

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Математический анализ

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

01.03.01 «Математика»

Квалификация (степень выпускника) Бакалавр

1. Цели и задачи дисциплины:

Целями освоения дисциплины являются: приобретение теоретических знаний в области математического анализа, а также умений и практических навыков решения математических задач с использованием методов анализа.

Основными задачами освоения дисциплины являются: обучение активному владению методами математического анализа и их применению в решении задач, в том числе прикладных.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Общекультурные компетенции			
	ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности		Теория функций действительного переменного. Функциональный анализ. Теория функций комплексного переменного. Дифференциальная геометрия и топология. Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики.
Универсальные компетенции			
	УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни		ВКР

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ОПК-1, УК-6.

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;

УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: общие принципы организации математического исследования.

Уметь: использовать математические методы, в том числе методы математического анализа, в решении задач математики и её приложений.

Владеть: методами математического анализа

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 25 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Модули							
		1мод 9 нед	2мод 8 нед	3мод 9 нед	4мод 8 нед	5мод 9 нед	6мод 8 нед	7мод 9 нед	8мод 8 нед
Аудиторные занятия (всего)	436	81	56	63	64	54	32	54	32
В том числе:									
Лекции	196	36	24	27	32	18	16	27	16
Практические занятия (ПЗ)	240	45	32	36	32	36	16	27	16
Самостоятельная работа (всего)	464	63	88	45	80	90	40	18	40
В том числе:									
Курсовой проект (работа)	-	-	-	-	-				
Расчетно-графические работы									
Реферат									
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>	464	63	88	45	80	90	40	18	40
Общая трудоемкость (час)	900	144	144	108	144	144	72	72	72
зач. ед.	25	4	4	3	4	4	2	2	2

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Элементы теории множеств	Логическая символика. Понятие множества. Элементарные операции над множествами. Теоремы де Моргана. Дискретная сумма двух множеств. Декартово произведение двух множеств. Понятие функции (отображения). Простейшая классификация отображений. Композиция функций и взаимно обратные отображения. Отношения на множествах. Отношение эквивалентности. График отображения. Мощность множества. Теорема Кантора о мощности множества всех подмножеств данного множества. Аксиоматика теории множеств.
2.	Вещественные числа	Определение множества действительных чисел. Общие алгебраические свойства действительных чисел. Аксиома полноты и существование верхней (нижней) грани числового множества. Натуральные числа и принцип математической индукции. Рациональные и иррациональные числа. Принцип Архимеда. Лемма Коши-Кантора о вложенных отрезках. Лемма Бореля-Лебега о конечном покрытии. Лемма Больцано-Вейерштрасса о предельной точке. Счетные и несчетные множества. Мощность континуума.
3	Теория пределов числовых	Числовая последовательность и ее предел. Свойства предела последовательности. Предельный переход и арифметические

	последовательностей	операции. Предельный переход в равенстве и неравенстве. Критерий Коши сходимости последовательности. Монотонные последовательности и их пределы. Теорема Вейерштрасса. Число ϵ . Подпоследовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Верхние (наибольшие) пределы и нижние (наименьшие) пределы.
4	Теория пределов функций	Предел функции в точке. Предел функции справа и слева. Предел функции на бесконечности. Сведение предела функции к обычному пределу последовательности. Предел по Коши и по Гейне; их эквивалентность. Первый и второй замечательные пределы. Предельные переход и арифметические операции. Предельный переход и неравенства. Критерий Коши существования предела функции. Предел композиции функций. Предел монотонной функции. Сравнение бесконечно малых. Шкала бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Замена бесконечно малых в отношениях. Классификация бесконечно больших.
5	Непрерывные функции	Непрерывность функции в точке; непрерывность функции на отрезке. Непрерывность по Коши и по Гейне и их эквивалентность. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Односторонняя непрерывность. Классификация разрывов. Непрерывность и разрывы монотонных функций. Свойства непрерывных функций. Первая и вторая теорема Больцано-Коши. Теорема Вейерштрасса о максимальном значении. Понятие равномерной непрерывности. Теорема Кантора-Гейне о равномерной непрерывности. Непрерывность монотонной функции.
6	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Производная и ее свойства. Ее геометрический смысл. Таблица производных. Производная обратной функции. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной функции. Односторонние производные. Дифференцируемость функции. Дифференциал. Его геометрический смысл. Связь между производной и дифференциалом. Инвариантность формы первого дифференциала. Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ферма, теорема Дарбу, Теорема Ролля, Теорема Лагранжа, Теорема Коши. Их геометрическая трактовка. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Параметрическое дифференцирование. Формула Тейлора для многочленов. Формула Тейлора для функций. Остаточные члены формулы Тейлора в виде Пеано, Лагранжа, Коши. Исследование хода изменения функции. Постоянство, монотонность. Экстремумы. Локальные максимумы и минимумы. Необходимые условия экстремума. Стационарные точки. «Подозрительные» точки. Достаточные условия экстремума. Первое и второе правило. Использование высших производных для нахождения экстремума. Разыскание наибольших и наименьших значений. Выпуклость и вогнутость. Геометрическая трактовка. Необходимое условие. Достаточные условия выпуклости. Точки перегиба. Необходимые условия перегиба. Достаточные условия перегиба. Построение графиков функций. Общая схема. Асимптоты - горизонтальные, вертикальные и наклонные. Раскрытие неопределенностей : три теоремы Лопиталья. Неопределенность типа $\frac{0}{0}$. Теорема Лопиталья. Другие неопределенности типа $\infty - \infty, 1^\infty, 0^\infty, \infty^0$ и их раскрытие.
7	Интегральное исчисление	Первообразная функция (неопределенный интеграл). Правила

