

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 05.07.2022 12:45:32  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d891083f939673078ef1a980dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов»**

**Факультет физико-математических и естественных наук**

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика программы аспирантуры)

**Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей**

(наименование базового учебного подразделения (БУП)-разработчика программы аспирантуры)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

(наименование дисциплины/модуля)

**Научная специальность:**

**1.2. Компьютерные науки и информатика**

(код и наименование научной специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации программы аспирантуры:**

**1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

(наименование программы аспирантуры)

**2022 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» является подготовка к сдаче кандидатских экзаменов, а также освоение компетенций (АК – академические компетенции, НК – научно-исследовательские компетенции).

**К основным задачам** изучения дисциплины относятся:

- изучение современных методов исследования классических моделей математической физики, в том числе метода конечных элементов,
- осмысление роли функционального анализа в исследовании этих моделей,
- овладение навыками решения краевых и начально-краевых задач с использованием специализированного программного обеспечения (ПО).

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» направлено на подготовку к сдаче кандидатских экзаменов, а также освоение компетенций:

АК – академические компетенции:

АК-1 способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях

НК – научно-исследовательские компетенции:

НК-1 способность самостоятельно проводить научные исследования в области математического моделирования, численных методов и комплексов программ, применять полученные результаты в научных исследованиях и других областях

## 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» составляет 4 зачетных единиц.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения программы аспирантуры

| Вид учебной работы                        | ВСЕГО,<br>ак.ч. | Курс |    |     |   |   |
|---|-----------------|------|----|-----|---|---|
|   |                 | 1    | 2  | 3   | 4 |   |
| Контактная работа, ак.ч.                  | 60              |      | 60 |     |   |   |
| в том числе:                              |                 |      |    |     |   |   |
| Лекции (ЛК)                               | 20              | –    | 20 | –   | – |   |
| Лабораторные работы (ЛР)                  | –               | –    | –  | –   | – |   |
| Практические/семинарские занятия (СЗ)     | 40              | –    | 40 | –   | – |   |
| Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч. | 48              | –    | 48 | –   | – |   |
| Контроль (зачет с оценкой), ак.ч.         | 36              | –    | 36 | –   | – |   |
| Общая трудоемкость дисциплины             | ак.ч.           | 144  | –  | 144 | – | – |
|   | зач.ед.         | 4    | –  | 4   | – | – |

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

| Наименование раздела дисциплины   | Содержание раздела (темы)   | Вид учебной работы |
|---|---|--------------------|
| Раздел 1.<br>Функциональный анализ                                      | Тема 1.1. Гильбертовы пространства. Норма. Скалярное произведение. Линейные формы, теорема Рисса.   | ЛК, СЗ             |
|   | Тема 1.2. Билинейные формы, теорема Лакса-Мильграма. Линейные операторы: ограниченные, самосопряженные, вполне непрерывные.   | ЛК, СЗ             |
|   | Тема 1.3. Задача на собственные значения. Теорема о полноте системы собственных векторов самосопряженного вполне непрерывного оператора.  | ЛК, СЗ             |
| Раздел 2.<br>Эллиптические уравнения                                    | Тема 2.1. Краевые задачи для уравнения Пуассона. Физический смысл краевых условий. Пространства Соболева. Теоремы вложения. Слабая постановка третьей краевой задачи, теорема о существовании и единственности ее решения.  | ЛК, СЗ             |
|   | Тема 2.2. Первая и вторая краевые задачи, условия разрешимости 2-ой краевой задачи.   | ЛК, СЗ             |
|   | Тема 2.3. Метод конечных элементов. Кусочно-линейная аппроксимация в пространствах Соболева, оценки точности. Лемма Сеа. Обоснование сходимости метода решения 3-ей краевой задачи для уравнения Пуассона по методу конечных элементов.   | ЛК, СЗ             |
| Раздел 3.<br>Параболические уравнения                                   | Тема 3.1. Методы решения начально-краевых задач для уравнения теплопроводности. Сильная и обобщенная постановки начально-краевой задачи. Теоремы о существовании и единственности решения.  | ЛК, СЗ             |
|   | Тема 3.2. Исследование начально-краевой задачи на отрезке. Метод конечных разностей. Схема Эйлера. Устойчивость.  | ЛК, СЗ             |
| Раздел 4.<br>Гиперболические уравнения и задачи на собственные значения | Тема 4.1. Уравнение колебаний струны. Постановка начально-краевой задачи. Метод Фурье. Метод Даламбера.   | ЛК, СЗ             |
|   | Тема 4.2. Собственные колебания мембраны. Сильная и обобщенная постановки задачи на собственные значения оператора Лапласа. Свойства собственных значений и собственных функций. Первое собственное значение круга, прямоугольника и равностороннего треугольника. Функции Бесселя нулевого порядка нулевого порядка. Старшие собственные значения круга, | ЛК, СЗ             |

