

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Методы оптимизации

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

01.03.01 Математика

Квалификация (степень выпускника) Бакалавр

1. Цели и задачи дисциплины:

сформировать представление о комплексе идей и математического аппарата методов оптимизации

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина «Методы оптимизации» относится к базовой части блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Общепрофессиональные компетенции			
	ОПК-1 – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Математический анализ, дифференциальные уравнения, алгебра, аналитическая геометрия	ВКР

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:
ОПК-1

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основы математического анализа, необходимые для решения прикладных математических задач; формулировки и схему доказательства основных теорем фундаментальной математики.

Уметь: применять на практике методы математического анализа для решения прикладных задач.

Владеть: навыками применения математических методов и современного математического инструментария для анализа и решения задач.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

Вид учебной работы	Всего о часов	Семестры			
		D			
Аудиторные занятия (всего)	72	72			
В том числе:	-				
<i>Лекции</i>	36				

		36			
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	36	36			
<i>Семинары (С)</i>					
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>					
Самостоятельная работа (всего)	45	45			
Вид промежуточной аттестации (экзамен)	27	27			
Общая трудоемкость	час	144			
	зач. ед.	4	144		
		4			

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)
	Название разделов (тем) дисциплины	Краткое содержание разделов (тем) дисциплины:
1	Безусловная оптимизация	Понятие локального и глобального экстремума. Теорема Вейерштрасса. Линейные функционалы и квадратичные формы. Положительно определенные квадратичные формы. Лемма Ферма. Необходимые условия оптимальности второго порядка. Достаточные условия оптимальности второго порядка.
2	Условная оптимизация	Понятие условного экстремума. Теорема об обратной функции. Правило множителей Лагранжа. Необходимые условия оптимальности второго порядка для задачи с ограничениями типа равенств. Достаточные условия оптимальности второго порядка для задачи с ограничениями типа равенств.
3	Элементы выпуклой оптимизации	Выпуклое множество. Теорема об отделимости выпуклых множеств. Выпуклая функция. Свойства выпуклых функций. Критерий выпуклости. Экстремумы выпуклых функций. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.
4	Элементы вариационного исчисления	Простейшая задача вариационного исчисления. Сильные и слабые экстремумы. Экстремали. Необходимые условия оптимальности в простейшей задаче вариационного исчисления. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Задача о брахистохроне.

п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	Сем.	СРС	Всего час.
.1.	Безусловная оптимизация	4	4			18	26
	Условная оптимизация	12	12				42

.2.						18	
.3.	Элементы выпуклой оптимизации	10	10			18	38
.4.	Элементы вариационного исчисления	10	10			18	38

6. Лабораторный практикум – не предусмотрен

7. Практические занятия (семинары)

См. п. 5.3.

8. Курсовые работы – не предусмотрены.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) Основная литература:

1. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В., Оптимальное управление, все годы издания.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, все годы издания.
3. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа, все годы издания.

б) Дополнительная литература:

1. Иоффе А.Д. Тихомиров В.М., Теория экстремальных задач, все годы издания.

Вся литература имеется в библиотеке РУДН или в электронной библиотеке на кафедре

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

учебная аудитория для проведения семинарских занятий, большая аудитория (лекционный зал) для чтения лекций, ноутбук - 1шт., проектор - 1шт., экран - 1шт., ксерокс - 1 шт., принтер - 1шт., сканер - 1 шт.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Соответствие систем оценок (используемых ранее оценок итоговой академической успеваемости, оценок ECTS и балльно-рейтинговой системы (БРС) оценок текущей успеваемости) (В соответствии с Приказом Ректора №996 от 27.12.2006 г.):

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки и	Оценки ECTS
86 – 100	5	95 - 100	5+	A
		86 - 94	5	B
69 – 85	4	69 - 85	4	C
		61 - 68	3+	D
51 – 68	3	51 - 60	3	E
		31 - 50	2+	FX
0 – 50	2	0 - 30	2	F

1. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
2. Отсрочка в сдаче домашнего задания считается уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки.
3. Студент допускается к итоговому контролю с любым количеством баллов, набранным в семестре, но при условии, что у него имеется теоретическая возможность получить не менее 31 балла.
4. Если в итоге за семестр студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и он должен повторить дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т.е. F_x, то ему разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов путём повторного однократного выполнения предусмотренных итоговых контрольных мероприятий; при этом аннулируются, по усмотрению преподавателя, соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в период с 07.02 по 28.02 (с 07.09 по 28.09) по согласованию с деканатом.