		<p>интегрирования. Алгоритмические вопросы отыскания первообразных. Определение определенного интеграла Римана. Свойства интеграла. Геометрический и физический смысл интеграла. Среднее значение функции. Методы интегрирования (интегрирование по частям, замена переменной, формула Валлиса, формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме). Интеграл как предел интегральных сумм. Интеграл от кусочно-непрерывных функций. Приложения интеграла (аддитивные функции отрезка, вычисление площади криволинейной трапеции, вычисление длины пути, объем и площадь поверхности тел вращения). Несобственные интегралы (определение и свойства неопределенных интегралов, признаки сходимости, замена переменных и интегрирование по частям в несобственном интеграле).</p>
8	Функции многих переменных	<p>Функции двух и нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Повторные пределы. Непрерывность функции нескольких переменных. Операции над непрерывными функциями. Теорема Больцано-Коши. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Теорема Вейерштрасса. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Частные производные и частные дифференциалы. Полное приращение функции. Теорема о полном приращении. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал. Достаточные условия дифференцируемости. Геометрическая интерпретация первого дифференциала (для функции двух переменных). Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности. Производная от сложной функции. Формула конечных приращений. Производная по заданному направлению. Инвариантность формы (первого) дифференциала. Производные высших порядков. Теорема о смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции нескольких переменных. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые условия. Достаточные условия экстремума (для функции двух переменных). Достаточные условия (общий случай). Критерий Сильвестра. Наибольшее и наименьшее значение функции.</p>
9	Теория неявных функций	<p>Понятие неявной функции от одной переменной. Теорема о неявной функции. Вычисление производных неявных функций. Обобщение результатов о нахождении экстремума функции на многомерный случай. Относительные (условные) экстремумы. Необходимые условия относительного экстремума. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Достаточные условия для относительного экстремума.</p>
10	Числовые ряды	<p>Частичные суммы. Общий член ряда. Сходимость и расходимость рядов. Необходимое условие сходимости. Критерий Больцано-Коши. Сходимость положительных рядов. Признаки сравнения. Признаки Коши и Д'Аламбера. Ряды с членами произвольного знака. Признак Лейбница. Абсолютная сходимость. Сумма абсолютно сходящегося ряда. Перестановки рядов. Понятие о суммируемости произвольных числовых семейств. Условная сходимость. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле. Интегральный признак сходимости рядов.</p>
11	Функциональные последовательности и ряды	<p>Равномерная сходимость и свойства предельных функций. Теорема о непрерывности предельной функции. Теорема о предельном переходе под знаком интеграла. Теорема о дифференцируемости предельной функции. Верхний и нижний пределы последовательностей и их свойства. Признак</p>

		Коши. Функциональные ряды. Критерий Больцано-Коши. Признак Вейерштрасса. Признаки равномерной сходимости.
12	Анализ Фурье	Лемма Римана-Лебега. Суммирование рядов методом Чезаро. Ряды Фурье. Ортогональные системы. Ряд Фурье в экспоненциальной форме. Сходимость ряда Фурье в точке. Теорема Дини. Интеграл Фурье. Достаточные условия разложения функции в интеграл Фурье. Различные виды формулы Фурье. Преобразование Фурье и его свойства.
13	Интегралы, зависящие от параметра	Интеграл от суммируемых функций. Теоремы Леви и Лебега. Теорема о непрерывности интеграла по параметру. Теоремы о дифференцировании и об интегрировании интеграла по параметру. Несобственные интегралы от параметра. Гамма-функция. Формула Эйлера. Объем n -мерного шара.
14	Кратные интегралы	Интеграл Римана на n -мерном промежутке. Критерии Лебега и Дарбу. Интеграл по множеству. Мера (объем) допустимого множества. Интеграл как линейных функционал. Аддитивность. Оценки интеграла. Сведение кратного интеграла к повторному. Теорема Фубини. Принцип Кавальери. Замена переменных в кратном интеграле.
15	Криволинейные интегралы	Криволинейные интегралы 1-го рода и их свойства. Нахождение массы кривой статических моментов и центра тяжести. Криволинейные интегралы 2-го рода и их свойства. Физическая интерпретация. Случай замкнутого контура. Ориентация. Вычисление площади с помощью криволинейных интегралов. Связь между криволинейными интегралами обоих родов. Интеграл Стилтеса. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Интегралы по замкнутому контуру.
16	Интегрирование на поверхности	Мера k -мерного параллелепипеда в \mathbb{R}^n , ($n \geq k$). Три способа задания k -мерной поверхности в n -мерном пространстве. Мера на k -поверхности. Внешние формы. Ориентация. Интеграл от дифференциальной формы. Связь интеграла от дифференциальной формы (2-го рода) с интегралом по мере (1-го рода). Формула Грина. Формула Остроградского-Гаусса. Классическая формула Стокса. Общая формула Стокса (формула Ньютона-Лейбница-Грина-Гаусса-Остроградского-Стокса). Дифференцирование векторных полей. Физический смысл $\text{rot } F$ и $\text{div } F$. Потенциальное поле и его характеристика. Соленоидальное поле и его характеристика. Разложение произвольного поля на сумму потенциального и соленоидального. Обратная задача векторного анализа.

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	Семина	СРС
1.	Элементы теории множеств	11	6	-	-	28
2.	Вещественные числа	13	6	-	-	28
3	Теория пределов числовых последовательностей	13	10	-	-	33
4	Теория пределов функций	13	12	-	-	33
5	Непрерывные функции	10	12	-	-	19
6	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	23	33	-	-	43
7	Интегральное исчисление	12	29	-	-	33

8	Функции многих переменных	18	19	-	-	38
9	Теория неявных функций	10	10	-	-	23
10	Числовые ряды	10	21	-	-	23
11	Функциональные последовательности и ряды	10	19			23
12	Анализ Фурье	10	10	-	-	28
13	Интегралы, зависящие от параметра	8	17	-	-	23
14	Кратные интегралы	9	14	-	-	28
15	Криволинейные интегралы	8	8	-	-	28
16	Интегрирование на поверхности	18	14	-	-	33

6. Лабораторный практикум

Отсутствует.

