Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН

«Математика и механика»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Нелинейные задачи математической физики

Рекомендуется для направления (ий) подготовки (специальности (ей))

01.04.02

Направления «Прикладная математика и информатика»

Магистерская программа «Математические модели в междисциплинарных исследованиях»

Квалификация (степень) выпускника: **магистр**

1. Цели и задачи дисциплины: Обучение современным достижениям теории эволюционных уравнений с частными производными с упором на уравнения нечетного порядка: свойствам функциональных пространств эволюционного типа, теории полугрупп, теории краевых задач для уравнения Кортевега – де Фриза.

2. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина Б.1.В.3 вариативной части.

Необходимы знания по математическому анализу, функциональному анализу, обыкновенным дифференциальным уравнениям, дифференциальным уравнениям в частных производных.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Общепрофессиональные компетенции			
1	ОПК-2.Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	-	Математические модели в экономике и экологии, История математики и методология науки, Междисциплинарный экзамен
2	ОПК-3. Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	-	Математические модели в экономике и экологии, История математики и методология науки, Междисциплинарный экзамен
Профессиональные компетенции			
1	ПК.7. способностью разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов	-	Междисциплинарный экзамен

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные свойства пространств эволюционного типа, теорию полугрупп.
Уметь: применять свойства пространств эволюционного типа и теорию полугрупп для исследования краевых задач для эволюционных дифференциальных уравнений с частными производными.
Владеть: современным математическим аппаратом исследования краевых задач для эволюционных дифференциальных уравнений с частными производными.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

№	**Вид учебной работы**	**Всего часов**	**Модули, семестры**			
			1	**2**	**3**	**4**
1.	**Аудиторные занятия (ак. часов)**		36			
	В том числе:					
1.1.	Лекции		18			
1.2.	Прочие занятия		18			
	В том числе:					
1.2.1.	*Практические занятия (ПЗ)*		18			
1.2.2.	*Семинары (С)*					
1.2.3.	*Лабораторные работы (ЛР)*					
	Из них в интерактивной форме (ИФ):					
2.	**Самостоятельная работа студентов (ак. часов)**		108			
	В том числе:					
2.1.	Курсовой проект (работа)					
2.2.	Расчетно-графические работы					
2.3.	Реферат					
2.4.	Подготовка и прохождение промежуточной аттестации		27			
	Другие виды самостоятельной работы		81			
3.	**Общая трудоемкость (ак. часов)**		144			
	Общая трудоемкость (зачетных единиц)		4			

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Измеримость по Бохнеру, интеграл Бохнера	Определение измеримости и интегрируемости по Бохнеру функций со значениями в банаховом пространстве, простейшие свойства. Критерии измеримости и интегрируемости по Бохнеру. Предел последовательности функций измеримых по Бохнеру. Действие линейного

		оператора на интеграл Бохнера.
2.	Пространства интегрируемых функций	Определение пространств интегрируемых функций со значениями в банаховом пространстве. Полнота и сепарабельность таких пространств, сопряженные пространства, неравенство Гельдера. Точки Лебега интегрируемых функций. Связь измеримости и интегрируемости по Бохнеру и по Лебегу.
3.	Сильная и слабая непрерывность	Определение и свойства непрерывных и слабо непрерывных функций со значениями в банаховом пространстве. Теорема о компактности вложения пространств эволюционного типа. Полные системы функций в пространствах непрерывных функций.
4.	Сильная и слабая дифференцируемость	Определение и свойства дифференцируемых и слабо дифференцируемых функций со значениями в банаховом пространстве. Полные системы функций в пространствах дифференцируемых функций. Плотность пространств дифференцируемых функций в пространствах интегрируемых функций.
5.	Обобщенные производные	Определение обобщенной производной для функций со значениями в банаховом пространстве и его корректность. Эквивалентные определения обобщенной производной. Связь с понятием обобщенной производной по Соболеву.
6.	Пространства обобщенно дифференцируемых функций	Определение пространств обобщенно дифференцируемых функций со значениями в банаховом пространстве и их простейшие свойства. Теоремы вложения. Плотность пространств непрерывно дифференцируемых функций в пространствах обобщенно дифференцируемых функций. Следы и продолжение обобщенно дифференцируемых функций. Слабая непрерывность обобщенно дифференцируемых функций.
7.	Полугруппы операторов	Определение и простейшие свойства непрерывных полугрупп операторов в банаховом пространстве. Генератор полугруппы и его свойства. Теорема Хилле-Иосиды. Критерий существования полугруппы в гильбертовом пространстве.
8.	Группы операторов	Определение и простейшие свойства непрерывных групп операторов в банаховом пространстве, связь с полугруппами. Генератор группы и его свойства. Аналог теоремы Хилле-Иосиды для групп. Теорема Стоуна о группах унитарных операторов в гильбертовом