5. Итоговая контрольная работа (итоговый контроль) содержит от 3 до 6 вопросов (или заданий). На подготовку к ответу отводится 1 час, после чего производится устный опрос студента. Оценивается работа из 60 баллов независимо от оценки, полученной в семестре.

В семестре проводятся две или три контрольные работы (по пять-восемь задач в каждой) и один коллоквиум, выдается домашнее задание. Студентам, набравшим менее половины от максимально возможного количества баллов на коллоквиумах и контрольных работах, в обязательном порядке предписывается посещать дополнительные консультации лектора.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) – прилагается.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС 3++ РУДН.

Разработчик:

Доцент Математического института

им. С.М.Никольского



С. Леонов

Директор

Математического института им. С.М. Никольского,
д.ф.-м.н., профессор



А.Л.Скубачевский

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

Математический институт имени С.М.Никольского

УТВЕРЖДЕН

На заседании института

« » 2020 г.,

протокол №

Директор института

_____ А.Л.Скубачевский

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине Методы оптимизации

Рекомендуется для направления подготовки

01.03.01 Математика

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

		ИТОГО:	0		0			0					100	100
--	--	---------------	---	--	---	--	--	---	--	--	--	--	-----	-----

Комплект вопросов для опроса
по дисциплине Методы оптимизации

1. Метрические пространства. Определение и примеры.
2. Открытые множества. Непрерывные функции. Локальные и глобальные экстремумы.
3. Теорема Вейерштрасса о существовании экстремумов.
4. Линейные функционалы и квадратичные формы. Положительно определенные квадратичные формы.
5. Критерий Сильвестра.
6. Первая и вторая производные функции в точке.
7. Лемма Ферма.
8. Необходимые условия оптимальности второго порядка.
9. Достаточные условия оптимальности второго порядка.
10. Условный экстремум. Определение и свойства.
11. Теорема об обратной функции.
12. Правило множителей Лагранжа.
13. Необходимые условия оптимальности второго порядка для задачи с ограничениями типа равенств.
14. Достаточные условия оптимальности второго порядка для задачи с ограничениями типа равенств.
15. Выпуклое множество. Определение и свойства.
16. Конечномерная теорема об отделимости выпуклых множеств.
17. Выпуклая функция. Определения и элементарные свойства.
18. Непрерывность выпуклых функций.
19. Критерий выпуклости.
20. Экстремумы выпуклых функций.
21. Задача выпуклого программирования.
22. Теорема Куна-Таккера.
23. Простейшая задача вариационного исчисления.
24. Сильные и слабые экстремумы. Экстремали.
25. Необходимые условия оптимальности в простейшей задаче вариационного исчисления. Уравнение Эйлера-Лагранжа.
26. Задача о брахистохроне.
27. Задача Дидоны.
28. Аэродинамическая задача Ньютона.
29. Задача о рационе и транспортная задача.

Домашние задания (пример заданий)

1. Приведите пример ограниченного снизу коэрцитивного функционала на пространстве непрерывных функций, не достигающего минимума.
2. Имеет ли функция $f(x_1, x_2) = x_1 - 2x_2 + x_1^2 - 5x_1x_2 + 3x_2^2$ точку минимума? Если да, то найдите точку минимума и минимальное значение.
3. Имеет ли функция $f(x_1, x_2) = -3x_1 - 2x_2 + x_1^2 - 7x_1x_2 + 3x_2^2$ точку минимума? Если да, то найдите точку минимума и минимальное значение.
4. Имеет ли функция $f(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2 + x_1^2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2$ точку минимума? Если да, то найдите точку минимума и минимальное значение.
5. Докажите, что полунепрерывная снизу функция на компактном пространстве достигает наименьшего значения.
6. Найдите первую и вторую производные функции $f(x_1, x_2) = e^{2x_1+3x_2}$ в начале координат.

