

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов»*

*Факультет физико-математических и естественных наук*

Рекомендовано МССН  
02.00.00 «Компьютерные и  
информационные науки

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Наименование дисциплины**

Моделирование экономических процессов

**Рекомендуется для направления подготовки**

**02.03.01 — Математика и компьютерные науки**

Квалификация (степень) выпускника      бакалавр

### 1. Цели и задачи дисциплины:

Целью дисциплины является введение учащихся в предметную область современных методов моделирования экономических процессов.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина «Моделирование экономических процессов» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, блока I учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

#### Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Универсальные компетенции			
1.	УК-10	-	-
Общепрофессиональные компетенции			
2.	ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3; ОПК-4; ОПК-6	Общая алгебра, Компьютерная алгебра, Дискретная математика, Математическая логика, Теория конечных графов, Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Теория вероятностей и математическая статистика, Основы программирования, Технология программирования	Введение в программирование для мобильных платформ, Модели физико-технических явлений, Введение в моделирование оптических явлений
Профессиональные компетенции (вид профессиональной деятельности информатика и информационные технологии)			
3.	ПК-4	Введение в научное программирование	Введение в программирование для мобильных платформ, Модели физико-технических явлений, Введение в моделирование оптических явлений
Профессионально-специализированные компетенции специализации			
	-		

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

УК-10; ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3; ОПК-4; ОПК-6; ПК-4

УК-10. Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности

- УК-10.1 Знает основные понятия социально-экономических наук и правила принятия решений в различных областях жизнедеятельности
- УК-10.2 Умеет обосновывать и применять основные положения и методы социально-экономических наук для принятия решений в различных областях жизнедеятельности
- УК-10.3 Владеет методами для принятия экономических решений в различных областях жизнедеятельности

ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

- ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук
- ОПК-1.2 Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности
- ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

ОПК-2. Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности.

- ОПК-2.1 Владеет навыками подготовки научных обзоров и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и иностранном языке
- ОПК-2.2 Умеет решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
- ОПК-2.3 Имеет практический опыт исследований в конкретной области профессиональной деятельности

ОПК-3. Способен самостоятельно представлять научные результаты, составлять научные документы и отчеты

- ОПК-3.1 Знает принципы построения научной работы, современные методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации

ОПК-4. Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем.

- ОПК-4.1 Знает базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности
- ОПК-4.2 Умеет использовать математический аппарат в профессиональной деятельности
- ОПК-4.3 Имеет практический опыт применения современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности

ОПК-6. Способен использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности

- ОПК-6.1 Знает базовые основы экономических знаний
- ОПК-6.2 Умеет использовать базовые основы экономических знаний в профессиональной деятельности
- ОПК-6.3 Имеет практические навыки применения экономических знаний

ПК-4. Способен проводить работы по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований

- ПК-4.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий, основные методы решения прикладных задач, современные методы информационных технологий; принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
- ПК-4.2 Умеет применять полученные знания для решения стандартных задач в области информационных технологий и в собственной научно-исследовательской деятельности
- ПК-4.3 Владеет базовыми навыками подготовки научных обзоров и (или) публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и иностранном языке

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:**

- концепции дисциплин: «Моделирование экономических процессов»;
- основные методы моделирования экономических процессов.

**Уметь:**

- использовать основные законы теоретического исследования; решать прикладные задачи по дисциплине «Моделирование экономических процессов».
- разрабатывать и реализовывать методы моделирования экономических процессов, моделирования социально-экономических процессов, а также методы и механизмы оценки и анализа функционирования экономических систем, относящихся к дисциплине «Моделирование экономических процессов».
- использовать основные положения и методы гуманитарных и социально-экономических наук при решении общественных и профессиональных задач.

**Владеть:**

- современным аппаратом моделирования экономических процессов;
- средствами анализа моделирования экономических процессов;
- базовыми знаниями моделирования экономических процессов.

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
		Сем. 5, мод. 9
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	36	36
В том числе:		-
<i>Лекции</i>	18	18
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	18	18
<i>Семинары (С)</i>	-	-
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>		
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	72	72
Общая трудоемкость 108 час	108	108
3 зач. ед.	3	3

#### 5. Содержание дисциплины

##### 5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Введение в методы экономико-математического	Методология математического моделирования. Этапы в развитии математического моделирования. Модель — Алгоритм — Программа. Формальная и содержательная

	моделирования.	классификации моделей.
2.	Элементарные математические модели.	Создание простейших моделей на основе фундаментальных законов природы. Использование вариационных принципов. Применение аналогий при построении моделей. Иерархический подход к получению моделей.
3	Универсальность математических моделей.	Нелинейные популяционные модели. Аналогии между механическими, термодинамическими и экономическими объектами
4.	Моделирование экономических систем. Математическое моделирование соперничества.	Моделирование рыночного спроса. Подходы к моделированию рынка. Макромодель равновесия рыночной экономики. Организация рекламной кампании. Взаимозачет долгов предприятий. Взаимоотношения в системе «хищник—жертва». Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций. Гонка вооружений между двумя странами. Боевые действия двух армий. «Жесткие» и «мягкие» математические модели
5.	Модели экономической динамики. Моделирование макроэкономического роста.	Нелинейные динамические модели и процессы. Уравнение модели экономической динамики. Макромодель экономического роста. Методы исследования переходных и установившихся динамических процессов. Методы исследования периодических процессов.
6.	Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера – Кондратьева	Инновационно-циклическая теория экономического развития. Эндогенные модели больших циклов Кондратьева. Модель Меншикова – Клименко. Модель Дубовского. Математическая модель долговременного макроэкономического роста, учитывающая влияние циклических колебаний

