Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Нелинейные эволюционные уравнения

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

01.04.01 Математика

(указываются код и наименование направления подготовки/специальности)

Направленность программы (профиль)

магистратура «Функциональные методы в дифференциальных уравнениях и междисциплинарных исследованиях (англ.)»

(наименование образовательной программы в соответствии с направленностью (профилем)

1. Цели и задачи дисциплины: Обучение современным достижениям теории эволюционных уравнений с частными производными с упором на уравнения нечетного порядка: свойствам функциональных пространств эволюционного типа, теории полугрупп, теории краевых задач для уравнения Кортевега – де Фриза.

2. Место дисциплины в структуре ООП:
Дисциплина по выбору студента.
Необходимы знания по математическому анализу, функциональному анализу, обыкновенным дифференциальным уравнениям, дифференциальным уравнениям в частных производных.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
	Общепрофессиональные компетенции		
	ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	История и методология математики	Государственный экзамен
	Профессиональные компетенции		
	ПК.1. способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива	Современные проблемы математики и и прикладной математики, Неевклидовы геометрии и их приложения	Преддипломная практика, Государственный экзамен

3. Требования к результатам освоения дисциплины:
В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные свойства пространств эволюционного типа, теорию полугрупп.
Уметь: применять свойства пространств эволюционного типа и теорию полугрупп для исследования краевых задач для эволюционных дифференциальных уравнений с частными производными.
Владеть: современным математическим аппаратом исследования краевых задач для эволюционных дифференциальных уравнений с частными производными.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

№	**Вид учебной работы**	**Всего часов**	**Семестры**			
			1	**2**	**3**	**4**
1.	**Аудиторные занятия (ак. часов)**	32				32

	В том числе:					
1.1.	Лекции	16				16
1.2.	Прочие занятия	16				16
	В том числе:					
1.2.1.	*Практические занятия (ПЗ)*					
1.2.2.	*Семинары (С)*					
1.2.3.	*Лабораторные работы (ЛР)*					
	Из них в интерактивной форме (ИФ):					
2.	**Самостоятельная работа студентов (ак. часов)**	76				76
	В том числе:					
2.1.	Курсовой проект (работа)					
2.2.	Расчетно-графические работы					
2.3.	Реферат					
2.4.	Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	36				36
	Другие виды самостоятельной работы	40				40
3.	**Общая трудоемкость (ак. часов)**	108				108
	Общая трудоемкость (зачетных единиц)	3				3

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Измеримость по Бохнеру, интеграл Бохнера	Определение измеримости и интегрируемости по Бохнеру функций со значениями в банаховом пространстве, простейшие свойства. Критерии измеримости и интегрируемости по Бохнеру. Предел последовательности функций измеримых по Бохнеру. Действие линейного оператора на интеграл Бохнера.
2.	Полугруппы операторов	Определение и простейшие свойства непрерывных полугрупп операторов в банаховом пространстве. Генератор полугруппы и его свойства. Теорема Хилле-Иосиды. Критерий существования полугруппы в гильбертовом пространстве.
3.	Уравнение Кортевега-де Фриза	Уравнение Кортевега-де Фриза и его физический смысл. Солитоны. Законы сохранения для уравнения Кортевега-де Фриза.
4.	Линеаризованное уравнение Кортевега-де Фриза	Задача Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза. Применение теории групп унитарных операторов для построения и исследования свойств ее решений. Специальные свойства решений: локальное сглаживание, оценка максимальных функций.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин								
		1	2	3	4	5	6	7	8	…

1.	Нет обеспечиваемых (последующих) дисциплин									

5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Лекц.	Практические занятия и лабораторные работы			СРС	Всего
			ПЗ/С	ЛР	из них в ИФ		
1.	Измеримость по Бохнеру, интеграл Бохнера	4	4				
2.	Полугруппы операторов	4	4				
3.	Уравнение Кортевега-де Фриза	4	4				
4.	Линеаризованное уравнение Кортевега-де Фриза	4	4				
	Итого:	16	16			76	108

6. Лабораторный практикум: Не предусмотрен.