7. Найдите первую и вторую производные функции $f(x_1, x_2) = \sin(x_1^2 - x_2)$ в начале координат.

8. Докажите, что выпуклая ограниченная сверху функция, определенная на линейном пространстве, является постоянной.

9. Будет ли композиция выпуклой и монотонной функций выпуклой функцией?

10. Решите задачу выпуклого программирования $x_1 + x_2^2 \rightarrow \min, x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_1 \leq -1$.

11. Решите задачу выпуклого программирования $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 \rightarrow \min, 4x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1 \leq -1$.

12. Решите задачу выпуклого программирования $x_1 + x_2^2 \rightarrow \min, x_1^2 + 4x_2^2 \leq 4, x_1 \geq 1$.

13. Найдите экстремумы в задаче $x_1 - x_2^2 \rightarrow \min, x_1^2 + x_2^2 = 4$.

14. Найдите экстремумы в задаче $e^{x_1 - x_2} \rightarrow \min, x_1^2 + 4x_2^2 = 1$.

15. Найдите экстремумы в задаче $e^{2x_1 - 3x_2} \rightarrow \min, 9x_1^2 + 4x_2^2 = 1$.

Контрольные работы (пример заданий):

Вариант 1

1. Имеет ли функция $f(x_1, x_2) = 2x_1 - 2x_2 + x_1^2 - 3x_1x_2 + 4x_2^2$ точку минимума? Если да, то найдите точку минимума и минимальное значение.

2. Найдите экстремумы в задаче $x_1 - x_2 \rightarrow \min, x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_2^2 = 1$.

3. Решите задачу выпуклого программирования $x_1^2 + x_1x_2 + 4x_2^2 \rightarrow \min, x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1 \leq -2$.

Вариант 2

1. Имеет ли функция $f(x_1, x_2) = 2x_1 - 2x_2 + 4x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2$ точку минимума? Если да, то найдите точку минимума и минимальное значение.

2. Найдите экстремумы в задаче $x_1 + 3x_2 \rightarrow \min, x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 = 1$.

3. Решите задачу выпуклого программирования $3x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2 \rightarrow \min, x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1 \leq -1$.

Критерии оценки

по дисциплине Методы оптимизации

Итоговая оценка выставляется по сумме набранных баллов за практические занятия и экзамен.

95-100 баллов:

- активное участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- умение эффективно использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи;
- полная самостоятельность и творческий подход при изложении материала по программе дисциплины;

7. полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

86- 94 балла:

8. участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
9. систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
10. использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
11. умение эффективно использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
12. способность самостоятельно решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;
13. усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

69-85 баллов:

14. участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
15. систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
16. умение использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
17. усвоение основной литературы, рекомендованной программой дисциплины.

51-68 баллов:

18. участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
19. систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
20. удовлетворительное умение использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
21. удовлетворительное усвоение основной литературы;

31 - 50 баллов – НЕ ЗАЧТЕНО:

22. недостаточно полный объем навыков и компетенции в рамках программы дисциплины;
23. неумение использовать в практической деятельности научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными стилистическими и логическими ошибками;
24. слабое умение использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
25. удовлетворительное усвоение основной литературы.

0-30 баллов, НЕ ЗАЧТЕНО:

26. отсутствие умений, навыков, знаний и компетенции в рамках программы дисциплины;
27. невыполнение лабораторных заданий; отказ от ответа по программе дисциплины; игнорирование занятий по дисциплине