| Наименование раздела дисциплины | Содержание раздела (темы)   | Вид учебной работы |
|---------------------------------|---|--------------------|
|                                 | прямоугольника и равносостороннего треугольника. Функции Бесселя. Приближенное отыскание младших собственных значений по методу конечных элементов.   |                    |
|                                 | Тема 4.3. Вынужденные колебания мембраны. Сильная и обобщенная постановка начально-краевой задачи для уравнения колебаний. Метод Фурье и теорема Стеклова. Возбуждение круглой мембраны щипком. Сведение начально-краевой задачи к начальной задаче для системы линейных дифференциальных уравнений по методу конечных элементов. Исследование начальной задачи по явной схеме Эйлера или путем разложения по собственным функциям (метод Фурье). | ЛК, СЗ             |

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

| Тип аудитории       | Оснащение аудитории   | Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)  |
|---------------------|---|---|
| Лекционная          | Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.   | Компьютер/ноутбук с доступом сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета, браузер, ПО для просмотра PDF, MS Teams.  |
| Компьютерный класс  | Компьютерный класс для проведения занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная персональными компьютерами (в количестве не менее 10 шт.), доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций. | Компьютер/ноутбук с доступом сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета, браузер, ПО для просмотра PDF, офисный пакет MS Office или LibreOffice, MS Teams. ОС Linux, FreeFem++, TeXLive, Sagemath. |
| Для самостоятельной | Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться  | Компьютер/ноутбук с доступом сети Интернет и  |

| Тип аудитории      | Оснащение аудитории   | Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)   |
|--------------------|---|--|
| работы обучающихся | для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС. | электронно-образовательной среде Университета, браузер, ПО для просмотра PDF, офисный пакет MS Office или LibreOffice, MS Teams. ОС Linux, FreeFem++, TeXLive, Sagemath. |

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### *Основная литература:*

1. Калиткин, Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин ; под ред. А.А. Самарского. - Москва : Наука, 1978. - 512 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456957>
2. Пименов, В.Г. Численные методы : учебное пособие : в 2 ч. / В.Г. Пименов, А.Б. Ложников ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина, Ю.А. Меленцова. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - Ч. 2. - 107 с. : ил., табл., схем. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7996-1342-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275819>, <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275819>
3. Уравнения математической физики [Текст] : Учебное пособие для студентов-иностранцев / Л.В. Бигуаа, Н.В. Маркова. - М. : Изд-во РУДН, 2019. - 90 с. : ил. - ISBN 978-5-209-09372-5 : 69.20.
4. Примеры и задачи по уравнениям математической физики [Текст/электронный ресурс] : Учебно-методическое пособие / А.В. Краснослободцев. - Электронные текстовые данные. - М. : Изд-во РУДН, 2019. - 88 с. - ISBN 978-5-209-09172-1 : 67.23.
5. Ефремов, Ю. С. Методы математической физики в пакете символьной математики maple : учебное пособие для академического бакалавриата / Ю. С. Ефремов, М. Д. Петропавловский. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 300 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05278-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/415876>

### *Дополнительная литература:*

1. Лекции по функциональному анализу [Текст] / Ф. Рисс, Секефальви - Надь Бела; Пер. с франц. Д.А.Василькова; Под ред. С.В.Фомина; Ред.