		пространстве.
9.	Абстрактные эволюционные уравнения	Применение полугрупп для решения эволюционных уравнений в банаховом пространстве. Понятия обобщенных решений. Теоремы существования и единственности классических и обобщенных решений.
10.	Специальные свойства групп унитарных операторов	Оценки типа Стрихартца для групп унитарных операторов.
11.	Уравнение Кортевега-де Фриза	Уравнение Кортевега-де Фриза и его физический смысл. Солитоны. Законы сохранения для уравнения Кортевега-де Фриза.
12.	Линеаризованное уравнение Кортевега-де Фриза	Задача Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза. Применение теории групп унитарных операторов для построения и исследования свойств ее решений. Специальные свойства решений: локальное сглаживание, оценка максимальных функций.
13.	Задача Коши для уравнения Кортевега-де Фриза	Построение локальных по времени регулярных решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза на основе свойств решений линеаризованного уравнения. Применение законов сохранения для построения глобальных по времени решений. Теоремы существования и единственности обобщенных решений.
14.	Смешанные задачи для уравнения Кортевега-де Фриза	Постановка смешанных задач для уравнения Кортевега-де Фриза. Граничные потенциалы для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза и их свойства. Теоремы существования и единственности регулярных и обобщенных решений смешанных задач для уравнения Кортевега-де Фриза.

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Лекц.	Практические занятия и лабораторные работы			СРС	Всего
			ПЗ/С	ЛР	из них в ИФ		

1.	Измеримость по Бохнеру, интеграл Бохнера	2	2			12	16
2.	Пространства интегрируемых функций	2	2			12	16
3.	Сильная и слабая непрерывность	2	2			12	16
4.	Сильная и слабая дифференцируемость	2	2			12	16
5.	Обобщенные производные	2	2			12	16
6.	Пространства обобщенно дифференцируемых функций	2	2			12	16
7.	Полугруппы операторов	2	2			12	16
8.	Группы операторов	2	2			12	16
9.	Абстрактные эволюционные уравнения	2	2			12	16
	Итого:	18	18			108	144

6. Лабораторный практикум: Не предусмотрен.

7. Практические занятия (семинары):

№ п/п	№ раздела	Тема интерактивного занятия	Трудо-емкость (час.)
1.	1.	Измеримость по Бохнеру, интеграл Бохнера	2
2.	2.	Пространства интегрируемых функций	2
3.	3.	Сильная и слабая непрерывность	2
4.	4.	Сильная и слабая дифференцируемость	2
5.	5.	Обобщенные производные	2
6.	6.	Пространства обобщенно дифференцируемых функций	2

7.	7.	Полугруппы операторов	2
8.	8.	Группы операторов	2
9.	9.	Абстрактные эволюционные уравнения	2
Итого			18

8. Примерная тематика курсовых проектов (работ): Не предусмотрены.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Фаминский А.В. Функциональные пространства эволюционного типа. 2-е из-дание, исправленное и дополненное. Москва: Изд-во РУДН, 2016.
2. Фаминский А.В. Избранные главы теории эволюционных уравнений. Москва: Изд-во РУДН, 2014.

