Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естесвенных наук

Математический институт им. С.М. Никольского

Рекомендовано МССН/МО

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

Операторы в функциональных пространствах

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

01.04.01 «Математика»

(указываются код и наименование направления подготовки/специальности)

Направленность программы (профиль):

"Функциональные методы в дифференциальных уравнениях и междисциплинарных исследованиях (англ.)»

Квалификация (степень) выпускника магистр

(наименование образовательной программы в соответствии с направленностью (профилем)

1. Цели и задачи дисциплины: основной целью курса является освоение студентами основ современной теории функциональных пространств и ее приложений к задачам современного математического и функционального анализа. Изучение основных свойств пространств Соболева (обобщенные производные, интегральное представление Соболева, приближение бесконечно дифференцируемыми функциями, теоремы вложения, теорема о следах, теоремы о продолжении за пределы области определения).

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина **Операторы в функциональных пространствах** относится к модулю 2 по выбору студента учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Профессиональные компетенции			
	ПК-1. способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива	Современные проблемы математики и прикладной математики	НИР, Преддипломная практика, Государственный экзамен

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ПК-1. способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: определения и основные свойства обобщенных производных, пространств Соболева, теоремы о приближении функций из пространств Соболева бесконечно дифференцируемыми функциями, теоремы вложения и сопутствующие интегральные неравенства, понятие следа функции, определение и основные свойства пространств Никольского-Бесова с нецелым порядком гладкости, теоремы о существовании и об описании следов функций из пространств Соболева, теоремы о продолжении за пределы области определения с сохранением и ухудшением дифференциальных свойств.

Уметь: применять основные свойства обобщенных производных, пространств Соболева, пространств Никольского-Бесова для решения задач математического и функционального анализа и теории дифференциальных уравнений с частными производными.

Владеть: различными современными методами оценивания интегралов, методами работы с нормами интегральных операторов в лебеговых пространствах.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		2	3	4	5
Аудиторные занятия (всего)	32				32
В том числе:	-	-	-	-	-
Лекции					16

Практические занятия (ПЗ)					16
Семинары (С)					
Лабораторные работы (ЛР)					
Самостоятельная работа (всего)	76				76
Общая трудоемкость 108 час					
3 зач. ед.					108

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)
1.	Теорема Харди-Литтлвуда-Соболева	Теорема Харди-Литтлвуда-Соболева для потенциалов Рисса
2.	Теорема вложения в пространство непрерывных функций	Теорема вложения пространств Соболева в пространство непрерывных функций для областей, удовлетворяющих условию конуса.
3.	Теорема вложения в лебегово пространство	Теорема вложения пространств Соболева в лебегово пространство для областей, удовлетворяющих условию конуса.
4.	Теорема о существовании следов	Понятие следа на границе области для пространств Соболева. Теорема о существовании следов.

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	Семин	СРС	Все-го час.
1.	Теорема Харди-Литтлвуда-Соболева	4	4			18	26
2.	Теорема вложения в пространство непрерывных функций	4	4			18	26
3.	Теорема вложения в лебегово пространство	4	4			18	26
4.	Теорема о существовании следов	4	4			22	30

6. Лабораторный практикум *не предусмотрен*

*7. **Практические занятия (семинары)** (при наличии)*

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо-емкость (час.)
1	1.	Теорема Харди-Литтлвуда-Соболева	4
2	2.	Теорема вложения в пространство непрерывных функций	4
3	3.	Теорема вложения в лебегово пространство	4
4	4.	Теорема о существовании следов	4

8. Примерная тематика курсовых работ

Курсовые работы не предусмотрены дисциплиной.

9. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

(указывается наличие печатных и электронных образовательных и информационных ресурсов)

а) основная литература

1. С. Л. Соболев. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. Любое издание.

2. О. В. Бесов, В. П. Ильин, С. М. Никольский. Интегральные представления функций и теоремы вложения. Любое издание.

3. V. I. Burenkov. Sobolev spaces on domains, B.G. Teubner, Stuttgart-Leipzig, 1998.

б) дополнительная литература

1. В. И. Буренков. Функциональные пространства. Основные интегральные неравенства, связанные с пространствами. М.: РУДН , 1989.

2. В. И. Буренков Функциональные пространства. Пространства Соболева. Часть 1. М.: РУДН , 1991.

