

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН
*02.00.00 «Компьютерные и
информационные науки»*

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Методы оптимизации и исследование операций

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Квалификация (степень выпускника) Бакалавр

1. Цели и задачи дисциплины:

сформировать представление о комплексе идей и математического аппарата методов оптимизации

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина «Методы оптимизации и исследование операций» относится к базовой части блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Общепрофессиональные компетенции			
	ОПК-1.	Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Аналитическая геометрия, Функциональный анализ	Государственный экзамен

ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ОПК-1.

ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

ОПК-1.2 Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности

ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основы математического анализа, необходимые для решения прикладных математических задач; формулировки и схему доказательства основных теорем фундаментальной математики.

Уметь: применять на практике методы математического анализа для решения прикладных задач.

Владеть: навыками применения математических методов и современного математического инструментария для анализа и решения задач.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры (модули)
		Семестр 7 (модуль 13)
Аудиторные занятия (всего)	36	36
<i>Лекции</i>	18	18
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	18	18
<i>Семинары (С)</i>		
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>		
Самостоятельная работа (всего)	36	36
Общая трудоемкость час зач. ед.	72	72
	2	2

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)
	Название разделов (тем) дисциплины	Краткое содержание разделов (тем) дисциплины:
1	Безусловная оптимизация	Понятие локального и глобального экстремума. Теорема Вейерштрасса. Линейные функционалы и квадратичные формы. Положительно определенные квадратичные формы. Лемма Ферма. Необходимые условия оптимальности второго порядка. Достаточные условия оптимальности второго порядка.
2	Условная оптимизация	Понятие условного экстремума. Теорема об обратной функции. Правило множителей Лагранжа. Необходимые условия оптимальности второго порядка для задачи с ограничениями типа равенств. Достаточные условия оптимальности второго порядка для задачи с ограничениями типа равенств.
3	Элементы выпуклой оптимизации	Выпуклое множество. Теорема об отделимости выпуклых множеств. Выпуклая функция. Свойства выпуклых функций. Критерий выпуклости. Экстремумы выпуклых функций. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.

4	Элементы вариационного исчисления	Простейшая задача вариационного исчисления. Сильные и слабые экстремумы. Экстремали. Необходимые условия оптимальности в простейшей задаче вариационного исчисления. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Задача о брахистохроне.
---	--	---

5.2 Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	Сем.	СРС	Всего час.
I.1.	Безусловная оптимизация	4	4			8	16
I.2.	Условная оптимизация	4	4			8	16
I.3.	Элементы выпуклой оптимизации	4	4			8	16
I.4.	Элементы вариационного исчисления	6	6			12	24

6. Лабораторный практикум не предусмотрен

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Практ. занятия
1.	Безусловная оптимизация	4
2	Условная оптимизация	4
3	Элементы выпуклой оптимизации	4
4	Элементы вариационного исчисления	6

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория для проведения учебных занятий (в том числе для практического и лекционного типов занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации).

Компьютерные (дисплейные) классы с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета для проведения обучающимися самостоятельной работы и компьютерного тестирования обучающихся (при необходимости).

9. Информационное обеспечение дисциплины

а) программное обеспечение:

1. продукты Microsoft - операционная система, пакет офисных приложений, MS Teams и др. (подписка Enrollment for Education Solutions (EES));
2. Программное обеспечение со свободной лицензией (free):
 - браузер Chrome (лицензия Google Chrome Terms of Service);
 - медиа-плеер (например, VLC Media Player, лицензия GPL-2),
 - Adobe Reader (лицензия Adobe Software License Agreement).
 - офисный пакет LibreOffice (лицензия MPL-2.0)

10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Тихомиров, В.М. Оптимальное управление / В.М. Тихомиров, В.М. Алексеев, С.В. Фомин. - Москва : Физматлит, 2007. - 192 с. - ISBN 978-5-9221-0589-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67593>

б) Дополнительная литература:

1. Теория экстремальных задач / А.Д. Иоффе, В.М. Тихомиров. - М. : Наука, 1974., все годы издания.
2. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации : учебник / Ф.П. Васильев. - Изд. нов., перераб. и доп. - Москва : МЦНМО, 2011. - Ч. 1. Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума. Динамическое программирование. - 620 с. - ISBN 978-5-94057-707-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63313>
3. Гладких, Б.А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики : учебное пособие / Б.А. Гладких. - Томск : Издательство "НТЛ", 2011. - Ч. 2. Нелинейное и динамическое программирование. - 264 с. - ISBN 978-5-89503-483-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=200917>

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

11.1 Структура практических занятий

На практических занятиях решаются задачи и упражнения по текущим темам. В семестре проводятся две или три контрольные работы (по пять-восемь задач в каждой) и один коллоквиум, выдается домашнее задание. Студентам, набравшим менее половины от максимально возможного количества баллов на коллоквиумах и контрольных работах, в обязательном порядке предписывается посещать дополнительные консультации лектора.

11.2 Самостоятельная работа студента

Еженедельно студенты получают домашнее задание по текущей теме практического занятия. Следующее практическое занятие начинается с проверки выполненного домашнего задания, вопросов по домашнему заданию и его обсуждения. После этого происходит переход к следующим задачам по текущей или новой теме.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

ФОС по дисциплине представлен в приложении к данной программе. Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУД

Разработчик:

Доцент Математического института
им. С.М.Никольского



С.С. Леонов

Директор

Математического института им. С.М. Никольского,
д.ф.-м.н., профессор



А.Л.Скубачевский

Руководитель программы

Заведующий кафедрой
прикладной информатики и теории вероятностей,
д.т.н., проф.



К.Е. Самуилов

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Математический институт имени С.М.Никольского

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине Методы оптимизации и исследование операций

Рекомендуется для направления подготовки

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации и исследование операций»

название

Направление: 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

шифр

название

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства			Баллы темы	Баллы раздела
			Текущий контроль				
			Опрос	Контрольная работа	Выполнение ДЗ		
ОПК-1	Раздел 1: Безусловная оптимизация	Тема 1: Безусловная оптимизация	12	8	5	25	25
ОПК-1	Раздел 2: Условная оптимизация	Тема 2: Условная оптимизация	13	7	5	25	25
ОПК-1	Раздел 3: Элементы выпуклой оптимизации	Тема 3: Безусловная оптимизация	13	7	5	25	25
ОПК-1	Раздел 4: Элементы вариационного исчисления	Тема 4: Безусловная оптимизация	12	8	5	25	25
		ИТОГО:	50	30	20	100	100

ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

ОПК-1.2 Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности

ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

Комплект вопросов для опроса
по дисциплине Методы оптимизации

1. Метрические пространства. Определение и примеры.
2. Открытые множества. Непрерывные функции. Локальные и глобальные экстремумы.
3. Теорема Вейерштрасса о существовании экстремумов.
4. Линейные функционалы и квадратичные формы. Положительно определенные квадратичные формы.
5. Критерий Сильвестра.
6. Первая и вторая производные функции в точке.
7. Лемма Ферма.
8. Необходимые условия оптимальности второго порядка.
9. Достаточные условия оптимальности второго порядка.
10. Условный экстремум. Определение и свойства.
11. Теорема об обратной функции.
12. Правило множителей Лагранжа.
13. Необходимые условия оптимальности второго порядка для задачи с ограничениями типа равенств.
14. Достаточные условия оптимальности второго порядка для задачи с ограничениями типа равенств.
15. Выпуклое множество. Определение и свойства.
16. Конечномерная теорема об отделимости выпуклых множеств.
17. Выпуклая функция. Определения и элементарные свойства.
18. Непрерывность выпуклых функций.
19. Критерий выпуклости.
20. Экстремумы выпуклых функций.
21. Задача выпуклого программирования.
22. Теорема Куна-Таккера.
23. Простейшая задача вариационного исчисления.
24. Сильные и слабые экстремумы. Экстремали.
25. Необходимые условия оптимальности в простейшей задаче вариационного исчисления. Уравнение Эйлера-Лагранжа.
26. Задача о брахистохроне.
27. Задача Дидоны.
28. Аэродинамическая задача Ньютона.
29. Задача о рациионе и транспортная задача.