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических работ	Трудоемкость (час.)
1.	Элементы теории множеств	Операции над множествами. Отображения множеств. Образы и прообразы отображений. Взаимно однозначные отображения. Отношения на множествах. Отношение эквивалентности. Фактор-множество. Дискретная сумма двух множеств. Декартово произведение двух множеств. График отображения.	6
2	Построение графиков функций	Построение графиков функций. Контрольная работа № 1 «Теория множеств. Построение графиков функций»	6
3	Теория пределов числовых последовательностей	Нахождение пределов числовых последовательностей. Бесконечно малые величины. Бесконечно большие величины. Неопределенные выражения: неопределенности вида $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$. Монотонные последовательности и их пределы. Принцип сходимости Больцано-Коши. Частичные пределы. Верхние (наибольшие) пределы и нижние (наименьшие) пределы. Свойства верхних и нижних пределов.	10
4	Теория пределов функций	Предел функции в точке. Предел функции справа и слева. Предел функции на бесконечности. Бесконечный предел функции. Сведение предела функции к пределу последовательности. Предел по Коши и по Гейне. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Неопределенности вида $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$. Предел монотонных функций. Общий признак сходимости Больцано-Коши. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные функции. Замена функций при нахождении пределов. Классификация бесконечно больших.	12
5	Теория непрерывных функций	Непрерывность функции в точке; непрерывность функции на отрезке. Непрерывность по Коши и по Гейне. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Односторонняя непрерывность. Классификация разрывов. Непрерывность и разрывы монотонных функций. Суперпозиция непрерывных функций. Понятие равномерной непрерывности.	12

		Первая и вторая теорема Больцано-Коши. Существование обратной функции. Первая и вторая теорема Вейерштрасса. Контрольная работа № 2 “Предел числовой последовательности и функции. Непрерывность”.	
6	Дифференциальное исчисление	Производная и ее свойства. Ее геометрический и физический смыслы. Таблица производных. Правила нахождения производных. Производная сложной функции. Односторонние производные. Бесконечные производные. Дифференцируемость функции. Дифференциал. Техника дифференцирования. Параметрическое дифференцирование. Производная обратной функции. Основные теоремы дифференциального исчисления. Производная и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Экстремумы. Достаточные условия экстремума. Разыскание наибольших и наименьших значений. Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Исследование функции на выпуклость, вогнутость и перегибы. Построение графиков функций с полным исследованием. Раскрытие неопределенностей, теоремы Лопиталя. Контрольная работа № 3 “Дифференциальное исчисление. Формула Тейлора”.	33
7	Первообразная и неопределенный интеграл	Вычисление неопределенных интегралов. Таблица основных интегралов. Простейшие правила интегрирования. Интегрирование путем замены переменных. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных выражений. Метод неопределенных коэффициентов. Метод Остроградского. Интегрирование выражений вида $R(x, m \sqrt{\frac{\alpha \cdot x + \beta}{\gamma \cdot x + \delta}})$. Интегрирование биномиальных дифференциалов. Подстановки Эйлера. Интегрирование выражений: универсальная подстановка, другие подстановки. Разные задачи на вычисление неопределенных интегралов. Контрольная работа № 1: «Неопределенные интегралы».	29
8	Определенный интеграл Римана	Задачи на определение интеграла Римана. Вычисление определенных интегралов. Интегрирование по частям. Замена переменных. Теоремы о среднем. Длина кривой. Площадь. Вычисление площади с помощью определенного интеграла. Объем. Вычисление объема с помощью определенного интеграла. Несобственные интегралы 1-го и 2-го родов. Признаки сходимости несобственных интегралов. Исследование сходимости несобственных интегралов. Связь между несобственными интегралами обоих родов. Контрольная работа № 2 «Определенный интеграл и его применение».	19
9	Функции многих переменных	Функции двух и нескольких переменных. Область определения функции. Предел функции нескольких переменных. Повторные пределы. Теорема о равенстве двойного и повторного пределов. Непрерывность функции нескольких переменных. Равномерная непрерывность. Вычисление частных производных. Дифференцируемость. Техника решения задач на	10

		дифференцируемость. Производная сложной функции. Формулы конечных приращений. Производная по направлению. Вычисление высших производных и дифференциалов. Формула Тейлора. Формула Тейлора. Нахождение экстремумов. Нахождение экстремумов. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции.	
10	Теория неявных функций	Неявные функции. Дифференцирование неявных функций. Условный экстремум. Метод Лагранжа. Контрольная работа № 3 «Функции нескольких переменных. Неявные функции».	21
11	Числовые ряды	Числовые ряды. Частичные суммы. Общий член ряда. Сходимость и расходимость рядов. Задачи на непосредственное вычисление суммы ряда (бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и под.). Сходимость положительных рядов. Гармонический и обобщенный гармонический ряды. Теоремы сравнения. Признаки сходимости числовых рядов. Абсолютная и условная сходимости. Степенной ряд, его промежуток сходимости. Теорема Коши-Адамара о радиусе сходимости. Контрольная работа № 1 «Числовые ряды».	19
12	Функциональные ряды	Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. Сходимость и равномерная сходимость функциональных рядов. Условие Больцано-Коши. Признаки равномерной сходимости функциональных рядов. Исследование равномерной сходимости функциональных рядов. Действия с функциональными рядами: почленный переход к пределу, интегрирование, дифференцирование. Свойства суммы функционального ряда. Контрольная работа № 2 «Функциональные ряды».	10
13	Ряды и интеграл Фурье	Ряды Фурье. Разложение функций в ряд Фурье. Разложение функций в ряд Фурье.	17
14	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра. Действия с (собственными) интегралами, зависящими от параметра. Дифференцирование и интегрирование (собственных) интегралов, зависящих от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Исследование равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра. Исследование равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра. Дифференцирование и интегрирование несобственных интегралов, зависящих от параметра. Эйлеровы интегралы 1-го и 2-го родов. В-функция и Г-функция. Контрольная работа № 3 «Ряды Фурье. Интегралы, зависящие от параметра».	14
15	Кратные интегралы	Вычисление повторных интегралов. Вычисление двойных интегралов. Двойные и тройные интегралы. Теорема Фубини. Вычисление двойных и тройных интегралов. Замены переменных в кратных интегралах. Несобственные кратные интегралы и их вычисление. Замена переменных в несобственных кратных интегралах. Контрольная работа № 1:	8

		«Кратные интегралы».	
16	Криволинейные интегралы	Вычисление криволинейных интегралов 1-го рода. Вычисление криволинейных интегралов 2-го рода. Вычисление потенциальной функции в прямоугольной области. Вычисление криволинейных интегралов в трехмерных областях. Формула Грина и ее применение. Функции с ограниченным изменением. Интегралы Стильеса. Контрольная работа № 2 «Криволинейные интегралы. Интеграл Стильеса».	14
17	Поверхностные интегралы и теория поля	Поверхностные интегралы 1-го рода. Поверхностные интегралы 2-го рода. Формулы Стокса и Гаусса-Остроградского. Вычисление поверхностных интегралов. Приложения поверхностных интегралов. Элементы векторного анализа. Контрольная работа № 3 «Поверхностные интегралы. Элементы векторного анализа».	6

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Москва, ул. Орджоникидзе, д.3.