б) дополнительная литература:

1. Иосида К. Функциональный анализ. Москва: Изд-во ЛКИ, 2007 г.
2. Гаевский Х., Грегер К., Захариас К. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения. Москва: Мир, 1978.
3. Кружков С.Н., Фаминский А.В. Обобщенные решения задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза. Математический сборник, 1983, т. 120, № 3, с. 396-425
4. Фаминский А.В. Смешанные задачи для уравнения Кортевега-де Фриза. Математический сборник, 1999, т. 190, № 6, с.127-160.
5. Kenig C.E., Ponce G., Vega L. Well-posedness and scattering results for the generalized Korteweg-de Vries equation via the contraction principle. Communications in Pure and Applied Mathematics, 1993, v.43, p.527-620.

в) программное обеспечение: не требуется

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы: не требуются

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Общий аудиторный фонд: поточные аудитории Зал № 1, Зал № 2, 485, 495, 497 в учебном корпусе РУД, ул. Орджоникидзе, д. 3 (проекторы –3 шт.); групповые аудитории в учебном корпусе РУДН, ул. Орджоникидзе, д. 3 на 3, 4 и 5 этажах.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Соответствие систем оценок (используемых ранее оценок итоговой академической успеваемости, оценок ECTS и балльно-рейтинговой системы (БРС) оценок текущей успеваемости) (В соответствии с Приказом Ректора №996 от 27.12.2006 г.):

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки ECTS
86 – 100	5	95 - 100	5+	A
		86 - 94	5	B
69 – 85	4	69 - 85	4	C
51 – 68	3	61 - 68	3+	D
		51 - 60	3	E
0 – 50	2	31 - 50	2+	FX
		0 - 30	2	F

1. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
2. Отсрочка в сдаче домашнего задания считается уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки.
3. Студент допускается к итоговому контролю с любым количеством баллов, набранным в семестре, но при условии, что у него имеется теоретическая возможность получить не менее 31 балла.
4. Если в итоге за семестр студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и он должен повторить дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т.е. F_x, то ему разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов путём повторного одноразового выполнения предусмотренных итоговых контрольных мероприятий; при этом аннулируются, по усмотрению преподавателя, соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в период с 07.02 по 28.02 (с 07.09 по 28.09) по согласованию с деканатом.
5. Итоговая контрольная работа (итоговый контроль) содержит от 3 до 6 вопросов (или заданий). На подготовку к ответу отводится 1 час, после чего производится устный опрос студента. Оценивается работа из 60 баллов независимо от оценки, полученной в семестре.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) – *прилагается.*

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС 3++ РУДН.

Разработчики:

Профессор

Математического института

им. С.М. Никольского ____________________ Л..Е. Россовский

Директор

Математического института

им.С.М. Никольского ____________________ А.Л. Скубачевский

Приложение 1.

(обязательное)

Математический институт им. С.М. Никольского

(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕН

на заседании института

«___»__________20__ г., протокол №___

Директор института

______________________А.Л.Скубачевский

(подпись)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Нелинейные задачи математической физики

(наименование дисциплины)

по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" («Математические модели в междисциплинарных исследованиях»)

(код и наименование направления подготовки)

магистр

Квалификация (степень) выпускника

Таблица № 2

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине **«Нелинейные задачи математической физики»**

название

Направление/Специальность: **по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика"**

Контролируемые компетенции	Раздел	Тема	Формы контроля уровня освоения ООП														
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Реферат	Выполнение ЛР	Выполнение ДЗ	Выполнение РГР	Выполнение КР	Выполнение КП	Работа на занятии	Работа на Инт. Занятии	Экзамен	Прочие формы контроля	Баллы темы	Баллы раздела
ОПК-2,3, ПК.7	Нелинейные эволюционные уравнения-1	Измеримость по Бохнеру						1				1	1	4		7	48
		Пространства интегрируемых функций										1	1	4		6	
		Сильная и слабая непрерывность						2				1	1	4		8	
		Сильная и слабая дифференцируемость										1	1	4		6	

