Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

Прикладные задачи математического моделирования

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

01.04.01 "Математика", специализация
«Функциональные методы в дифференциальных уравнениях и междисциплинарных исследованиях (англ.)»

Квалификация (степень выпускника) Магистр

1. Цели и задачи дисциплины:

изложить некоторые универсальные методологические подходы, позволяющие безотносительно к конкретным областям приложений строить адекватные математические модели изучаемых объектов. Представить методы и примеры построения и анализа математических моделей для различных задач экономики, экологии, биологии, медицины и социологии на основе использования фундаментальных законов природы и закономерностей в экономике и социологии.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина «Прикладные задачи математического моделирования » относится к базовой части учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
	Общепрофессиональные компетенции		
	ОПК-2. Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	-	Междисциплинарный экзамен
	ОПК-3. Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности	-	Дополнительные главы математического моделирования, Междисциплинарный экзамен

3. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

Методологические подходы, позволяющие строить адекватные математические модели изучаемых объектов. Методы и примеры построения и анализа математических моделей для различных задач экономики, экологии, биологии, медицины и социологии.

Уметь:

Использовать универсальные методологические подходы, строить адекватные математические модели изучаемых объектов. Применять методы и примеры построения и анализа математических моделей для различных задач экономики, экологии, биологии, медицины и социологии.

Владеть*:*

Основными методологическими, теоретическими и численными методами математического моделирования.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры			
			5			
Аудиторные занятия (всего)		45	45			
В том числе:						
Лекции		18	18			
Семинары (С)		27	27			
Самостоятельная работа (всего)		72	72			
Вид промежуточной аттестации (экзамен)		27	27			
Общая трудоемкость	час	144	144			
	зач. ед.	4	4			

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)
1	**Методы построения математических моделей**	Построение математических моделей на основе фундаментальных законов природы. Универсальность математических моделей. Модели трудноформализуемых обьектов.
2	**Примеры построения математических моделей**	Модель экономического цикла Кейнса и социодинамики Вайдлиха-Хаага. Модели взаимодействующих популяций Вольтерры-Лотки и Холлинга-Тэннера. Модели распространения инфекций. Квазиодномерная модель гемодинамики на графах. Модель правовой системы «власть-общество» Самарского-Михайлова. Модель «брюсселятора» Лефевра-Пригожина.
3	**Методы исследования математических моделей**	Геометрические методы для систем ОДУ на плоскости. Теорема Хопфа о бифуркации рождения цикла для однопараметрической системы ОДУ. Бифуркация рождения цикла для локальных полупотоков. Методы распространяющихся волн и разделения переменных смешанных задач для линейных гиперболических систем на графах.

5.2 Разделы дисциплины и виды занятий

п/п	Наименование раздела дисциплины	лекц.	практ. зан.	лаб. зан.	семин.	СРС	всего час.
1.	Методы построения математических моделей	6	9			33	48
2.	Примеры построения математических моделей	6	9			33	48
3.	Методы исследования математических моделей	6	9			33	48

6. Лабораторный практикум - не предусмотрен

7. Практические занятия (семинары) – См. п. 5.2

8. Курсовые работы – не предусмотрены**.**

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М., Физматлит, 2001.
2. Занг В.-Б. Синергетическая экономика, М., Мир, 1999.
3. Хэссард Б., Казаринов Н., Вэн И. Теория и приложения бифуркации рождения цикла. М., Мир,1985.
4. Братусь А.С., Новожилов А.С., Платонов А.П. Динамические системы и модели биологии. М., Физматлит, 2011.
5. Кошелев В.Б., Мухин С.И. и др. Математические модели квазиодномерной гемодинамики. М., МАКС Пресс, 2010.

б) дополнительная литература:

6. Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Мир, 1986.
7. Арнольд В.И. Теория катастроф. М., УРСС, 2009.
8. Томпсон Дж. М. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике. М., Мир, 1985.

Вся литература есть в библиотеке РУДН или в электронном виде на кафедре.
в) программное обеспечение: Windows, Microsoft Office, Maple, TeX, WinEdt.
г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:
1) Yandex, Goole, MathNet, свободные Интернет-ресурсы:
2)http://lib.mexmat.ru/ Электронная библиотека попечительского совета мехмата МГУ ;
3) eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm
Учебная физико-математическая библиотека - EqWorld.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины:
аудитория для проведения лабораторных и лекционных занятий (ауд. 422), ноутбук - 1шт., проектор - 1шт., экран - 1шт.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:
Курс рассчитан на один семестр из 18 недель, по 1 часу лекций и 1 час лабораторных работ.

Для наглядности изложения материала на лекциях запланированы компьютерные презентации по темам: 1) циклы и их устойчивость; 2) бифуркации Хопфа; 3) исследование некоторых задач гемодинамики.