Многие аудитории (104, 399, 485, 495А, 497 и др.) оснащены современными досками, а также проекторами.

9. Информационное обеспечение дисциплины

а) программное обеспечение: ТУИС, MS Teams;

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы: не требуется.

10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) Основная литература

- Виноградов О.Л., Громов А.Л. Курс математического анализа, Изд.-во СПбГУ, ч.1- 2009; ч.2 - 2012 ; ч.3 -2017.
- Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Тт.1, 2, 3 любой год издания.
- Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М., любой год издания.
- Зорич В.А. Математический анализ. Чч.1, 2, любой год издания.

б) Дополнительная литература

- Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1, 2. – М., любой год издания.
- Никольский С.М. Курс математического анализа. – М.: Физматлит, 2000.
- Кудрявцев Л. Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Физматлит, любой год издания.

11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Учебным планом на изучение дисциплины отводятся четыре семестра. В течение каждого семестра выполняются самостоятельные работы и контрольные мероприятия. В конце каждого семестра производится итоговый контроль знаний по дисциплине.

11.1. Самостоятельная работа студентов

1. Часть практических занятий предусматривает задания для индивидуальной самостоятельной работы студента, обязательные для выполнения.

2. Выполнение заданий для самостоятельной работы позволяет студенту приобрести дополнительные навыки и закрепить знания по изучаемой теме.

3. Результатом самостоятельной работы должно быть выполнение работы, по результатам которой выставляется оценка в соответствии с заранее утверждёнными баллами.

11.1.1 Методические указания для самостоятельной работы

Для самостоятельной работы студентам могут быть даны задания двух видов:

1) решение задач по уже изученным на лекциях темам;

2) изучение разделов курса по указанной преподавателем учебной литературе.

В случае 1) необходимо, прежде всего, вспомнить относящийся к поставленной задаче лекционный материал (в том числе, если необходимо, по учебнику).

В случае 2) требуется прочитать учебник, запомнить формулировки определений и теорем.

При изучении доказательства теоремы необходимо внимательно следить за логикой изложения.

Особенно полезно по окончании доказательства просмотреть его повторно и выяснить, все ли условия теоремы были использованы и нельзя ли от некоторых из них отказаться. Для этого в тексте учебника нередко имеются примеры, иллюстрирующие теорему.

11.2 Структура практических занятий

Практические занятия осуществляются индивидуально или в составе группы студентов в соответствии с календарным планом и методическими указаниями по выполнению практических занятий.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН/ФГОС.

Разработчик:

д.ф.-м.н., профессор

Математического института

им. С.М. Никольского

Д.Е. Апушкинская

Директор

Математического института им. С.М. Никольского,

д.ф.-м.н., профессор

А.Л.Скубачевский

название кафедры

подпись

инициалы, фамилия

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Математический институт имени С.М.Никольского

УТВЕРЖДЕН

На заседании института

« » 2020 г.,

протокол №

Директор института

_____ А.Л.Скубачевский

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине Математический анализ

Рекомендуется для направления подготовки

01.03.01 Математика

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Квалификация (степень) выпускника

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Математический анализ»

Направление/Специальность 01.03.01 «Математика»

1 Модуль

Код контролируемой компетенции	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства													Баллы темы	Баллы раздела		
			Текущий контроль											Промежуточная аттестация					
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	СРС(Выполнение ДЗ)	Реферат	Выполнение РГР	ИДЗ	Зачет		
ОПК-1 УК-6	Элементы теории множеств	Тема 1: Элементы теории множеств	2			7			1									10	10
ОПК-1 УК-6	Графики функций	Тема 1: Графики функций	2			10			3			15						30	30
ОПК-1 УК-6	Теория пределов	Тема 1: Предел последовательности	2			10			3			15						30	60
		Тема 2: Предел функции	2			10			3			15						30	

		ИТОГО:	8			37			10			45				100	100
--	--	---------------	---	--	--	----	--	--	----	--	--	----	--	--	--	-----	-----

2 Модуль

Код контролируемой компетенции	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства													Баллы темы	Баллы раздела		
			Текущий контроль										Промежуточная аттестация						
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	СРС(Выполнение ДЗ)	Реферат	Выполнение РГР			Экзамен	
ОПК-1 УК-6	Дифференциальное исчисление	Тема 1: Техника дифференцирования		16		8									20			44	100
		Тема 2: Правила Лопиталя		5		8									15			28	
		Тема 3: Формула Тейлора		5		8									15			28	
		ИТОГО:		26		24								50			100	100	

3 МОДУЛЬ

Код контролируемой компетенции	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства													Баллы темы	Баллы раздела				
			Текущий контроль										Промежуточная аттестация								
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	СРС(Выполнение ДЗ)	Реферат	Выполнение РГР	ИДЗ	Зачет	Онлайн-тест	...				
ОПК-1 УК-6	Первообразная и неопределенный интеграл	Тема 1: Вычисление неопределенных интегралов				5								35				15		55	55
ОПК-1 УК-6	Определенный интеграл Римана	Тема 1: Вычисление определенных интегралов							20									10		30	45
		Тема 2: Приложения определенных интегралов							10									5		15	

		ИТОГО:				5			30			35			30		100	100
--	--	---------------	--	--	--	---	--	--	----	--	--	----	--	--	----	--	-----	-----

4 МОДУЛЬ

Код контролируемой компетенции	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства													Баллы темы	Баллы раздела	
			Текущий контроль										Промежуточная аттестация					
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	СРС(Выполнение ДЗ)	Реферат	Выполнение РГР	ИДЗ	Экзамен	Онлайн-тест	...	
ОПК-1 УК-6	Несобственные интегралы	Тема 1: Признаки сходимости НИ				5					5			6	4		20	20
ОПК-1 УК-6	Функции многих переменных	Тема 1: Предел ФМП				5					5			6	4		20	40
		Тема 2: Дифференциальное исчисление ФМП				5					5			6	4		20	
ОПК-1	Теория неявных	Тема 1: Производные				5					5			6	4		20	40

УК-6	функций	невных функций																			
		Тема 2: Относительные экстремумы				5						5					6	4		20	
		ИТОГО:				25						25					30	20		100	100