## 5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	СРС	Все-го час.
1.	Введение в методы экономико-математического моделирования.	3	3		12	18
2.	Элементарные математические модели.	3	3		12	18
3.	Универсальность математических моделей.	3	3		12	18
4.	Моделирование экономических систем. Математическое моделирование соперничества.	3	3		12	18
5.	Модели экономической динамики. Моделирование макроэкономического роста.	3	3		12	18
6.	Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера – Кондратьева	3	3		12	18
<b>Итого:</b>		<b>18</b>	<b>18</b>		<b>72</b>	<b>108</b>

## 6. Лабораторный практикум

Не предусмотрен

## 7. Практические занятия (

№ п/п	№ раздела дисциплины	Темы практических занятий	Трудоемкость (час.)
1.	Введение в методы экономико-математического моделирования.	Модель экспоненциального роста. Модель конкуренции. Математическое представление, численные алгоритмы решения, графические иллюстрации.	3
2.	Элементарные математические модели.	Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций, численные алгоритмы решения, графические иллюстрации.	3
3.	Универсальность математических моделей.	Нелинейные популяционные модели. Аналогия между равновесием материальной частицы в потенциальном поле внешних сил и выбором оптимального плана производства.	3
4.	Моделирование экономических систем. Математическое моделирование соперничества.	Математическое моделирование соперничества. Взаимоотношения в системе «хищник—жертва». Популяционные волны.	3
5.	Модели экономической динамики. Моделирование макроэкономического роста.	Нелинейные динамические модели и процессы. Уравнение модели экономической динамики. Макромодель экономического роста. Методы исследования переходных и установившихся динамических процессов. Методы исследования периодических процессов.	3
6.	Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера – Кондратьева	Инновационно-циклическая теория экономического развития. Эндогенные модели больших циклов Кондратьева. Модель Меншикова – Клименко. Модель Дубовского. Математическая модель долговременного макроэкономического роста, учитывающая влияние циклических колебаний Равновесные модели экономики переходного периода. Инструментальные средства моделирования сложных систем. Экономика развития и роста	3
	<b>Итого:</b>		<b>18</b>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория с ПК и проектором для проведения учебных занятий (в том числе для практического и лекционного типов занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации).



Компьютерные (дисплейные) классы с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета для выполнения обучающимися самостоятельной работы и проведения компьютерного тестирования обучающихся (при необходимости).

## **9. Информационное обеспечение дисциплины**

а) программное обеспечение

ОС Linux, офисный пакет LibreOffice (лицензия MPL-2.0), ПО для просмотра pdf (например, evince (лицензия GPL-2+ CC-BY-SA-3.0)), GNU Midnight Commander (Лицензия GNU GPL 3), редакторы emacs (лицензия GPL) и vi (лицензия BSD), компилятор gcc (лицензия GPL), \_gnuplot (LGPL-2.1), SciLab (Лицензия CeCILL (свободная, совместимая с GNU GPL v2)), Lazarus (GNU GPL)

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1. Сайт библиотеки РУДН <http://lib.rudn.ru/>
2. ТУИС <http://esystem.pfur.ru/>

## **10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:**

а) основная литература:

- Попов А.М., Сотников В.Н. Экономико-математические методы и модели. - М.: Юрайт – 2012, 480 с.

б) дополнительная литература:

- Самарский Александр Андреевич. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры [Текст] / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. - 2-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2002. - 320 с. : ил. - ISBN 5-92221-0120-X : 115.94. Карманов В.Г. Математическое программирование. М. Физматлит. 2000. (ЕТ 20шт)
- Измайлов А.Ф. Численные методы оптимизации [Текст] : Учебное пособие / А.Ф. Измайлов, М.В. Солодов. - М. : Физматлит, 2003. - 304 с. : ил. - ISBN 5-9221-0045-9 : 30.00. (ЕТ 1 шт)
- Ашманов С. А. Линейное программирование [Текст] : Учебное пособие / С.А. Ашманов. - М. : Наука, 1981. - 304 с. : ил. - 0.70. (ЕТ 3 шт)
- Банди Б. Основы линейного программирования [Текст] / Б. Банди; Пер. с англ. О.В.Шихеевой; Под ред. В.А.Волынского. - М. : Радио и связь, 1989. - 169 с. - 0.70. (ЕТ 5 шт)
- Васильев Ф. П., Иваницкий А. Ю. Линейное программирование [Текст] / Ф.П. Васильев, А.Ю. Иваницкий. - М. : Факториал, 1998. - 176 с. : ил. - ISBN 5-88688-038-0 : 17.00. (ЕТ 1 шт)
- Линейное программирование его применения и обобщения [Текст] / Д.Б. Данциг; Пер. с англ. Г.Н.Андрианова и др.; Общ. ред. и предисл. Н.Н.Воробьева. - М. : Прогресс, 1966. - 600 с. : ил. - 2.78. (ЕТ 2 шт)
- Долгушин Валерий Дмитриевич. Экономико-математические методы и модели [Текст/электронный ресурс] : Учебное пособие / В.Д. Долгушин. - Электронные текстовые данные. - М. : Изд-во РУДН, 2015. - 80 с. : ил. - ISBN 978-5-209-06137-3 : 57.33. Режим доступа: <http://lib.rudn.ru/ProtectedView/Book/ViewBook/4786>
- Барсов Алексей Сергеевич. Линейное программирование в технико-экономических задачах [Текст] / А.С. Барсов. - М. : Наука, 1964. - 278 с. - (Физико-математическая б-ка инженера). - 0.82. (ЕТ 13 шт)

## **11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Учебным планом на изучение дисциплины отводится один семестр. Контроль знаний осуществляется проведением итогового контроля знаний, в рамках семестра слушателями курса осуществляется подготовка и сдача практических работ.