3. В. И. Буренков Функциональные пространства. Пространства Соболева. Часть 2. М.: РУДН , 1994.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

учебная аудитория для проведения семинарских занятий, большая аудитория (лекционный зал) для чтения лекций, ноутбук - 1шт., проектор - 1шт., экран - 1шт., ксерокс - 1 шт., принтер - 1шт., сканер - 1 шт.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Соответствие систем оценок (используемых ранее оценок итоговой академической успеваемости, оценок ECTS и балльно-рейтинговой системы (БРС) оценок текущей успеваемости) (В соответствии с Приказом Ректора №996 от 27.12.2006 г.):

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки ECTS
86 – 100	5	95 - 100	5+	A
		86 - 94	5	B
69 – 85	4	69 - 85	4	C
51 – 68	3	61 - 68	3+	D
		51 - 60	3	E
0 – 50	2	31 - 50	2+	FX
		0 - 30	2	F

1. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
2. В балльно-рейтинговую систему оценки знаний в течение семестра входят работа на занятии, выполнение домашних заданий и проработка текущего материала. Выдается 4 домашних задания на обозначенные в ФОС темы, каждое из которых оценивается из 10 баллов. По указанным разделам проводится опрос, который максимально оценивается 20 баллами.
3. Студент допускается к итоговому контролю с любым количеством баллов, набранным в семестре. Итоговый контроль содержит 2 задания. На подготовку к ответу отводится 1 час, после чего производится устный опрос студента. Оценивается работа из 50 баллов независимо от количества баллов, полученных в течение семестра.
4. Если после итогового контроля студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и он должен повторить дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т.е. FX, то ему разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов путём повторного одноразового выполнения предусмотренных итоговых контрольных мероприятий; при этом аннулируются, по усмотрению преподавателя, соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в период с 07.02 по 28.02 (с 07.09 по 28.09) по согласованию с деканатом.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) – *прилагается.*

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС 3++ РУДН.

Разработчики:

профессор Математического института

им. С.М. Никольского ___________________ В.И. Буренков

____

должность, название кафедры подпись инициалы, фамилия

Руководитель программы

профессор

Математического института им. С.М. Никольского В.И. Буренков

____

должность, название кафедры подпись инициалы, фамилия

Директор Математического института

им. С.М. Никольского __________________________ _____А.Л. Скубачевский

____________________ ____________________ ______________________

название кафедры подпись инициалы, фамилия

Приложение 1.
(обязательное)

Математический институт им. С.М. Никольского
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕН
на заседании института
«___»__________20__ г., протокол №___
Директор института
______________________А.Л.Скубачевский
(подпись)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Операторы в функциональных пространствах
(наименование дисциплины)

по направлению 01.04.01 "Математика"
(код и наименование направления подготовки)

магистр
Квалификация (степень) выпускника

Таблица № 2

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине **«Операторы в функциональных пространствах»**

название

Направление/Специальность: **по направлению 01.04.01 "Математика"**

Раздел	Тема	Формы контроля уровня освоения ООП														
		Опрос	Тест	Коллоквиум	Реферат	Выполнение ЛР	Выполнение ДЗ	Выполнение РГР	Выполнение КР	Выполнение КП	Работа на занятии	Работа на Инт. Занятии	Экзамен	Прочие формы контроля	Баллы темы	Баллы раздела
Операторы в функциональных пространствах	Преобразования Фурье основных и обобщенных функций										1		3	1	5	100
	Преобразование Фурье функций из L_1										1		3	1	5	
	Преобразование Фурье функций из L_2. Теория Планшереля.										1		3	1	5	
	Преобразование Фурье функций из L_p.										1		3	1	5	
	Определение и основные свойства Фурье-мультипликаторов										1		3	1	5	
	Теоремы Лизоркина и Михлина – Хермандера о мультипликаторах интеграла Фурье										1		3	1	5	
	Некоторые применения теорем о мультипликаторах										1		3	1	5	