5 МОДУЛЬ

Код контролируемой компетенции	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства													Баллы темы	Баллы раздела					
			Текущий контроль										Промежуточная аттестация									
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	СРС(Выполнение ДЗ)	Реферат	Выполнение РГР	СР1	СР2	СР2	Зачет	Онлайн-тест	...					
ОПК-1 УК-6	Числовые ряды	Тема 1: Признаки сходимости знакоположительных рядов				6			15			5						6			32	64
		Тема 2:				6			10				5	5				6			32	

ОПК-1 УК-6	Ряды и интеграл Фурье	Тема 1: Ряды Фурье	2	5		5			1			5			7			25	50
		Тема 2: Интегралы Фурье	2	5		4			1			5			8			25	
ОПК-1 УК-6	Интегралы, зависящие от параметра	Тема 1: Интегралы, зависящие от параметра	2	5		4			1			5			8			25	50
		Тема 2: Равномерная сходимость интегралов, зависящих от параметра	2	5		5			1			5			7			25	
		ИТОГО:	8	20		18			4			20			30			100	100

7-8 МОДУЛЬ

Код	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства		Баллы темы	Баллы раздела
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация		

			Опрос	Тест	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	СРС(Выполнение ДЗ)	Реферат	Выполнение РГР	ИДЗ	СР	...	Экзамен		
ОПК-1 УК-6	Кратные интегралы	Тема 1: Сведение кратного интеграла к повторному		5		6			4				3		7			25	50
		Тема 2: Замена переменных в кратном интеграле		5		6			4					3		7			
ОПК-1 УК-6	Криволинейные и поверхностные интегралы	Тема 1: Криволинейные интегралы		5		6			4				3		8			26	50
		Тема 2: Поверхностные интегралы		5		7			4						8			24	
		ИТОГО:		20		25			16				9		30			100	100

Перечень оценочных средств

по дисциплине «Математический анализ»

п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i>Аудиторная работа</i>			
	Опрос	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу или теме.	Примерные вопросы для опроса
	Контрольная работа	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала в соответствии с утвержденной программой.	Комплект вариантов контрольных работ
	Экзамен	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала и выполнения в процессе обучения всех учебных поручений в соответствии с утвержденной программой.	Комплект экзаменационных билетов, список экзаменационных вопросов
<i>Самостоятельная работа</i>			
	СРС (домашнее задание)	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала в соответствии с утвержденной программой.	Примерный вариант домашнего задания

Приложение 3

Дисциплина *Математический анализ*

2 МОДУЛЬ

Экзаменационный билет №1

1. Понятие множества. Элементарные операции над множествами. Теоремы де Моргана. Дискретная сумма двух множеств. Декартово произведение двух множеств.
2. Определение предела функции по Коши и по Гейне, их эквивалентность.

Экзаменационный билет №2

1. Понятие функции (отображения). Простейшая классификация отображений. Композиция функций и взаимно-обратные отображения. График отображения.
2. Первый замечательный предел.

Экзаменационный билет №3

1. Отношения на множествах. Отношение эквивалентности.
2. Второй замечательный предел.

Экзаменационный билет №4

1. Мощность множества. Теорема Кантора о мощности множества всех подмножеств данного множества.
2. Предельный переход и арифметические операции.

Экзаменационный билет №5

1. Аксиоматика теории множеств.
2. Предельный переход и неравенства.

Экзаменационный билет №6

1. Определение множества R . Общие алгебраические свойства действительных чисел.
2. Критерий Коши существования предела функции.

Экзаменационный билет №7

1. Аксиома полноты во множестве R и существование верхней (нижней) грани числового множества.
2. Предел композиции функций. Предел монотонной функции.

Экзаменационный билет №8

1. Натуральные числа и принцип математической индукции.
2. o малое и O большое. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые.

Экзаменационный билет №9

1. Рациональные и иррациональные числа. Принцип Архимеда.
2. Непрерывность функции в точке, непрерывность функции на отрезке.

Экзаменационный билет №10

1. Лемма Коши-Кантора о вложенных отрезках.
2. Свойства непрерывных функций.

Экзаменационный билет №11

1. Лемма Бореля-Лебега о конечном покрытии.
2. Односторонняя непрерывность. Классификация разрывов.

Экзаменационный билет №12

1. Счетные и несчетные множества. Мощность континуума.
2. Свойства непрерывных функций.

Экзаменационный билет №13

1. Лемма Больцано-Вейерштрасса о предельной точке.
2. Непрерывность и разрывы монотонных функций.

Экзаменационный билет №14

1. Понятие числовой последовательности. Способы задания числовой последовательности.
2. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши.

Экзаменационный билет №15

1. Понятие предела последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности.
2. Теорема Вейерштрасса о максимальном значении.

Экзаменационный билет №16

1. Определение предела числовой последовательности. Единственность предела.
2. Понятие равномерной непрерывности. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Экзаменационный билет №17

1. Свойства сходящихся последовательностей. Ограниченные числовые последовательности и их свойства.
2. Непрерывность монотонной функции.

Экзаменационный билет №18

1. Способы вычисления пределов последовательностей (с примером).
2. Понятие производной функции. Геометрический и физический смысл производной. Понятие односторонней производной.

Экзаменационный билет №19

1. Предельный переход и арифметические операции.
2. Уравнение касательной и нормали к графику функции.

Экзаменационный билет №20

1. Предельный переход в равенстве и неравенстве.
2. Определение дифференциала функции. Геометрический смысл дифференциала.

Экзаменационный билет №21

1. Критерий Коши сходимости последовательности.
2. Правила дифференцирования функций (одно с выводом).

Экзаменационный билет №22

1. Монотонные последовательности и их пределы.
2. Дифференцирование функций, заданных неявно. Дифференцирование функций, заданных параметрически.

Экзаменационный билет №23

1. Теорема Вейерштрасса.
2. Дифференцирование сложной функции. Теорема о дифференцировании обратной функции.

Экзаменационный билет №24

1. Число e .
2. Теорема Ферма.

Экзаменационный билет №25

1. Подпоследовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
2. Теорема Ролля.

Экзаменационный билет №26

1. Верхние (наибольшие) пределы и нижние (наименьшие) пределы.
2. Теорема Лагранжа.

Экзаменационный билет №27

1. Предел функции в точке. Предел функции справа и слева. Предел функции на бесконечности. Сведение предела функции к обычному пределу последовательности.
2. Теорема Коши.