Домашние задания (пример заданий)

1. Приведите пример ограниченного снизу коэрцитивного функционала на пространстве непрерывных функций, не достигающего минимума.
2. Имеет ли функция $f(x_1, x_2) = x_1 - 2x_2 + x_1^2 - 5x_1x_2 + 3x_2^2$ точку минимума? Если да, то найдите точку минимума и минимальное значение.
3. Имеет ли функция $f(x_1, x_2) = -3x_1 - 2x_2 + x_1^2 - 7x_1x_2 + 3x_2^2$ точку минимума? Если да, то найдите точку минимума и минимальное значение.
4. Имеет ли функция $f(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2 + x_1^2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2$ точку минимума? Если да, то найдите точку минимума и минимальное значение.

5. Докажите, что полунепрерывная снизу функция на компактном пространстве достигает наименьшего значения.
6. Найдите первую и вторую производные функции $f(x_1, x_2) = e^{2x_1+3x_2}$ в начале координат.
7. Найдите первую и вторую производные функции $f(x_1, x_2) = \sin(x_1^2 - x_2)$ в начале координат.
8. Докажите, что выпуклая ограниченная сверху функция, определенная на линейном пространстве, является постоянной.
9. Будет ли композиция выпуклой и монотонной функций выпуклой функцией?
10. Решите задачу выпуклого программирования $x_1 + x_2^2 \rightarrow \min, x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_1 \leq -1$.
11. Решите задачу выпуклого программирования $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 \rightarrow \min, 4x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1 \leq -1$.
12. Решите задачу выпуклого программирования $x_1 + x_2^2 \rightarrow \min, x_1^2 + 4x_2^2 \leq 4, x_1 \geq 1$.
13. Найдите экстремумы в задаче $x_1 - x_2^2 \rightarrow \min, x_1^2 + x_2^2 = 4$.
14. Найдите экстремумы в задаче $e^{x_1-x_2} \rightarrow \min, x_1^2 + 4x_2^2 = 1$.
15. Найдите экстремумы в задаче $e^{2x_1-3x_2} \rightarrow \min, 9x_1^2 + 4x_2^2 = 1$.

Контрольные работы (пример заданий):

Вариант 1

1. Имеет ли функция $f(x_1, x_2) = 2x_1 - 2x_2 + x_1^2 - 3x_1x_2 + 4x_2^2$ точку минимума? Если да, то найдите точку минимума и минимальное значение.
2. Найдите экстремумы в задаче $x_1 - x_2 \rightarrow \min, x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_2^2 = 1$.
3. Решите задачу выпуклого программирования $x_1^2 + x_1x_2 + 4x_2^2 \rightarrow \min, x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1 \leq -2$.

Вариант 2

1. Имеет ли функция $f(x_1, x_2) = 2x_1 - 2x_2 + 4x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2$ точку минимума? Если да, то найдите точку минимума и минимальное значение.
2. Найдите экстремумы в задаче $x_1 + 3x_2 \rightarrow \min, x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 = 1$.
3. Решите задачу выпуклого программирования $3x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2 \rightarrow \min, x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1 \leq -1$.

Критерии оценки по дисциплине Методы оптимизации

Итоговая оценка выставляется по сумме набранных баллов за практические занятия и итоговый контроль знаний.

95-100 баллов:

- активное участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- умение эффективно использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи;
- полная самостоятельность и творческий подход при изложении материала по программе дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

86- 94 балла:

- участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- умение эффективно использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

69-85 баллов:

- участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- умение использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- усвоение основной литературы, рекомендованной программой дисциплины.

51-68 баллов:

- участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- удовлетворительное умение использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;

- удовлетворительное усвоение основной литературы;

31 - 50 баллов – НЕ ЗАЧТЕНО:

- недостаточно полный объем навыков и компетенции в рамках программы дисциплины;
- неумение использовать в практической деятельности научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными стилистическими и логическими ошибками;
- слабое умение использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- удовлетворительное усвоение основной литературы.

0-30 баллов, НЕ ЗАЧТЕНО:

- отсутствие умений, навыков, знаний и компетенции в рамках программы дисциплины;
- невыполнение лабораторных заданий; отказ от ответа по программе дисциплины;
- игнорирование занятий по дисциплине по неуважительной причине.