### **11.1. Указания по выполнению практических работ.**

При выполнении лабораторных работ необходимо придерживаться следующих этапов:

- Постановка проблемы, исходя из целей и задач конкретного исследования.
- Выбор включаемых в модель переменных, взаимосвязи между которыми подлежат изучению.
- Предварительный теоретический анализ сущности изучаемых явлений, по результатам которого формируется априорная информация и выдвигаются различные гипотезы.
- Выбор объекта исследования, сбор необходимой информации и предварительный анализ ее качества.
- Определение значений переменных по объектам наблюдения, моментам и периодам времени.
- Спецификация модели заключается в обосновании общего вида модели, связывающей зависимые и независимые переменные (входные и выходные, экзогенные и эндогенные).
- Идентификация модели включает ее статистический анализ и оценку параметров модели по имеющимся данным.
- Верификации модели осуществляется анализ ее точности и адекватности моделируемому явлению или процессу, строятся точечные и интервальные оценки (прогнозы) параметров эконометрической модели.
- Интерпретация полученных результатов и дается оценка возможности использования формализованных выводов в практических целях.

### **11.2. Рекомендации по оформлению расчетных, графических работ.**

При оформлении расчетных, графических работ необходимо придерживаться следующих разделов:

- Оглавление, в котором студент излагает информацию обо всех разделах своей работы;
- Задание, в котором студент излагает поставленную перед ним задачу;
- Исходные данные, в котором студент предоставляет все существующие исходные данные, которые он использовал для проведения расчетов;
- Разделы, которые содержат практические решения и анализ полученных результатов;
- Представление результатов расчетов в наиболее удобной для восприятия форме с их анализом;
- Выводы, в котором студент кратко резюмирует сделанное;
- Список литературы;
- Приложения (если таковые имеются).

Также в отчете должна присутствовать информация о компьютерных пакетах, в которых производились расчеты, представленные решения задач должны быть подробными и содержать все используемые в работе формулы с расчетами и пояснениями, должна присутствовать проверка правильности примененных методов, все формулировки должны быть четкими обоснованными.

Все иллюстрации обозначаются словом «Рисунок» или кратко «рис.». Данная надпись помещается под иллюстрацией. Все иллюстрации должны быть подписаны. На все рисунки в тексте должны быть описания и ссылки. Нумерация всего иллюстративного материала ведется арабскими цифрами.

Все таблицы обозначаются словом «Таблица» или кратко «таб.». Данная надпись помещается над таблице справа. Все таблицы должны быть подписаны сверху. На все таблицы в тексте должны быть описания и ссылки. Нумерация всего табличного материала ведется арабскими цифрами. Возможна ситуация, когда таблица будет разделена (если строка или столбец выходят за рамки листа).

Весь иллюстративный и табличный материал может быть расположен как в самой работе, по тексту, так и в отдельно взятой части работы, которая называется «Приложение». В формулах каждый символ должен быть разъяснен (делается это



непосредственно под формулой, разъяснение каждого отдельного символа начинается с отдельной строки).

***Набор типовых аудиторных контрольных заданий.***

1. Методология математического моделирования.
2. Этапы в развитии математического моделирования. Модель — Алгоритм — Программа
3. Формальная классификация моделей
4. Содержательная классификация моделей
5. Нелинейные популяционные модели.
6. Иерархический подход к получению моделей.
7. Макромодель равновесия рыночной экономики
8. Предположения при построении простых математических моделей экономического равновесия
9. Макромодель экономического роста
10. Организация рекламной кампании
11. Модель Мальтуса
12. Взаимозачет долгов предприятий
13. Взаимоотношения в системе «хищник—жертва»
14. Принцип построения моделей «от простого — к сложному». Модель запуска спутника.
15. Нелинейные популяционные модели.
16. Этапы построения математических моделей.
17. Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций.
18. «Жесткие» и «мягкие» математические модели
19. Модель войны или сражения
20. Оптимизация как путь к катастрофе
21. Жесткие модели как путь к ошибочным предсказаниям
22. Опасность многоступенчатого управления
23. Антагонистические игры
24. Седловые точки и антагонистические игры
25. Смешанные расширения антагонистических игр
26. Методы решения матричных игр
27. Игры с вогнутой функцией выигрыша

***Набор типовых заданий для самостоятельной работы студентов.***

1. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты.
2. Задача оценивания параметров. Метод наименьших квадратов (МНК).
3. Система нормальных уравнений и ее решение. Свойства оценок параметров, полученных МНК.
4. Геометрическая интерпретация метода наименьших квадратов.
5. Разложение суммы квадратов отклонений наблюдаемых значений зависимой переменной от ее выборочного среднего.
6. Построение графиков функций в математических пакетах, с использованием графических пакетов в RAD Delphi.