Экзаменационный билет №28

1. Монотонные последовательности и их пределы.
2. Критерий Коши существования предела функции.

4 МОДУЛЬ

Экзаменационный билет №1

1. Производная и монотонность.
2. Открытые и замкнутые подмножества. Покрывие множества и компактность. Критерий компактности в R^n .

Экзаменационный билет №2

1. Правило Лопиталю.
2. Предел отображения нескольких переменных (по Коши и по Гейне). Эквивалентность двух определений предела.

Экзаменационный билет №3.

1. Производные и дифференциалы высших порядков.
2. Единственность предела отображения нескольких переменных. Предел и по координатный предел.

Экзаменационный билет №4

1. Многочлен Тейлора. Асимптотическая формула Тейлора (существование и единственность).
2. Предел отображения нескольких переменных и арифметические операции. Предел композиции. Критерий Больцано-Коши для отображений.

Экзаменационный билет №5

1. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и с остаточным членом в форме Лагранжа.
2. Непрерывность отображения нескольких переменных в точке. Непрерывность композиции. Непрерывность и арифметические операции.

Экзаменационный билет №6

1. Приложения формулы Тейлора
2. Непрерывность отображения нескольких переменных на множестве. Непрерывный образ компакта.

Экзаменационный билет №7

1. Применение производных к исследованию поведения функций.
2. Теорема Вейерштрасса

Экзаменационный билет №8

1. Аналитическое условие выпуклости функции.
2. Равномерная непрерывность и теорема Кантора.

Экзаменационный билет №9

1. Правило трех хорд. Свойства выпуклых функций.
2. Символы Ландау. Дифференцируемость отображения в точке.

Экзаменационный билет №10

1. Неравенство Йенсена. Неравенство Гельдера.
2. Производная по вектору и ее вычисление. Единственность дифференциала.

Экзаменационный билет №11

1. Первообразная. Правила интегрирования.
2. Частные производные. Выражение дифференциала и производной по вектору дифференцируемого отображения через его частные производные. Матрица Якоби и градиент.

Экзаменационный билет №12

1. Алгоритмические вопросы отыскания первообразных
2. Дифференцируемость координатных функций. Описание матрицы Якоби.

Экзаменационный билет №13

1. Интеграл и его свойства. Теорема Барроу. Геометрический и физический смысл интеграла.
2. Геометрические свойства градиента. Экстремальное свойство градиента.

Экзаменационный билет №14

1. Среднее значение функции. Теорема о среднем. Теорема о взвешенном среднем.
2. Дифференцирование композиции. Частные производные композиции.

Экзаменационный билет №15

1. Методы интегрирования (интегрирование по частям, замена переменной). Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме.
2. Дифференцирование и арифметические операции. Дифференцирование обратного отображения.

Экзаменационный билет №16

1. Интеграл как предел Римановых сумм. Интеграл от кусочно-непрерывных функций.
2. Дифференцируемость и непрерывная дифференцируемость отображения.

Экзаменационный билет №17

1. Аддитивные функции отрезка. Утверждения о плотности аддитивных функций.
2. Теорема о связи непрерывной дифференцируемости с дифференцируемостью и непрерывностью.

Экзаменационный билет №18

1. Вычисление длины пути
2. Лемма о двойном приращении функции нескольких переменных в точке.

Экзаменационный билет №19

1. Теорема об интеграле от плотности аддитивной функции. Следствие о свойствах непрерывной плотности аддитивной функции.
2. Частные производные высших порядков. Многократная дифференцируемость. Связь между условиями дифференцируемости частных производных различных порядков.

Экзаменационный билет №20

1. Вычисление плотности криволинейной трапеции и криволинейного сектора.
2. Многократная непрерывная дифференцируемость.

6 МОДУЛЬ

Экзаменационный билет №1

1. Признаки Бертрана и Гаусса.
2. Разложение бинома в ряд (биномиальный ряд).
3. Дифференцирование под знаком собственного интеграла.

Экзаменационный билет №2

1. Интегральный признак Маклорена–Коши.
2. Теорема Ди'ни о равномерной сходимости функционального ряда.
3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Постановка задач. Равномерная сходимость несобственных интегралов. Необходимые условия равномерной сходимости. Достаточные условия равномерной сходимости.

Экзаменационный билет №3

1. Сочетательное свойство сходящегося ряда. Неверность обратного утверждения. Условие, при котором оно оказывается верным.
2. Почленное дифференцирование рядов.
3. Дифференцируемость несобственного интеграла.

Экзаменационный билет №4

1. Сходимость знакоположительных рядов. Гармонический и обобщенный гармонический ряды.
2. Разложение логарифмической функции в степенной ряд.
3. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Постановка задач. Равномерное стремление к предельной функции. Перестановка двух предельных переходов.

Экзаменационный билет №5

1. Степенной ряд, его промежутки сходимости. Теорема Коши–Адамара о радиусе сходимости.
2. Формула Стирлинга для $n!$
3. Эйлеров интеграл 2-го рода (гамма-функция). Корректность определения. Основные свойства.

Экзаменационный билет №6

1. Признак Раабе.
2. Почленное интегрирование рядов (две теоремы).
3. Связь между эйлеровыми интегралами 1-го и 2-го родов.

Экзаменационный билет №7

1. Числовые ряды. Частичные суммы. Сходимость и расходимость рядов. Основные свойства. Необходимое условие сходимости ряда. Условие Больцано–Коши.
2. Непрерывность суммы функционального ряда. \
3. Формула дополнения для гамма- (и бета-) функции.

Экзаменационный билет №8

1. Сходимость знакоположительных рядов. Гармонический и обобщенный гармонический ряды. \
2. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости функциональных рядов.
3. Эйлеров интеграл 1-го рода (бета-функция). Корректность определения. Простейшие свойства.

Экзаменационный билет №9

1. Признаки Бертрана и Гаусса.
2. Теорема Ди'ни о равномерной сходимости функционального ряда.
3. Предельный переход под знаком собственного интеграла.

Экзаменационный билет №10

1. Признаки сравнения (для знакоположительных числовых рядов): три теоремы сравнения. Признаки Коши и Даламбера.
2. Несобственные интегралы 1-го рода. Аналогия с рядами. Применение основной формулы интегрального исчисления. Сходимость несобственных интегралов от неотрицательных функций. 3. Собственное интегрирование под знаком собственного интеграла.