7. Практические занятия (семинары):

№ п/п	№ раздела	Тема интерактивного занятия	Трудо-емкость (час.)
1.	1.	Измеримость по Бохнеру, интеграл Бохнера	4
2.	2.	Полугруппы операторов	4
3.	3.	Уравнение Кортевега-де Фриза	4
4.	4.	Линеаризованное уравнение Кортевега-де Фриза	4

8. Примерная тематика курсовых проектов (работ): Не предусмотрены.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Фаминский А.В. Функциональные пространства эволюционного типа. 2-е из-дание, исправленное и дополненное. Москва: Изд-во РУДН, 2016.
2. Фаминский А.В. Избранные главы теории эволюционных уравнений. Москва: Изд-во РУДН, 2014.

б) дополнительная литература:

1. Иосида К. Функциональный анализ. Москва: Изд-во ЛКИ, 2007 г.
2. Гаевский Х., Грегер К., Захариас К. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения. Москва: Мир, 1978.
3. Кружков С.Н., Фаминский А.В. Обобщенные решения задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза. Математический сборник, 1983, т. 120, № 3, с. 396-425
4. Фаминский А.В. Смешанные задачи для уравнения Кортевега-де Фриза. Математический сборник, 1999, т. 190, № 6, с.127-160.

5. Kenig C.E., Ponce G., Vega L. Well-posedness and scattering results for the generalized Korteweg-de Vries equation via the contraction principle. Communications in Pure and Applied Mathematics, 1993, v.43, p.527-620.

в) программное обеспечение: не требуется

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы: не требуются

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Общий аудиторный фонд: поточные аудитории Зал № 1, Зал № 2, 485, 495, 497 в учебном корпусе РУД, ул. Орджоникидзе, д. 3 (проекторы –3 шт.); групповые аудитории в учебном корпусе РУДН, ул. Орджоникидзе, д. 3 на 3, 4 и 5 этажах.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

В каждом семестре на итоговый контроль знаний отводится 60 баллов, ещё 40 баллов отводится на посещение занятий и выполнение домашних заданий. Итоговая сумма баллов в каждом семестре – 100.

Соответствие систем оценок (используемых ранее оценок итоговой академической успеваемости, оценок ECTS и балльно-рейтинговой системы (БРС) оценок текущей успеваемости) (В соответствии с Приказом Ректора №996 от 27.12.2006 г.):

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки ECTS
86 – 100	5	95 - 100	5+	A
		86 - 94	5	B
69 – 85	4	69 - 85	4	C
51 – 68	3	61 - 68	3+	D
		51 - 60	3	E
0 – 50	2	31 - 50	2+	FX
		0 - 30	2	F

1. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
2. Отсрочка в сдаче домашнего задания считается уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки.
3. Студент допускается к итоговому контролю с любым количеством баллов, набранным в семестре, но при условии, что у него имеется теоретическая возможность получить не менее 31 балла.
4. Если в итоге за семестр студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и он должен повторить дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т.е. F_x, то ему разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов путём повторного одноразового выполнения предусмотренных итоговых контрольных мероприятий; при этом аннулируются, по усмотрению преподавателя, соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в период с 07.02 по 28.02 (с 07.09 по 28.09) по согласованию с деканатом.
5. Итоговая контрольная работа (итоговый контроль) содержит от 3 до 6 вопросов (или заданий). На подготовку к ответу отводится 1 час, после чего производится устный опрос студента. Оценивается работа из 60 баллов независимо от оценки, полученной в семестре.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) – *прилагается.*

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС 3++ РУДН.

Разработчик

д.ф.-м.н., проф. **А.В. Фаминский**

Директор Математического института,
д.ф.-м.н., профессор **А.Л. Скубачевский**

Приложение 1.
(обязательное)

Математический институт им. С.М. Никольского
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕН
на заседании института
«31_»__08__2020__ г., протокол №_1__
Директор института
(подпись)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Нелинейные эволюционные уравнения
(наименование дисциплины)

01.04.01 Математика
(код и наименование направления подготовки)

«Неклассические задачи анализа и дифференциальных уравнений, математическое моделирование и машинное обучение»
(специализация)

магистр
Квалификация (степень) выпускника

Паспорт фонда оценочных средств

Направление/Специальность: 01.04.01 Математика, специализация «Неклассические задачи анализа и дифференциальных уравнений, математическое моделирование и машинное обучение»
шифр название