***Примерный перечень вопросов текущего контроля знаний:***

1. Метод наименьших квадратов и его геометрическая интерпретация в многомерном

- случае. Система нормальных уравнений.
2. Матричное выражение для вектора оценок коэффициентов регрессии (без вывода). Ковариационная матрица оценок коэффициентов регрессии.
  3. Решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Решение задач линейной алгебры. Интерполирование.
  4. Численное дифференцирование и интегрирование. Равномерные и среднеквадратичные приближения функций.
  5. Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений.
  6. Выдающиеся ученые – А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Математические модели.

**Примерный перечень вопросов итогового контроля знаний:**

1. Принципы системного подхода. Понятие «система» - элемент, связь, цель.
2. Основные этапы системного подхода. Формулировка проблематики, цели, критерии целеполагания. Построение модели и оптимизация процесса.
3. Классификация моделей. Формальные модели, физические модели, теория систем
4. Роль математики в моделировании
5. Простейшие математические модели.
6. Модель экспоненциального роста
7. Модель конкуренции. Внутривидовая конкуренция. Межвидовая конкуренция. Популяционные волны.
8. Модель саморегуляции. Триггерная модель, система дифференциальных уравнений.
9. Модель автовозбуждения
10. Физический подход к моделированию
11. Принцип наименьшего действия, стационарность функционала.
12. Законы сохранения. Энергия и импульс.
13. Модель осциллятора
14. Модель диффузии

**12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

ФОС по дисциплине представлен в приложении к данной программе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

**Разработчики:**

доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей



К.П. Ловецкий

**Руководитель программы  
Заведующий кафедрой**

кафедра прикладной информатики и теории вероятностей



К.Е. Самуйлов

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов»*

*Факультет физико-математических и естественных наук*

*Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей*

# **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

## **ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

---

Моделирование экономических процессов

---

02.03.01 — Математика и компьютерные науки  
бакалавр

## Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине Моделирование экономических процессов

Направление: 02.03.01 — Математика и компьютерные науки

Код контр. компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства		Баллы темы	Баллы разделов	
			Выполнение ПЗ (ЛР)	Итог. контр. знаний			
ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3; ОПК-4; ОПК-6; ПК-4	Введение в методы экономико-математического моделирования.	Методология математического моделирования.	40	1	9	23	
		Этапы в развитии математического моделирования. Модель — Алгоритм — Программа.		1	1		
		Формальная и содержательная классификации моделей.		1	13		
	Элементарные математические модели.	Создание простейших моделей на основе фундаментальных законов природы.		1	13	16	
		Использование вариационных принципов. Применение аналогий при построении моделей.		1	1		
		Иерархический подход к получению моделей.		2	2		
	Универсальность математических моделей.	Нелинейные популяционные модели.		1	1	15	
		Аналогии между механическими, термодинамическими и экономическими объектами		1	1		
		Модели экономических циклов. Модели экономической динамики. Модели динамических процессов.		1	13		
	Моделирование экономических систем.	Моделирование рыночного спроса. Подходы к моделированию рынка. Взаимозачет долгов предприятий.		40	1	1	15

	Математическое моделирование соперничества.	Макромодель равновесия рыночной экономики. Организация рекламной кампании.		1	1	
		Взаимоотношения в системе «хищник—жертва». Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций.		1	13	
	Модели экономической динамики. Моделирование макроэкономического роста.	Гонка вооружений между двумя странами. Боевые действия двух армий. «Жесткие» и «мягкие» математические модели		1	1	16
		Нелинейные динамические модели и процессы. Уравнение модели экономической динамики. Макромодель экономического роста.		1	13	
		Методы исследования переходных и установившихся динамических процессов.		1	1	
		Методы исследования периодических процессов.		1	1	
	Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера – Кондратьева	Инновационно-циклическая теория экономического развития.		1	13	15
		Эндогенные модели больших циклов Кондратьева. Модель Меншикова – Клименко.		1	1	
		Модель Дубовского. Математическая модель долговременного макроэкономического роста, учитывающая влияние циклических колебаний		1	1	
<b>ИТОГО</b>			<b>80</b>	<b>20</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:  
УК-10; ОПК-1; ОПК-2; ОПК-3; ОПК-4; ОПК-6; ПК-4



УК-10. Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности

- УК-10.1 Знает основные понятия социально-экономических наук и правила принятия решений в различных областях жизнедеятельности
- УК-10.2 Умеет обосновывать и применять основные положения и методы социально-экономических наук для принятия решений в различных областях жизнедеятельности
- УК-10.3 Владеет методами для принятия экономических решений в различных областях жизнедеятельности

ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.

- ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук
- ОПК-1.2 Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности
- ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

ОПК-2. Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности.

- ОПК-2.1 Владеет навыками подготовки научных обзоров и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и иностранном языке
- ОПК-2.2 Умеет решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
- ОПК-2.3 Имеет практический опыт исследований в конкретной области профессиональной деятельности

ОПК-3. Способен самостоятельно представлять научные результаты, составлять научные документы и отчеты

- ОПК-3.1 Знает принципы построения научной работы, современные методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации

ОПК-4. Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем.