Экзаменационный билет №11

1. Условная сходимость числовых рядов. Теорема Лейбница. Следствие (оценка остатка).
2. Несобственные интегралы 2-го рода. Применение основной формулы интегрального исчисления. Сходимость несобственных интегралов 2-го рода от неотрицательных функций.
3. Формула Эйлера – Гаусса для гамма-функции.

Экзаменационный билет №12

1. Признак Куммера.
2. Сходимость несобственного интеграла 2-го рода в общем случае. Абсолютная и условная сходимости. Условие Больцано–Коши. Признаки Абеля и Дирихле.
3. Интеграл Дирихле.

Экзаменационный билет №13

1. Сходимость произвольных рядов. Абсолютная сходимость. Сумма абсолютно сходящегося числового ряда.
2. Сходимость несобственного интеграла 1-го рода в общем случае. Абсолютная и условная сходимости. Условие Больцано–Коши. Признаки Абеля и Дирихле.
3. Перестановка двух несобственных интегралов.

Экзаменационный билет №14

1. Произведение рядов. Произведение по Коши. Сходимость (абсолютная сходимость) произведения рядов.
2. Теоремы о среднем значении для несобственных интегралов. Связь между несобственными интегралами обоих родов.
3. Собственное интегрирование несобственного интеграла.

Экзаменационный билет №15

1. Бесконечные произведения.
2. Интегрирование по частям несобственных интегралов (1-го и 2-го родов). Замена переменных в несобственных интегралах.
3. Предельный переход под знаком несобственного интеграла. Непрерывность интеграла. Теорема Дини.

Экзаменационный билет №16

1. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле сходимости числовых рядов.
2. Почленное дифференцирование рядов.
3. Собственное интегрирование под знаком собственного интеграла.

Экзаменационный билет №17

1. Условная сходимость числовых рядов. Теорема Лейбница. Следствие (оценка остатка).
2. Непрерывность суммы степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Поведение ряда на конце интервала сходимости. Теорема Абеля.
3. Непрерывность и дифференцирование собственных интегралов с переменными пределами.

Экзаменационный билет №18

1. Степенной ряд, его промежутки сходимости. Теорема Коши–Адамара о радиусе сходимости.
2. Сходимость несобственного интеграла 2-го рода в общем случае. Абсолютная и условная сходимости. Условие Больцано–Коши. Признаки Абеля и Дирихле.
3. Формула Эйлера – Гаусса для гамма-функции.

Экзаменационный билет №19

1. Числовые ряды. Частичные суммы. Сходимость и расходимость рядов. Основные свойства. Необходимое условие сходимости ряда. Условие Больцано–Коши.
2. Почленное интегрирование рядов (две теоремы).
3. Перестановка двух несобственных интегралов.

Экзаменационный билет №20

1. Интегральный признак Маклорена–Коши.
2. Разложение логарифмической функции в степенной ряд.
3. Эйлеров интеграл 1-го рода (бета-функция). Корректность определения. Простейшие свойства.

7 МОДУЛЬ

Экзаменационный билет №1

1. Криволинейные интегралы 1-го рода и их свойства.
2. Сведение двойного интеграла к повторному. Теоремы Фубини. Следствия из теорем Фубини.
3. Свойства функций с ограниченным изменением.

Экзаменационный билет №2

1. Ряды Фурье: постановка задачи, интеграл Дирихле.
2. Площадь кривой поверхности (определение, пример Шварца).
3. Интегрирование по частям для интеграла Стильтьеса.

Экзаменационный билет №3

1. Независимость криволинейного интеграла 2-го рода на плоскости от пути интегрирования.

2. Поверхностный интеграл 1-го рода: определение, условия существования, основные свойства. Сведение к двойному интегралу.

3. Применение функций с ограниченным изменением. Теорема Жордана (необходимое и достаточное условия спрямляемости кривой).

Экзаменационный билет №4

1. Ряды Фурье: основная лемма и принцип локализации (теорема Римана).

2. Замена переменных в двойном интеграле.

3. Функции с ограниченным изменением. Классы функций с ограниченным изменением.

Экзаменационный билет №5

1. Признаки Дини и Липшица сходимости ряда Фурье. Следствия.

2. Несобственные двойные интегралы. Основные определения. Абсолютная сходимость.

3. Свойства интеграла Стильеса (включая существенное отличие от интеграла Римана).

Экзаменационный билет №6

1. Интеграл Фурье: постановка задачи и признаки сходимости.

2. Двусторонние и односторонние поверхности. Примеры. Сторона поверхности. Ориентация.

3. Вычисление интеграла Стильеса

Экзаменационный билет №7

1. Криволинейные интегралы 2-го рода и их свойства.

2. Сведение поверхностного интеграла 2-го рода к двойному. Связь между поверхностными интегралами обоих родов.

3. Циркуляция векторного поля, поток поля через поверхность и их физический смысл.

Экзаменационный билет №8

1. Приближение криволинейного интеграла интегралами по ломаным.

2. Поверхностный интеграл 2-го рода: определение, условия существования, основные свойства.

3. Элементы векторного анализа. Скалярные и векторные поля. Градиент, ротор, дивергенция и их инвариантные определения.

Экзаменационный билет №9

1. Интеграл как линейный функционал. Аддитивность. Дифференцирование по области и его применение. Первообразная.
2. Формула Стокса. Поверхностно односвязные области. Применение формулы Стокса к исследованию интегралов.
3. Соленоидальные поля. Необходимое и достаточное условие соленоидальности.

Экзаменационный билет №10

1. Двойные интегралы. Суммы Дарбу. Необходимое и достаточное условие существования определенного интеграла. Классы интегрируемых функций.
2. Замена переменных в тройном интеграле (схема доказательства). Примеры.
3. Потенциальные поля. Необходимое и достаточное условие потенциальности.

Экзаменационный билет №11

1. Формула Грина. Исследование криволинейных интегралов. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.
2. Тройной интеграл: определение, условия существования, основные свойства. Теоремы Фубини для тройных интегралов и следствия из них.
3. Разложение векторного поля в сумму потенциального и соленоидального полей.