Дисциплина: Нелинейные эволюционные уравнения
название

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства															Баллы темы	Баллы раздела
			Текущий контроль												Промежуточная аттестация				
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	Выполнение ДЗ	Реферат	Выполнение РГР	Работа на инт. зан.	…	…	Экзамен/Зачет	…	…		
ОПК-1, ПК-1	Нелинейные эволюционные уравнения	Измеримость по Бохнеру						-	1			2			4			7	100
		Пространства интегрируемых функций						-				2			5			7	
		Сильная и слабая непрерывность							2			2			4			8	
		Сильная и слабая дифференцируемость										2			4			6	
		Обобщенные производные							1			2			5			8	
		Пространства обобщенно дифференцируемых функций							2			2			4			8	

		Полугруппы операторов										2			4			6	
		Группы операторов							2			2			4			8	
		Абстрактные эволюционные уравнения										2			5			7	
		Специальные свойства групп унитарных операторов							1			2			4			7	
		Уравнение Кортевега-де Фриза										2			4			6	
		Линеаризованное уравнение Кортевега-де Фриза							2			2			5			9	
		Задача Коши для уравнения Кортевега-де Фриза							1			2			4			7	
		Смешанные задачи для уравнения Кортевега-де Фриза										2			4			6	
		ИТОГО:							**12**			**14**			**30**			**100**	100

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО КУРСУ

1. Определение измеримости и интегрируемости по Бохнеру функций со значениями в банаховом пространстве, простейшие свойства. Критерий измеримости по Бохнеру.
2. Критерий интегрируемости по Бохнеру. Предел последовательности функций измеримых по Бохнеру. Действие линейного оператора на интеграл Бохнера.
3. Определение пространств интегрируемых функций со значениями в банаховом пространстве. Полнота и сепарабельность таких пространств.
4. Пространства, сопряженные к пространствам интегрируемых функций, неравенство Гельдера.
5. Теорема о точках Лебега интегрируемых функций.
6. Связь измеримости и интегрируемости по Бохнеру и по Лебегу.
7. Определение и свойства непрерывных и слабо непрерывных функций со значениями в банаховом пространстве.
8. Теорема о компактности вложения пространств эволюционного типа.
9. Полные системы функций в пространствах непрерывных функций.
10. Определение и свойства дифференцируемых и слабо дифференцируемых функций со значениями в банаховом пространстве.
11. Полные системы функций в пространствах дифференцируемых функций.
12. Плотность пространств дифференцируемых функций в пространствах интегрируемых функций.
13. Определение обобщенной производной для функций со значениями в банаховом пространстве и его корректность. Эквивалентные определения обобщенной производной.
14. Связь понятия обобщенной производной для функций со значениями в банаховом пространстве с понятием обобщенной производной по Соболеву.
15. Определение пространств обобщенно дифференцируемых функций со значениями в банаховом пространстве и их простейшие свойства.
16. Теоремы вложения пространств обобщенно дифференцируемых функций.
17. Плотность пространств непрерывно дифференцируемых функций в пространствах обобщенно дифференцируемых функций.
18. Следы и продолжение обобщенно дифференцируемых функций.
19. Слабая непрерывность обобщенно дифференцируемых функций.
20. Определение и свойства непрерывной полугруппы и её генератора. Теорема Хилле-Иосиды.
21. Теорема Люмера-Филлипса.
22. Определение и свойства непрерывной группы и её генератора. Аналог теорема Хилле-Иосиды для групп.
23. Теорема Стоуна для групп унитарных операторов.
24. Теорема существования и единственности классического решения задачи Коши для эволюционного уравнения в банаховом пространстве.
25. Понятия обобщенных решений задачи Коши для эволюционных уравнений в банаховом пространстве. Теорема существования и единственности обобщенного решения.
26. Уравнение Кортевега-де Фриза и его физический смысл. Солитоны. Законы сохранения для уравнения Кортевега-де Фриза.
27. Задача Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза. Применение теории групп унитарных операторов для построения и исследования свойств ее решений.
28. Лемма Ван дер Корпута.