- ОПК-4.1 Знает базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности
- ОПК-4.2 Умеет использовать математический аппарат в профессиональной деятельности
- ОПК-4.3 Имеет практический опыт применения современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности

ОПК-6. Способен использовать основы экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности

- ОПК-6.1 Знает базовые основы экономических знаний
- ОПК-6.2 Умеет использовать базовые основы экономических знаний в профессиональной деятельности
- ОПК-6.3 Имеет практические навыки применения экономических знаний

ПК-4. Способен проводить работы по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований

- ПК-4.1 Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий, основные методы решения прикладных задач, современные методы информационных технологий; принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации
- ПК-4.2 Умеет применять полученные знания для решения стандартных задач в области информационных технологий и в собственной научно-исследовательской деятельности
- ПК-4.3 Владеет базовыми навыками подготовки научных обзоров и (или) публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и иностранном языке

# Балльно-рейтинговая система оценки уровня знаний

Сводная оценочная таблица дисциплины

Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства		Баллы темы	Баллы разделов
		Выполнение ПЗ (ЛР)	Итог. контр. знаний		
Введение в методы экономико-математического моделирования.	Методология математического моделирования.	40	1	9	23
	Этапы в развитии математического моделирования. Модель — Алгоритм — Программа.		1	1	
	Формальная и содержательная классификации моделей.		1	13	
Элементарные математические модели.	Создание простейших моделей на основе фундаментальных законов природы.		1	13	16
	Использование вариационных принципов. Применение аналогий при построении моделей.		1	1	
	Иерархический подход к получению моделей.		2	2	
Универсальность математических моделей.	Нелинейные популяционные модели.	1	1	15	
	Аналогии между механическими, термодинамическими и экономическими объектами	1	1		
	Модели экономических циклов. Модели экономической динамики. Модели динамических процессов.	1	13		
Моделирование экономических систем. Математическое моделирование соперничества.	Моделирование рыночного спроса. Подходы к моделированию рынка. Взаимозачет долгов предприятий.	40	1	1	15
	Макромодель равновесия рыночной экономики. Организация рекламной кампании.		1	1	
	Взаимоотношения в системе «хищник—жертва». Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций.		1	13	

Модели экономической динамики. Моделирование макроэкономического роста.	Гонка вооружений между двумя странами. Боевые действия двух армий. «Жесткие» и «мягкие» математические модели		1	1	16
	Нелинейные динамические модели и процессы. Уравнение модели экономической динамики. Макромодель экономического роста.		1	13	
	Методы исследования переходных и установившихся динамических процессов.		1	1	
	Методы исследования периодических процессов.		1	1	
Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера – Кондратьева	Инновационно-циклическая теория экономического развития.		1	13	15
	Эндогенные модели больших циклов Кондратьева. Модель Миньшикова – Клименко.		1	1	
	Модель Дубовского. Математическая модель долговременного макроэкономического роста, учитывающая влияние циклических колебаний		1	1	
<b>ИТОГО</b>		<b>80</b>	<b>20</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

**Таблица соответствия баллов и оценок**

Баллы БРС	Традиционные оценки РФ	Оценки ECTS
95 - 100	5	A
86 - 94		B
69 - 85	4	C
61 - 68	3	D
51 - 60		E
31 - 50	2	FX
0 - 30		F
51-100	Зачет	Passed

**Правила применения БРС**

1. Максимальное число баллов, набранных в семестре по дисциплине – 100.
2. Раздел дисциплины считается выполненным, если студент набрал более 50 % от возможного числа баллов по этому разделу дисциплины.
3. Студент не может быть аттестован по дисциплине, если он не освоил все темы и разделы дисциплины.
4. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
5. Отсрочка в прохождении мероприятий текущего контроля успеваемости считается

уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки, заверенной круглой печатью в поликлинике № 25, предоставляемой преподавателю дисциплины не позднее двух недель после выздоровления. В этом случае выполнение контрольных мероприятий осуществляется после выздоровления студента в срок, назначенный преподавателем дисциплины. В противном случае, отсутствие студента на контрольном мероприятии признается не уважительным.

6. Использование источников (в том числе конспектов лекций и лабораторных занятий) во время проведения экзамена возможно только с разрешения преподавателя.
7. Время, которое отводится студенту на подготовку к ответу на экзамен, устанавливается преподавателем. По завершении отведённого времени студент должен быть готов сдавать экзамен преподавателю, вне зависимости от того, завершена или нет его подготовка.
8. Студент допускается к экзамену с любым количеством баллов, набранном в семестре, но при условии, что у студента имеется теоретическая возможность получить не менее 31 балла.
9. Если в итоге за семестр студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и студент должен повторить эту дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т. е. FX, то студенту разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов. Добор баллов осуществляется путем повторного одноразового выполнения предусмотренных контрольных мероприятий, при этом аннулируются соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в период с 07.02 по 28.02 (с 07.09 по 28.09) по согласованию с деканатом.
10. Экзаменационный билет содержит 2 вопроса. На подготовку ответа отводится 1 час, после чего может производиться устный опрос студента. Оценивается работа из 20 баллов независимо от оценки, полученной в семестре.