	интеграла Фурье															
	Подпространство функций с ограниченным спектром										1		3	1	5	
	Пространство Соболева										1		3	1	5	
	Теоремы вложения для пространств Соболева						4				1		3	1	9	
	Свойства модулей непрерывности										1		3	1	5	
	Общие свойства пространств Никольского-Бесова										1		4	1	6	
	Вложение пространств Никольского- Бесова без изменения метрики										1		4	1	6	
	Взаимосвязь обобщенных производных и разностей										1		3	1	5	
	Разностная характеризация пространств Соболева										1		3	1	5	
	Включение производных в нормы пространств Никольского-Бесова										1		3	1	5	
	Вложение разных метрик для пространств Никольского-Бесова.						4				1		3	1	9	
	Описание следов на подпространстве меньшей размерности										1		3	1	5	

Приложение 3
(обязательное)

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО КУРСУ

1.1. Преобразование Фурье основных и обобщенных функций. Связь преобразования Фурье со сдвигом, сверткой и дифференцированием.
1.2.Преобразование Фурье интегрируемых функций, его основные свойства. Сверточная алгебра Винера.
1.3. Преобразования Фурье функций с интегрируемым с квадратом. Теория Планшереля, изометричность оператора Фурье (равенство Парсеваля).
1.4. Понятие об интерполяционной теории линейных операторов. Интерполяционная теорема Рисса- Торина и ее применение в теории преобразований Фурье. Теорема Хаусдорфа- Юнга.
1.5. Мультипликаторы интеграла Фурье. Преобразования Фурье интегрируемых функций как Фурье- мультипликаторы.
1.6. Основная теорема о мультипликаторах Фурье.
1.7. Теоремы Михлина- Хермандера и Лизоркина о мультипликаторах Фурье.
1.8. Некоторые применения теорем о мультипликаторах Фурье.
1.9. Характеристические функции выпуклых многогранников как мультипликаторы Фурье. Проблема характеристической функции шара и результат Ч. Феффермана.
1.10. Интегральное представление функции с ограниченным спектром.
1.11. Неравенство Бернштейна для функции с ограниченным спектром.
1.12. Неравенство разных метрик Никольского для функции с ограниченным спектром.
1.13. Следы функций и неравенство разных измерений Никольского для функции с ограниченным спектром.
1.14. Усреднение функций по Соболеву, его связь с обобщенным дифференцированием.
1.15. Совпадение слабых и сильных обобщенных производных по Соболеву. Формула Лейбница для обобщенных производных.
1.16.Замкнутость обобщенного дифференцирования. Пространство Соболева, его полнота.
1.17. Интегральное представление Соболева и следствия из него.
1.18. Оценки промежуточных производных для функций из пространств Соболева.
1.19. Вложение разных метрик для пространств Соболева.
2.1. Свойства конечных разностей и модулей непрерывности как нелинейных дробных характеристик гладкости функций. Свойства монотонности и оценки модулей непрерывности.
2.2. Теорема Маршо о связи модулей непрерывности различных порядков.
2.3. Определение пространств Никольского - Бесова, их общие свойства.
2.4. Эквивалентные нормы в пространствах Никольского- Бесова (без применения теоремы Маршо).
2.5. Эквивалентные нормы в пространствах Никольского- Бесова (с применением теоремы Маршо).
2.6. Критерий принадлежности функции x_+^β пространству Никольского- Бесова.
2.7. Вложение пространств Никольского- Бесова без изменения метрики.
2.8. Операторы усреднения, свойства их ядер. Интегральные представления разностей через производные. Теоремы о свойствах операторов усреднения.
2.9. Разностные критерии принадлежности обобщенных производных по направлениям к L_p.
2.10. Эквивалентные нормы и разностная характеризация пространств Соболева.
2.11. Эквивалентные нормы в пространствах Никольского- Бесова с использованием обобщенных производных и модулей непрерывности.

2.12. Представление функций из пространств Никольского- Бесова разложениями в ряды по функциям с ограниченным спектром (с использованием конструкции Джексона).
2.13. Представление функций из пространств Никольского- Бесова разложениями в ряды по функциям с ограниченным спектром (с использованием конструкции приближения порядка наилучшего).
2.14. Эквивалентные нормы в пространствах Никольского- Бесова в терминах разложений в ряды по функциям с ограниченным спектром.
2.15. Формулировка и доказательство теоремы вложения разных метрик. Неулучшаемость теоремы вложения.
2.16. Понятие следа на подпространстве меньшей размерности. Теорема о точном описании пространства следов для пространств Никольского- Бесова.
2.17. Предельный случай теоремы о следах. Отсутствие линейных операторов продолжения в предельном случае.