29. Функция Эйри и ее свойства. Оценка Стрихартца решений однородной задачи Коши для линеаризованного уравнения КдФ.
30. Локальное сглаживание решений задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
31. Оценка максимальных функций решений задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
32. Класс K и его свойства. Теорема о корректности задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза в классе K.
33. Аналоги законов сохранения для решений задачи Коши для линеаризованного уравнения КдФ.
34. Определение и простейшие свойства обобщённых решений задачи Коши для уравнения КдФ.
35. Теорема единственности обобщенных решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза. Неравенство Гронуолла-Беллмана.
36. Глобальная корректности задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза в классе K.

ПЕРЕЧЕНЬ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

1. Теорема Петтиса.
2. Связь измеримости по Бохнеру и измеримости по Лебегу.
3. Свойства *-слабо измеримых функций.
4. Полнота пространств суммируемых функций.
5. Теорема о сопряжённом пространстве для пространства суммируемых функций.
6. Связь понятий интегрируемости по Бохнеру и по Лебегу для числовых функций.
7. Теорема Арцела-Асколи.
8. Теорема о полной системе в пространстве непрерывных функций со значениями в банаховом пространстве
9. Теорема о полной системе в пространстве непрерывно дифференцируемых функций со значениями в банаховом пространстве.
10. Теорема о плотности пространства непрерывно дифференцируемых функций в пространстве суммируемых функций.
11. Обобщённые производные высоких порядков.
12. Теоремы о компактных множествах в пространствах суммируемых функций.
13. Теорема о плотности пространства непрерывно дифференцируемых функций в пространстве Соболева для функций со значениями в банаховом пространстве.
14. Теоремы о плотности функций с компактным носителем в пространстве Соболева для функций с нулевым значением на концах интервала определения.
15. Теорема Хилле-Иосиды для полугрупп операторов.
16. Аналог теоремы Хилле-Иосиды для групп операторов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ И ОБСУЖДЕНИЙ

1. Сформулируйте теорему о непрерывности «в среднем» суммируемых функций.
2. Дайте определение точки Лебега и сформулируйте теорему об этих точках.
3. Сформулируйте неравенство Гёльдера и следствия из него.
4. Сформулируйте теоремы о пространстве функций, сопряжённых к пространству суммируемых функций.
5. Приведите другой пример неравенства Гёльдера.
6. Опишите связь между интегрируемостью по Бохнеру и по Лебегу для числовых функций.
7. Дайте определение сильной и слабой непрерывности.
8. Сформулируйте теорему о сепарабельности множества значений слабо непрерывной функции.
9. Сформулируйте теорему о полноте пространств сильно и слабо непрерывных функций.
10. Сформулируйте теорема Арцела-Асколи.
11. Сформулируйте теорему о полной системе в пространстве непрерывных функций.
12. Дайте определение сильной и слабой дифференцируемости.
13. Приведите свойства пространств сильно и слабо дифференцируемых функций.
14. Сформулируйте терему о полной системе в пространстве непрерывно дифференцируемых функций.
15. Сформулируйте теорему о плотности пространств непрерывно дифференцируемых функций в пространствах суммируемых функций.
16. Дайте эквивалентные определения обобщённой производной по Соболеву.
17. Приведите теоремы вложения пространств функций с обобщённой производной.
18. Сформулируйте теоремы о компактности множеств в пространствах суммируемых функций.
19. Дайте определение пространств Соболева и приведите их свойства.
20. Опишите полугруппу для решения задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза. Какие свойства решений вытекают из общей теории полугрупп?
21. Сформулируйте лемму Ван дер Корпута.
22. Определите функцию Эйри и опишите её свойства.
23. Сформулируйте оценку Стрихартца для решений задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
24. Опишите свойство локального сглаживания решений задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
25. Сформулируйте оценку для максимальных функций для решений задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
26. Введите класс корректности решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза и опишите его свойства.
27. Сформулируйте теорему о корректной разрешимости задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
28. Приведите аналоги законов сохранения для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
29. Сформулируйте определение обобщённого решения задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза и обоснуйте его корректность.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМАМ

Тема 1. Функциональные пространства эволюционного типа

1. Сформулируйте определение измеримости по Бохнеру.
2. Сформулируйте теорему Петтиса?
3. Сформулируйте теорему о предельном переходе для последовательности измеримых по Бохнеру функций.
4. Сформулируйте теоремы о связи измеримости по Бохнеру и по Лебегу. Какое определение является более сильным?
5. Сформулируйте определение *-слабой измеримости. Когда оно совпадает с интегрируемостью по Бохнеру?
6. Сформулируйте определения операторов сдвига, дифференцирования, умножения на функции полиномиального роста, преобразования Фурье в пространстве распределений. Будут ли эти операторы линейными и непрерывными в пространстве распределений?
7. Сформулируйте определение интегрируемости по Бохнеру и интеграла Бохнера.
8. Сформулируйте критерий интегрируемости по Бохнеру.
9. Сформулируйте теорему о предельном переходе под знаком интеграла Бохнера.
10. Сформулируйте теорему о действии линейного непрерывного оператора на интеграл Бохнера и следствия из неё.
11. Дайте определение пространств суммируемых функций.
12. Сформулируйте теорему о полноте пространств суммируемых функций.
13. Дайте определение суммируемой функции и сформулируйте теорему о полноте множества таких функций.
14. Сформулируйте теорему о сепарабельности пространств суммируемых функций. Насколько существенно условие конечности степени суммируемости?
15. Сформулируйте теорему о непрерывности «в среднем» суммируемых функций.
16. Дайте определение точки Лебега и сформулируйте теорему об этих точках.
17. Сформулируйте неравенство Гёльдера и следствия из него.
18. Сформулируйте теоремы о пространстве функций, сопряжённых к пространству суммируемых функций.
19. Приведите другой пример неравенства Гёльдера.
20. Опишите связь между интегрируемостью по Бохнеру и по Лебегу для числовых функций.
21. Дайте определение сильной и слабой непрерывности.
22. Сформулируйте теорему о сепарабельности множества значений слабо непрерывной функции.
23. Сформулируйте теорему о полноте пространств сильно и слабо непрерывных функций.
24. Сформулируйте теорема Арцела-Асколи.
25. Сформулируйте теорему о полной системе в пространстве непрерывных функций.
26. Дайте определение сильной и слабой дифференцируемости.
27. Приведите свойства пространств сильно и слабо дифференцируемых функций.
28. Сформулируйте терему о полной системе в пространстве непрерывно дифференцируемых функций.
29. Сформулируйте теорему о плотности пространств непрерывно дифференцируемых функций в пространствах суммируемых функций.
30. Дайте эквивалентные определения обобщённой производной по Соболеву.
31. Приведите теоремы вложения пространств функций с обобщённой производной.

32. Сформулируйте теоремы о компактности множеств в пространствах суммируемых функций.
33. Дайте определение пространств Соболева и приведите их свойства.
34. Приведите теоремы о плотности пространства непрерывно дифференцируемых функций в пространствах Соболева.

Тема 2. Полугруппы и группы операторов

1. Дайте определение непрерывной полугруппы и её генератора.
2. Сформулируйте результат об области определения генератора и его замкнутости.
3. Сформулируйте теорему о единственности полугруппы.
4. Сформулируйте теорему Хилле-Иосиды.
5. Приведите определение w-диссипативного оператор и сформулируйте теорему Люмера-Филлипса.
6. Дайте определение непрерывной группы и её генератора.
7. Сформулируйте результат об области определения генератора группы и его замкнутости.
8. Сформулируйте аналог теоремы Хилле-Иосиды для групп.
9. Сформулируйте теорему Стоуна для групп унитарных операторов.
10. Сформулируйте теорему Стрихартца.

Тема 3. Задача Коши для эволюционных уравнений

1. Сформулируйте теорему существования и единственности классического решения абстрактной задачи Коши.
2. Приведите различные подходы к понятию обобщённого решения абстрактной задачи Коши и их связь с понятием классического решения.
3. Сформулируйте теорему о существовании и единственности обобщённого решения абстрактной задачи Коши.
4. Опишите физический смысл уравнения Кортевега-де Фриза. Напишите для него законы сохранения.
5. Опишите полугруппу для решения задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза. Какие свойства решений вытекают из общей теории полугрупп?
6. Сформулируйте лемму Ван дер Корпута.
7. Определите функцию Эйри и опишите её свойства.
8. Сформулируйте оценку Стрихартца для решений задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
9. Опишите свойство локального сглаживания решений задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
10. Сформулируйте оценку для максимальных функций для решений задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
11. Введите класс корректности решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза и опишите его свойства.
12. Сформулируйте теорему о корректной разрешимости задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
13. Приведите аналоги законов сохранения для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
14. Сформулируйте определение обобщённого решения задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза и обоснуйте его корректность.
15. Каковы свойства обобщённых решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза вытекают из определения.