# Примерный перечень оценочных средств

по дисциплине Моделирование экономических процессов

<b>п / п</b>	<b>Наименование оценочного средства</b>	<b>Краткая характеристика оценочного средства</b>	<b>Представление оценочного средства в фонде</b>
<i><b>Аудиторная работа</b></i>			
1	Опрос	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	Зачет	Оценка работы студента в течение семестра (года, всего срока обучения и др.) и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных им теоретических и практических знаний, приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления, умение синтезировать полученные знания и применять их в решении практических задач.	Примеры заданий/вопросов, пример экзаменационного билета
3	Практическая работа	Система практических заданий, направленных на формирование практических навыков у обучающихся	Фонд практических заданий
<i><b>Самостоятельная работа</b></i>			
1	Подготовка отчетов по результатам выполнения практических работ	Форма проверки качества выполнения студентами лабораторных работ в соответствии с утвержденной программой.	Фонд практических заданий в рамках лабораторного практикума по дисциплине



## Критерии оценки по дисциплине

### 95-100 баллов:

- . полное выполнение лабораторных работ и домашних заданий;
- . высокий уровень культуры исполнения лабораторных работ и домашних заданий;
- . активное участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- . систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- . точное и методически обоснованное определение цели и задач деятельности по дисциплины с учетом отраслевой специфики;
- . использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- . безупречное владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- . выраженная способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;
- . полная самостоятельность и творческий подход при изложении материала по программе дисциплины;
- . полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы (в том числе при необходимости нормативных и законодательных актов), рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

### 86- 94 балла:

- . полное выполнение лабораторных работ и домашних заданий;
- . высокий уровень культуры исполнения лабораторных работ и домашних заданий;
- . участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- . систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- . точное и методически обоснованное определение цели и задач деятельности по практике с учетом отраслевой специфики;
- . использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- . владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- . способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;
- . усвоение основной и дополнительной литературы, нормативных и законодательных актов, рекомендованных программой дисциплины и преподавателем.

### 69-85 баллов:

- . частичное выполнение лабораторных работ и домашних заданий;
- . высокий уровень культуры исполнения лабораторных работ и домашних заданий;
- . участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;

- . систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- . владение программным обеспечением, умение использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- . способность самостоятельно решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- . усвоение основной и дополнительной литературы, нормативных и законодательных актов, рекомендованных программой дисциплины;

#### 51-68 баллов:

- . частичное выполнение д лабораторных работ и омаших заданий;
- . участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- . достаточно полные и систематизированные навыки и компетенции в объеме программы дисциплины;
- . владение программным обеспечением по разделам программы практики, умение использовать его в решении учебных и профессиональных задач;
- . использование необходимой научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- . способность самостоятельно применять типовые решения в рамках программы дисциплины;
- . усвоение основной литературы, нормативных и законодательных актов, по разделам программы дисциплины;

#### 31 - 50 баллов – НЕ ЗАЧТЕНО:

- . невыполнение лабораторных работ и домашних заданий;
- . пассивность при выполнении общественных поручений, низкий уровень культуры исполнения заданий;
- . недостаточно полный объем навыков и компетенции в рамках программы дисциплины;
- . неумение использовать в практической деятельности научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными стилистическими и логическими ошибками;
- . слабое владение программным обеспечением по разделам программы дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) производственных задач;
- . знание части основных нормативных и законодательных актов по разделам программы дисциплины.

#### 0-30 баллов, НЕ ЗАЧТЕНО:

- . отсутствие умений, навыков, знаний и компетенции в рамках программы дисциплины;
- . невыполнение домашних заданий; отказ от ответа по программе дисциплины;
- . игнорирование мероприятий по дисциплине по неуважительной причине.

# Комплект экзаменационных билетов

по дисциплине Моделирование экономических процессов

По дисциплине «Моделирование экономических процессов» предусмотрена итоговая аттестация (экзамен). Экзамен включает вопросы по всем темам дисциплины и проводится в соответствии с расписанием сессии.

Максимальное число баллов, набранных в семестре по дисциплине – 100. Студент допускается к экзамену с любым количеством баллов, набранном в семестре, но при условии, что у студента имеется теоретическая возможность получить не менее 31 балла.

Экзаменационный билет содержит 2 вопроса. На подготовку ответа отводится 1 час, после чего может производиться устный опрос студента. Оценивается работа из 20 баллов независимо от оценки, полученной в семестре.

Контроль усвоения знаний по дисциплине «Математическое моделирование экономических процессов» осуществляется в течение семестра в ходе учебного процесса и консультирования студентов, по результатам выполнения запланированных в учебном плане и рабочей программе работ.

## Критерии оценки ответа на экзамене

<b>Требования к результатам освоения дисциплины</b>	<b>Баллы (рейтинговая оценка)</b>
Глубокое усвоение программного материала, логически стройное его изложение, правильные ответы на дополнительные вопросы.	18 – 20
Твердые знания программного материала, допустимы несущественные неточности в ответе на вопросы.	13 – 17
Знание только основного материала, допустимы неточности в ответе на вопросы, недостаточно правильные формулировки, нарушение логической последовательности в изложении теоретического материала.	9 – 12
Незнание основной части программного материала, неумение сформулировать правильные ответы на вопросы экзаменационного билета.	0 – 8

Максимальное число баллов – 20

Дисциплина «Моделирование экономических процессов»

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

- . Вопрос  
Принципы системного подхода. Понятие «система» - элемент, связь, цель.
- . Вопрос  
Модель саморегуляции. Триггерная модель, система дифференциальных уравнений.

**Составитель** К.П.Ловецкий

Заведующий кафедрой К.Е.Самуйлов

Дисциплина «Моделирование экономических процессов»

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2**

- . Вопрос  
Основные этапы системного подхода. Формулировка проблематики, цели, критерии целеполагания. Построение модели и оптимизация процесса.
- . Вопрос  
Модель автовозбуждения

**Составитель** К.П.Ловецкий

Заведующий кафедрой К.Е.Самуйлов

Дисциплина «Моделирование экономических процессов»

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3**

- . Вопрос  
Классификация моделей. Формальные модели, физические модели, теория систем
- . Вопрос  
Физический подход к моделированию

**Составитель** К.П.Ловецкий

Заведующий кафедрой К.Е.Самуйлов

Дисциплина «Моделирование экономических процессов»

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4**

- . Вопрос  
Роль математики в моделировании
- . Вопрос  
Принцип наименьшего действия, стационарность функционала.