- С.А.Теляковский. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Мир, 1979. - 587 с. : ил. - 2.70. [ET 50].
2. Арсеньев А.А. Лекции по функциональному анализу для начинающих специалистов по математической физике. Изд. 2-е, испр. и доп. М., 2009, 2011. <http://window.edu.ru/resource/036/68036/files/arsen.pdf>
  3. Краевые задачи математической физики [Текст] : Учебное пособие / О.А. Ладыженская. - М. : Наука, 1973. - 407 с. : ил. - 0.84. [ET 8]
  4. Уравнения математической физики [Текст] : Учебное пособие для университетов / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. - 6-е изд., исправ. и доп. - М. : Изд-во МГУ, 1999. - 798 с. : ил. - ISBN 5-211-04138-0 : 70.00. [ET 2]. То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468275>
  5. Лекции по математической физике [Текст] : Учебник по физике / А.Г. Свешников, А.Н. Боголюбов, В.В. Кравцов; А.Г.Свешников, А.Н.Боголюбов, В.В.Кравцов. - М. : Изд-во МГУ, 1993. - 352 с. : ил. - ISBN 5-211-02073-1 : 17.00. [ET 1]
  6. Метод конечных элементов [Текст] / Ж. Деклу; Пер. с франц. Б.И.Квасова; Под ред. Н.Н.Яненко. - М. : Мир, 1976. - 95 с. - 0.28. [ET 2]
  7. Жуков М. Ю., Ширяева Е. В. Использование пакета конечных элементов FreeFem++ для задач гидродинамики, электрофореза и биологии. — Ростов-на-Дону : Южный федеральный университет, 2008. — 256 с. <https://elibrary.ru/item.asp?id=20414219>
  8. Hecht F. Freefem++ / Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie. — 3-е изд. — Paris, 2018. — URL: [www.freefem.org](http://www.freefem.org).
  9. Тухфатуллин, Б. А. Численные методы расчета строительных конструкций. Метод конечных элементов : учебное пособие для академического бакалавриата / Б. А. Тухфатуллин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 157 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-08899-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/442338>

*Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров:

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН <http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>
- Электронная библиотека РГБ <http://www.rsl.ru/>
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>
- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

2. Базы данных и поисковые системы:

- поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>
- поисковая система Google <https://www.google.ru/>
- реферативная база данных SCOPUS

<http://www.elsevierscience.ru/products/scopus/>

- ТУИС <http://esystem.pfur.ru>
- Общероссийский математический портал [mathnet.ru](http://mathnet.ru)
- NIST Цифровая энциклопедия математических функций (<https://dlmf.nist.gov>)

Облачные сервисы:

- CoCalc (<https://cocalc.com>) - веб-платформа для облачных вычислений и управления курсами для вычислительной математики, является частью проекта Sage, поддерживает редактирование рабочих листов Sage, документов LaTeX и блокнотов Jupyter, открывает доступ к экспериментам в консоли Linux (Ubuntu 18.04.2 LTS).
- ShareLaTeX (<https://ru.sharelatex.com>) - онлайн редактор LaTeX, не требует установки, поддерживает совместную работу в реальном времени.

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля:*

*1. Практические задания по дисциплине «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»*

## **8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Оценочные материалы и балльно-рейтинговая система<sup>1</sup> оценки освоения дисциплины представлены в Приложении к настоящей Рабочей программе дисциплины.

### **РАЗРАБОТЧИКИ:**

доцент кафедры прикладной  
информатики и теории вероятностей

Должность, БУП



Подпись

М.Д. Малых

Фамилия И.О.

### **РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:**

Зав. кафедрой прикладной  
информатики и теории вероятностей

Наименование БУП



Подпись

К.Е. Самуйлов

Фамилия И.О.

<sup>1</sup> - Ом и БРС формируются на основании требований соответствующего локального нормативного акта РУДН.