16. Сформулируйте теорему единственности решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза.
17. Сформулируйте теорему существования глобальных решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза. Опишите два основных этапа её доказательства.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Какое из определений измеримости функции со значениями в произвольном банаховом пространстве – по Бохнеру или по Лебегу - является более сильным?

а) по Бохнеру, б) по Лебегу, в) они равносильны.

2. Является ли условие почти сеперабельнозначности функции со значениями в банаховом пространстве для её измеримости по Бохнеру

а) необходимым, б) достаточным, в) необходимым и достаточным, г) никак не связанным?

3. Является ли свойство измеримости по Бохнеру функции со значениями в банаховом пространстве для её интегрируемости по Бохнеру

а) необходимым, б) достаточным, в) необходимым и достаточным, г) никак не связанным?

4. Пусть функция со значениями в банаховом пространстве измерима по Бохнеру. Является ли условие интегрируемости её нормы по Лебегу для её интегрируемости по Бохнеру

а) необходимым, б) достаточным, в) необходимым и достаточным, г) никак не связанным?

5. В каких случаях пространство Lp(I;B), где B – банахово пространство, сепарабельно?

а) пространство B сепарабельно, б) p конечно, в) пространство B сепарабельно и p конечно, г) всегда сепарабельно.

6. В каких случаях пространство Lp(I;B), где B – банахово пространство, также является банаховым?

а) всегда, б) p конечно, в) p бесконечно, г) пространство B сепарабельно.

7. Следует ли из слабой непрерывности функции её измеримость по Бохнеру?

а) да, б) нет, в) следует только в случае ограниченной области определения.

8. Следует ли существование обобщённой производной функции со значениями в банаховом пространстве из слабой непрерывности самой функции и существования слабо непрерывной слабой производной?

а) да, б) нет, в) следует только в случае ограниченной области определения.

9. Является ли условие сжимаемости полугруппы для её равностепенной непрерывности?

а) необходимым, б) достаточным, в) необходимым и достаточным, г) никак не связанным?

10. Верно ли утверждение, что непрерывная полугруппа однозначно восстанавливается по своему генератору?

а) да, б) нет, в) следует только в случае ограниченности генератора.

11. Верно ли, что резольвентное множество генератора непрерывной полугруппы всегда включает в себя луч на действительной оси

а) да, б) нет, в) только если полугруппа равностепенно непрерывна.

12. Является ли условие унитарности всех операторов, входящих в непрерывную группу для её сжимаемости?

а) необходимым, б) достаточным, в) необходимым и достаточным, г) никак не связанным?

ТРЕНИНГОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Сформулируйте теорему о непрерывности «в среднем» суммируемых функций.
2. Дайте определение точки Лебега и сформулируйте теорему об этих точках.
3. Сформулируйте неравенство Гёльдера и следствия из него.
4. Сформулируйте теоремы о пространстве функций, сопряжённых к пространству суммируемых функций.
5. Приведите другой пример неравенства Гёльдера.
6. Опишите связь между интегрируемостью по Бохнеру и по Лебегу для числовых функций.
7. Дайте определение сильной и слабой непрерывности.
8. Сформулируйте теорему о сепарабельности множества значений слабо непрерывной функции.
9. Сформулируйте теорему о полноте пространств сильно и слабо непрерывных функций.
10. Сформулируйте теорема Арцела-Асколи.
11. Сформулируйте теорему о полной системе в пространстве непрерывных функций.
12. Дайте определение сильной и слабой дифференцируемости.
13. Приведите свойства пространств сильно и слабо дифференцируемых функций.
14. Сформулируйте терему о полной системе в пространстве непрерывно дифференцируемых функций.
15. Сформулируйте теорему единственности решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза.
16. Сформулируйте теорему существования глобальных решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза. Опишите два основных этапа её доказательства.