<b>Составитель</b>	К.П.Ловецкий
Заведующий кафедрой	К.Е.Самуйлов

Дисциплина «Моделирование экономических процессов»

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5**

- . Вопрос  
Простейшие математические модели
- . Вопрос  
Законы сохранения. Энергия и импульс.

<b>Составитель</b>	К.П.Ловецкий
Заведующий кафедрой	К.Е.Самуйлов

Дисциплина «Моделирование экономических процессов»

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6**

- . Вопрос  
Модель экспоненциального роста
- . Вопрос  
Модель осциллятора

<b>Составитель</b>	К.П.Ловецкий
Заведующий кафедрой	К.Е.Самуйлов



# Вопросы по темам/разделам

по дисциплине Моделирование экономических процессов

## Тема «Введение в методы экономико-математического моделирования.»

- . Методология математического моделирования
- . Этапы в развитии математического моделирования
- . Модель — Алгоритм — Программа
- . Формальная и содержательная классификации моделей

## Тема «Элементарные математические модели»

- . Создание простейших моделей на основе фундаментальных законов природы
- . Использование вариационных принципов
- . Применение аналогий при построении моделей
- . Иерархический подход к получению моделей

## Тема «Универсальность математических моделей»

- . Нелинейные популяционные модели
- . Аналогии между механическими, термодинамическими и экономическими объектами
- . Модели экономических циклов
- . Модели экономической динамики
- . Модели динамических процессов

## Тема «Моделирование экономических систем. Математическое моделирование соперничества»

- . Моделирование рыночного спроса
- . Подходы к моделированию рынка
- . Взаимозачет долгов предприятий
- . Макромодель равновесия рыночной экономики
- . Организация рекламной кампании
- . Взаимоотношения в системе «хищник—жертва»
- . Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций

## Тема «Модели экономической динамики. Моделирование макроэкономического роста»

- . Гонка вооружений между двумя странами
- . Боевые действия двух армий
- . «Жесткие» и «мягкие» математические модели
- . Нелинейные динамические модели и процессы
- . Уравнение модели экономической динамики
- . Макромодель экономического роста
- . Методы исследования переходных и установившихся динамических процессов
- . Методы исследования периодических процессов

## Тема «Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера – Кондратьева»

- . Инновационно-циклическая теория экономического развития
- . Эндогенные модели больших циклов Кондратьева
- . Модель Меншикова – Клименко
- . Модель Дубовского
- . Математическая модель долговременного макроэкономического роста, учитывающая влияние циклических колебаний

# Комплект разноуровневых задач (заданий)

по дисциплине Моделирование экономических процессов

По дисциплине «Моделирование экономических процессов» предусмотрено выполнение письменных домашних заданий.

Контроль усвоения знаний по дисциплине «Математическое моделирование экономических процессов» осуществляется в течение семестра в ходе учебного процесса и консультирования студентов, по результатам выполнения запланированных в учебном плане и рабочей программе работ.

**Оценка знаний студентов осуществляется в баллах с учетом:**

- Выполнения письменных домашних заданий (не более 15 баллов).

## Критерии оценки письменных домашних заданий

Требования к результатам освоения дисциплины	Баллы (рейтинговая оценка)
<ul style="list-style-type: none"><li>· полное выполнение домашних заданий;</li><li>· высокий уровень культуры исполнения домашних заданий;</li><li>· систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;</li><li>· точное и методически обоснованное определение цели и задач деятельности по дисциплины с учетом отраслевой специфики;</li><li>· использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;</li><li>· безупречное владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;</li><li>· выраженная способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;</li><li>· полная самостоятельность и творческий подход при изложении материала по программе дисциплины;</li><li>· полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы (в том числе при необходимости нормативных и законодательных актов), рекомендованной программой дисциплины и преподавателем;</li></ul>	56-80
<ul style="list-style-type: none"><li>· частичное выполнение домашних заданий;</li><li>· высокий уровень культуры исполнения домашних заданий;</li><li>· систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;</li><li>· владение программным обеспечением, умение использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;</li><li>· способность самостоятельно решать проблемы в рамках программы дисциплины;</li><li>· усвоение основной и дополнительной литературы, нормативных и законодательных актов, рекомендованных программой дисциплины;</li></ul>	46-55
<ul style="list-style-type: none"><li>· частичное выполнение домашних заданий;</li><li>· достаточно полные и систематизированные навыки и компетенции в объеме программы дисциплины;</li></ul>	31-45

Требования к результатам освоения дисциплины	Баллы (рейтинговая оценка)
<ul style="list-style-type: none"> <li>· владение программным обеспечением по разделам программы практики, умение использовать его в решении учебных и профессиональных задач;</li> <li>· использование необходимой научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;</li> <li>· способность самостоятельно применять типовые решения в рамках программы дисциплины;</li> <li>· усвоение основной литературы, нормативных и законодательных актов, по разделам программы дисциплины;</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>· невыполнение домашних заданий;</li> <li>· недостаточно полный объем или отсутствие навыков и компетенции в рамках программы дисциплины;</li> <li>· неумение использовать в практической деятельности научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными стилистическими и логическими ошибками;</li> <li>· слабое владение программным обеспечением по разделам программы дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) производственных задач.</li> </ul>	0-30

