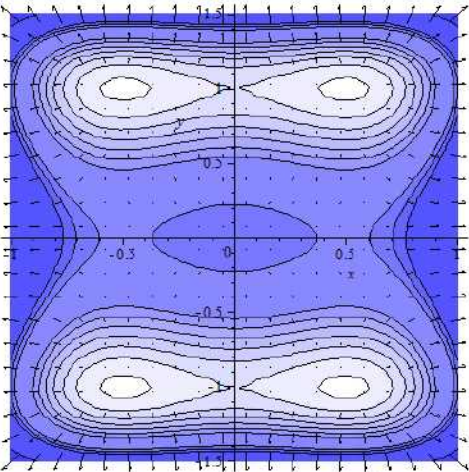
e $z = \sin(x \cos y)$,

f $z = \frac{x+y}{x-y}$

Тема 8. Задачи на минимум и максимум функции двух переменных

Выполните следующие задания:

- 6.1 Найдите точки, в которых функция имеет строгий локальный минимум или максимум. Укажите седла.

Функция	Ответ
$x^2 + (y-1)^2$	$(0,1) - \min$
$(x-y+1)^2$	нет
$x^2 y^3 (6-x-y)$	$(2,3) - \max$ Имеются линии, на которых функция имеет нестрогие экстремумы
$x^3 + y^3 - 3xy$	$(1,1) -- \min$
$x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$	$(1,1), (-1,-1) -- \min$
$2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$	$(0,0) - \max$
	$\left(\pm \frac{1}{2}, \pm 1\right) - \min$ $(0, \pm 1), \left(\pm \frac{1}{2}, 0\right) -- \text{седла}$
$e^{2x+3y}(8x^2 - 6xy + 3y^2)$	$(0,0) - \min$ $\left(\frac{-1}{4}, -\frac{1}{2}\right) -- \text{седло}$
$e^{x^2-y}(5-2x+y)$	$(1,-2) -- \text{седло}$

Тема 9. Двойные интегралы

Выполните следующие задания:

1 Вычислите

$$\iint_G (x^2 + y) dx dy$$

по области G , ограниченной параболой $y = x^2$, $y^2 = x$.

2 Вычислите интеграл

$$\iint_G \frac{x^2}{y^2} dx dy$$

по области G , ограниченной прямыми $x = 2$ и $y = x$ и гиперболой $xy = 1$.

3 Вычислите площадь одной петли лемнискаты $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$.

4 Вычислите площадь эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} < 1$$

5 Найдите длину дуги параболы

$$y = \frac{x^2}{2p},$$

заключенную между точками с абсциссами $x = 0$ и $x = a$. Принять, что $a, p > 0$.

6 Найдите длину дуги астроиды

$$x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t, t = 0 \dots 2\pi.$$

7 Найдите площадь куска параболоида

$$z = xy,$$

вырезанного цилиндром $x^2 + y^2 = a^2$.

8 Вычислите интеграл

$$\iint_F (y^2 z^2 + z^2 x^2 + x^2 y^2) dS$$

по куску поверхности конуса

$$z = \sqrt{x^2 + y^2},$$

вырезанного из него цилиндром

$$x^2 + y^2 = 2ax.$$

Перечень практических работ

1. Манипуляции с символьными выражениями
2. Вычисление пределов элементарных выражений
3. Приближенное вычисление определенного интеграла
4. Символьное интегрирование алгебраических функций
5. Символьное интегрирование трансцендентных функций

Каждая выполненная практическая работа оценивается в 2 балла, всего 10 баллов.

Примеры заданий практических работ

4 Манипуляции с символьными выражениями

- 1) Упростите выражение

$$\cos 2x + \sin^2 x - \cos^2 x$$

при помощи методов `full_simplify` и `simplify`. Чем отличаются эти методы?

- 2) Раскройте скобки в выражении

$$x(x + 2^x)^9.$$

- 3) Вычислите значение выражения

$$\frac{x+1}{x^4+x^3}$$

в точке $x = 12$.

- 4) Постройте график функции, заданной выражением

$$y = \sin(\sin x)$$

на отрезке $0 < x < 4\pi$.

- 5) Продифференцируйте выражение

$$x^x$$

- 6) Составьте уравнение касательной прямой к кривой

$$y = \sin(\sin x)$$

в точке $x = \pi/4$. Нарисуйте график кривой и касательной прямой.

- 7) * Является ли число

$$2 \arctan(1/3) + \arctan(1/7) - \pi/4$$

целым?

5 Вычисление пределов элементарных выражений

- 1) Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{10} 3x}{x^{10}}$$

- 2) Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0+0} e^{1/x^3}$$

- 3) Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} e^{1/x^3}$$

4) Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln \ln x}{x}$$

5) Найдите наклонную асимптоту к графику функции

$$y = x \arctan x^3$$

при $x \rightarrow -\infty$. Нарисуйте график кривой и наклонных асимптот.

6 Приближенное вычисление определенного интеграла

1) Вычислите приближенное значение интеграла

$$\int_{x=0}^1 e^{-x^4} dx$$

с точностью до ± 0.01 .

2) Вычислите приближенное значение интеграла

$$\int_{x=0}^1 e^{-x^4} dx,$$

нарезав интервал на 10^3 столбиков.

3) Постройте график первообразной функции e^{-x^4} на отрезке $0 < x < 1$.

7 Символьное интегрирование алгебраических функций

1) Найдите символьное выражение для интеграла

$$\int \frac{dx}{x^3 + x + 3}$$

силами нескольких систем компьютерной алгебры.

2) Получите символьное выражение для интеграла

$$\int \frac{dx}{x^3 + x + 3},$$

содержащее только элементарные операции и вещественные числа.

3) Получите символьное выражение для интеграла

$$\int \frac{dx}{(x^3 + x + 3)^2}$$

содержащее только элементарные операции и вещественные числа.

8 Символьное интегрирование трансцендентных функций

1) Найдите символьное выражение для интеграла

$$\int_{x=0}^{\pi} \arcsin \sin x^2 dx$$

силами Sage и проверьте его.

2) Представьте интеграл

$$\int_{x=0}^1 2^x x^5 dx$$

в виде десятичной дроби несколькими в нескольких CAS. Сколько цифр после запятой совпадают?

Методические указания и шкала оценок.

Порядок выполнения практической работы заключается в следующем:

- Ознакомиться с разделами методических указаний к практической работе.
- Выполнить задания по практической работе.
- Составить отчёт.

Отчёт должен содержать следующие элементы:

- Титульный лист
- Формулировка задания
- Описание выполняемых в соответствии с заданием действий, подтвержденных скриншотами.
- Выводы по проделанной работе.

Критерии оценки выполнения заданий по практическим работам

Оценивается полнота выполнения работы, оформление результатов, полнота ответов на контрольные вопросы, если это предусмотрено заданием.