Экзаменационный билет №12

Экзаменационный билет №13

1. Свойства интегрируемых функций и двойных интегралов. Задача о вычислении объема цилиндрического бруса.
2. Формула Остроградского–Гаусса. Пространственно односвязные области. Исследования интегралов по замкнутым поверхностям.
3. Обратная задача векторного анализа.

Экзаменационный билет №14

1. Ряды Фурье: постановка задачи, интеграл Дирихле.
2. Замена переменных в двойном интеграле.

3. Интегрирование по частям для интеграла Стильтъеса

Экзаменационный билет №15

1. Криволинейные интегралы 2-го рода и их свойства.
2. Поверхностный интеграл 1-го рода: определение, условия существования, основные свойства. Сведение к двойному интегралу.
3. Элементы векторного анализа. Скалярные и векторные поля. Градиент, ротор, дивергенция и их инвариантные определения.

Экзаменационный билет №16

1. Двойные интегралы. Суммы Дарбу. Необходимое и достаточное условие существования определенного интеграла. Классы интегрируемых функций.
2. Сведение поверхностного интеграла 2-го рода к двойному. Связь между поверхностными интегралами обоих родов.
3. Соленоидальные поля. Необходимое и достаточное условие соленоидальности.

Экзаменационный билет №17

1. Формула Грина. Исследование криволинейных интегралов. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.
2. Вычисление площади поверхности, заданной параметрическими уравнениями. Частный случай $z = f(x, y)$.
3. Разложение векторного поля в сумму потенциального и соленоидального полей.

Экзаменационный билет №18

1. Ряды Фурье: основная лемма и принцип локализации (теорема Римана).
2. Выражение площади области в криволинейных координатах. Геометрический смысл модуля якобиана. Пример полярных координат.
3. Критерий ограниченности изменения функции.

Экзаменационный билет №19

1. Признаки Дини и Липшица сходимости ряда Фурье. Следствия.
2. Несобственные двойные интегралы. Основные определения. Абсолютная сходимость.

3. Свойства функций с ограниченным изменением.

Экзаменационный билет №20

1. Приближение криволинейного интеграла интегралами по ломаным.
2. Двусторонние и односторонние поверхности. Примеры. Сторона поверхности. Ориентация.
3. Вычисление интеграла Стильеса.

Каждому студенту достается по одному билету из данного перечня. Ответ на каждый вопрос оценивается от 0 до 15 баллов в зависимости от полноты и правильности ответов.

ТИПОВОЙ ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Пределы, производная, исследование функции

1) Вычислить пределы:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x - 5}{2x^2 + x + 7}, \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{2 \sin x}, \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}.$$

2) Вычислить производную y' :

$$\text{a) } y = \sqrt[4]{\cos\left(\frac{2x-3}{x}\right)}; \quad \text{b) } \ln y - \frac{y}{x} = 7.$$

3) Провести полное исследование функции. Построить ее график.

$$y = \frac{x+1}{(x-1)^2}.$$

ТИПОВОЙ ВАРИАНТ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Исследовать ряд на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos \frac{1}{n}}{\ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(5^n \sin \frac{8}{3^n} \right).$$

ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

Определенный интеграл.

- 1) Задачник Кудрявцева: стр. 107 № 71-97 (нечетные).
- 2) Задачник Виноградовой: стр. 276 № 3, 8, 10.
- 3) 2 задачи по вариантам из приведенных ниже.

Задача 1.

a. $\int_0^6 [x] \sin \frac{\pi x}{6} dx$ b. $\int_0^2 [e^x] dx$ c. $\int_0^{\pi} x \operatorname{sgn}(\cos x) dx$

Задача 2

A. $\int_{-2\pi}^{2\pi} \frac{dx}{2(\sin x)^2 + 18(\cos x)^2}$ B. $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{3(\sin x)^2 + 12(\cos x)^2}$ C. $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{9(\sin x)^2 + 4}$

Нахождение экстремума функции нескольких переменных.

- 1) Задачник Кудрявцева т.3: стр. 121 № 28(2), № 29(2), № 30(1)
- 2) Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z=z(x, y)$ в области D.
 - a. $z=xy-x-2y$ D: $x=3, y=x, y=0$.
 - b. $z=x^2 + 2xy - 4x + 8y$, D: $x=0, x=1, y=0, y=2$.

Сходимость числовых рядов.

- 1) Задачник Кудрявцева: стр. 303 № 2 (нечет.), №3 (1-4);
стр. 307 № 18 (нечет.), № 19 (1,3,5,7,9,11), № 20

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО КУРСУ

1. Элементы теории множеств. Понятие множества и операции над множествами. Основные теоремы теории множеств.
2. Теория действительного числа. Свойства действительных чисел. Основные классы действительных чисел.
3. Теория пределов числовых последовательностей. Понятие предела числовой последовательности. Свойства и операции над пределами.
4. Теория пределов функций. Понятие предела функции в точке и на бесконечности. Свойства и операции над пределами.
5. Теория непрерывных функций. Понятие непрерывности функции в точке и на множестве. Свойства и операции над непрерывными функциями.
6. Дифференциальное исчисление. Понятие производной и дифференцируемости функции. Свойства дифференцируемых функций. Применение производной для исследования функций.

7. Первообразная и неопределенный интеграл. Понятие первообразной и неопределённого интеграла. Основные классы функций, интегрируемых в конечном виде.
8. Определенный интеграл Римана. Определение определенного интеграла Римана. Основные свойства и применение к геометрическим и физическим задачам.
9. Функции многих переменных. Понятие функции многих переменных основные классы функций многих переменных. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.
10. Теория неявных функций. Теоремы о неявных функциях и их применения.
11. Числовые ряды. Понятие числового ряда. Основные признаки сходимости числовых рядов.
12. Функциональные ряды. Понятие функционального ряда. Основные свойства функциональных рядов и их сумм.
13. Несобственные интегралы. Несобственные интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов.
14. Ряды и интеграл Фурье. Ряды Фурье. Разложение функции в ряд Фурье.
15. Интегралы, зависящие от параметра. Понятие интегралов, зависящих от параметра. Основные свойства и операции.
16. Кратные интегралы. Кратный интеграл. Римана и его свойства.
17. Криволинейные интегралы. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го родов и их основные свойства.
18. Поверхностные интегралы. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го родов и их основные свойства.
19. Интеграл Стильеса. Функции с ограниченным изменением. Интеграл Стильеса и его основные свойства.