		Обобщенные производные						2				1	1	4		8	
		Пространства обобщенно дифференцируемых функций						1				1	1	4		7	
		Полугруппы операторов										1	1	4		6	
	Нелинейные эволюционные уравнения-2	Группы операторов						2				1	1	4		8	52
		Абстрактные эволюционные уравнения										1	1	4		6	
		Специальные свойства групп унитарных операторов						1				1	1	4		7	
		Уравнение Кортевега-де Фриза										1	1	4		6	
		Линеаризованное уравнение Кортевега-де Фриза						1				1	1	4		7	
		Задача Коши для уравнения						2				2	2	4		10	

		Кортевега-де Фриза															
		Смешанные задачи для уравнения Кортевега-де Фриза									2	2	4		8		

Приложение 3

(обязательное)

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО КУРСУ

1 часть

1. Определение измеримости и интегрируемости по Бохнеру функций со значениями в банаховом пространстве, простейшие свойства. Критерий измеримости по Бохнеру.
2. Критерий интегрируемости по Бохнеру. Предел последовательности функций измеримых по Бохнеру. Действие линейного оператора на интеграл Бохнера.
3. Определение пространств интегрируемых функций со значениями в банаховом пространстве. Полнота и сепарабельность таких пространств.
4. Пространства, сопряженные к пространствам интегрируемых функций, неравенство Гельдера.
5. Теорема о точках Лебега интегрируемых функций.
6. Связь измеримости и интегрируемости по Бохнеру и по Лебегу.
7. Определение и свойства непрерывных и слабо непрерывных функций со значениями в банаховом пространстве.
8. Теорема о компактности вложения пространств эволюционного типа.
9. Полные системы функций в пространствах непрерывных функций.
10. Определение и свойства дифференцируемых и слабо дифференцируемых функций со значениями в банаховом пространстве.
11. Полные системы функций в пространствах дифференцируемых функций.
12. Плотность пространств дифференцируемых функций в пространствах интегрируемых функций.
13. Определение обобщенной производной для функций со значениями в банаховом пространстве и его корректность. Эквивалентные определения обобщенной производной.
14. Связь понятия обобщенной производной для функций со значениями в банаховом пространстве с понятием обобщенной производной по Соболеву.
15. Определение пространств обобщенно дифференцируемых функций со значениями в банаховом пространстве и их простейшие свойства.
16. Теоремы вложения пространств обобщенно дифференцируемых функций.
17. Плотность пространств непрерывно дифференцируемых функций в пространствах обобщенно дифференцируемых функций.
18. Следы и продолжение обобщенно дифференцируемых функций.
19. Слабая непрерывность обобщенно дифференцируемых функций.
20. Определение и свойства непрерывной полугруппы и её генератора. Теорема Хилле-Иосиды.
21. Теорема Люмера-Филлипса.
22. Определение и свойства непрерывной группы и её генератора. Аналог теорема Хилле-Иосиды для групп.
23. Теорема Стоуна для групп унитарных операторов.

2 часть

1. Теорема существования и единственности классического решения задачи Коши для эволюционного уравнения в банаховом пространстве.
2. Понятия обобщенных решений задачи Коши для эволюционных уравнений в банаховом пространстве. Теорема существования и единственности обобщенного решения.
3. Уравнение Кортевега-де Фриза и его физический смысл. Солитоны. Законы сохранения для уравнения Кортевега-де Фриза.
4. Задача Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза. Применение теории групп унитарных операторов для построения и исследования свойств ее решений.
5. Лемма Ван дер Корпута.
6. Функция Эйри и ее свойства. Оценка Стрихартца решений однородной задачи Коши для линеаризованного уравнения КдФ.
7. Локальное сглаживание решений задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
8. Оценка максимальных функций решений задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза.
9. Класс К и его свойства. Теорема о корректности задачи Коши для линеаризованного уравнения Кортевега-де Фриза в классе К.
10. Аналоги законов сохранения для решений задачи Коши для линеаризованного уравнения КдФ.
11. Определение и простейшие свойства обобщённых решений задачи Коши для уравнения КдФ.
12. Теорема единственности обобщенных решений задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза. Неравенство Гронуолла-Беллмана.
13. Глобальная корректности задачи Коши для уравнения Кортевега-де Фриза в классе К.