Максимальное число баллов – 80

### **Практическая работа «Математическая модель рекламной кампании»**

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dN}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)N(t))(N - N(t))$$

где

$\frac{dN}{dt}$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о

товаре и готовых его купить;

$t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании;

$N(t)$  - число уже информированных клиентов;

$N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей;

$\alpha_1(N - N(t))$  - число покупателей, еще не знающих о товаре;

$\alpha_1(t) > 0$  - характеризует интенсивность рекламной кампании;

$\alpha_2(t) > 0$  - характеризует интенсивность «сарафанного радио»;

$\alpha_2(t)N(t)(N - N(t))$  - потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей;



### Задача №1.

Пусть параметры  $\alpha_1, N_0, p, s$ , фиксированы. Найдите значение параметра  $\alpha_2$ , при котором функция  $P_m(\alpha_2)$  достигает минимального значения, и убедитесь, что в этом случае текущая прибыль  $P(t)$  максимальна в момент  $t = 0$ , т. е. на старте рекламной кампании.

### Задача №2.

Неравенство  $P_m > \alpha_1 s$  (зависящее от  $\alpha_1 > 0$  нелинейным образом) является необходимым условием прибыльности рекламы. Считая параметры  $\alpha_2, N_0, p, s$  фиксированными, найдите области значения параметра  $\alpha_1$ , в которых при росте  $\alpha_1$  заданное неравенство усиливается (ослабляется).

### Задача №3.

Считая, что эффект насыщения от рекламы происходит при  $N(t) \approx N_0$ , найдите момент времени, когда продолжение кампании станет заведомо убыточным.

## Практическая работа «Модели боевых действий»

### Линейный закон Ланчестера

Существует общий вид моделей и парадигма, которые описывают законы или, как их еще называют, *модели Ланчестера*:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax + bxy + cy + d \\ \frac{dy}{dt} = ey + fyx + gx + h \end{cases} \quad \begin{array}{ccc} \boxed{\frac{dx}{dt}} & & \boxed{\frac{dy}{dt}} \\ (Y) & & (X) \end{array}$$

где потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены  $ax$  и  $gx$ , члены  $-cy$  и  $ey$  отражают потери на поле боя. Коэффициенты  $c$  и  $e$  указывают на эффективность боевых действий со стороны  $y$  и  $x$  соответственно.  $a, g$  - константы, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Константы  $d$  и  $h$  отображают возможность прибытия подкрепления.

В древней битве, например, между фалангами воинов, вооруженных копьями, один человек может бороться одновременно только с одним человеком. Если каждый человек убивает ровно одного (или погибает от одного) противника, то ожидаемое число воинов, оставшихся в конце сражения, — это просто разница между численностью большей и меньшей армий (при идентичности применяемого оружия).

*Линейный закон* применяется также к неприцельному огню по территории противника. Коэффициент убыли зависит от плотности имеющихся целей в целевой области, а также от количества стреляющих орудий. Если две группировки, занимающие одинаковую площадь и использующие одинаковые орудия, ведут огонь случайным образом по площадной цели одинакового размера, они будут убывать одинаковыми

темпами до тех пор, пока меньшая группировка в конце концов не будет ликвидирована: большая вероятность поражения одним выстрелом какой-либо единицы крупной группировки уравнивается большим числом выстрелов, направленных на мелкую группировку.

Отсюда выводится закон “честного боя”:  $A_0 - A_t = E(B_0 - B_t)$ , где

$A_0$  - начальное число единиц стороны А

$A_t$  - численность войск, остающихся в армии А в момент Т

$B_0$  - начальное число единиц стороны В

$B_t$  - численность войск, остающихся в армии В в момент Т

$E$  - качество оружия (Exchange Rate) = (поражающая способность оружия стороны В) ÷ (поражающая способность оружия стороны А)

(Истребительная сила) = (качество оружия) × (количество единиц)

В простейшей модели борьбы двух сторон, как уже часто упоминалось, используются модели Ланчестера и состояние системы описывается через точки  $(x, y)$  положительного квадранта плоскости, а координаты эти точек являются численностями противостоящих армий. Модель имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = -by \\ \dot{y} = -ax \end{cases}$$

где  $a$  – мощность оружия армии  $x$ ,  $b$  – мощность оружия армии  $y$ . Говоря иначе, предполагается, что каждый солдат армии  $x$  убивает за единицу времени  $a$  солдат армии  $y$  и наоборот.  $x$  и  $y$  с точкой являются производными и отображают изменение величины армии за время  $t$ .

Эта модель является жесткой и имеет точное решение:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{by}{ax}, \quad ax \, dx = by \, dy, \quad ax^2 - by^2 = const$$

Эволюция численностей армий происходит вдоль гиперболы, заданной этим уравнением, а по какой именно гиперболе пойдет война, зависит от начальной точки

**Задача №1.**

Построить графики возможных исходов боевых действий в зависимости от начальных параметров в жесткой модели Ланчестера.

**Задача №2.**

Построить графики возможных исходов боевых действий в зависимости от начальных параметров в жесткой модели Ланчестера. Указать области начальных параметров, при которых побеждает армия А

**Задача №3.**

Построить графики возможных исходов боевых действий в зависимости от начальных параметров в жесткой модели Ланчестера. Указать области начальных параметров, при которых побеждает армия В.