Кроме того, планируются визуализации (в основном анимации) в системе MAPLE по некоторым темам лекций, лабораторных занятий и домашних заданий. Для студентов запланированы еженедельные минипрезентации по e-mail с использованием указанных визуализаций.

Еженедельно студент должен выполнять текущие домашние задания, в середине и в конце семестра проводятся контрольные работы, в течение семестра требуется выполнить индивидуальное домашнее задание, в том числе подготовить презентацию и сделать доклад на выбранную тему.

Итоговый контроль состоит из трех заданий – двух теоретических и одного практического (задачи), за каждое из которых можно получить до 13 баллов, плюс 1 балл дополнительно..

Соответствие систем оценок (используемых ранее оценок итоговой академической успеваемости, оценок ECTS и балльно-рейтинговой системы (БРС) оценок текущей успеваемости) (В соответствии с Приказом Ректора №996 от 27.12.2006 г.):

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки ECTS
86 – 100	5	95 - 100	5+	A
		86 - 94	5	B
69 – 85	4	69 - 85	4	C
51 – 68	3	61 - 68	3+	D
		51 - 60	3	E
0 – 50	2	31 - 50	2+	FX
		0 - 30	2	F

1. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
2. Отсрочка в сдаче домашнего задания считается уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки.
3. Студент допускается к итоговому контролю с любым количеством баллов, набранным в семестре, но при условии, что у него имеется теоретическая возможность получить не менее 31 балла.
4. Если в итоге за семестр студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и он должен повторить дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т.е. F_x, то ему разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов путём повторного одноразового выполнения предусмотренных итоговых контрольных мероприятий; при этом аннулируются, по усмотрению преподавателя, соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в период с 07.02 по 28.02 (с 07.09 по 28.09) по согласованию с деканатом.
5. Итоговая контрольная работа (итоговый контроль) содержит 3 вопроса (задания). На подготовку к ответу отводится 1 час, после чего производится устный опрос студента. Оценивается работа из 40 баллов независимо от оценки, полученной в семестре.

В семестре проводятся две контрольные работы, выдается еженедельное и и семестровое домашнее задание.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) – *прилагается.*

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС 3++ РУДН.

Разработчики:
Доцент Математического
института Безяев В.И. Безяев

Руководитель программы:
Профессор Математического института. А.В. Фаминский

Приложение 1.
(обязательное)

Математический институт им. С.М. Никольского
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕН
на заседании института
«___»__________20__ г., протокол
№___
Директор института
__________________А.Л.
Скубачевский
(подпись)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Прикладные задачи математического моделирования

(наименование дисциплины)

01.04.01 "Математика", специализация

«Функциональные методы в дифференциальных уравнениях и междисциплинарных исследованиях (англ.)»

магистр
Квалификация (степень) выпускника

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Дополнительные главы математического моделирования**»**

Направление/Специальность: 01.04.01 "Математика", специализация «Функциональные методы в дифференциальных уравнениях и междисциплинарных исследованиях (англ.)»

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства															Баллы темы	Баллы раздела
			Текущий контроль												Промежуточная аттестация				
			Опрос	Проверочная работа	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	СРС (Выполнение	Реферат	Выполнение РГР	…	…	…	Экзамен	…	…		
ОПК-2,3	Раздел 1: «Методы построения математических моделей»	Тема 1: «Построение математических моделей на основе фундаментальных законов природы »	5						10						4			19	19
	Раздел 2: «Примеры построения математических моделей»	Тема 1: «Модели экономического развития»				7									8			15	36
		Тема 2: «Квазиодномерная модель гемодинамики на графах»				8			5						8			21	
	Раздел 3: «Методы исследования математических моделей»	Тема1: «Теорема Хопфа о бифуркации рождения цикла для однопараметрической системы ОДУ»	5			7			5						12			29	45

		Тема 2: «Методы распространяющихся волн и разделения переменных смешанных задач для линейных гиперболических систем на графах»				8									8			16	
		ИТОГО:	10			30			20						40			100	100

Комплект экзаменационных билетов

по дисциплине

Прикладные задачи математического моделирования

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Теорема о бифуркации Хопфа на плоскости. Примеры ее применения.
2. Решение задачи Коши для системы линеаризованных гемодинамических уравнений.
3. Найти фазовый поток $g^t: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, определяемый системой ДУ

$$\dot{x} = Ax, \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Определить образ квадрата $\Pi = \{(x_1, x_2):\ 0 \le x_1 \le 1, 0 \le x_2 \le 1\}$ при отображении g^t, где $t = 1$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Бифуркационный анализ модели Вайдлиха-Хаага в окрестности особой точки (0,0).
2. Смешанная задача на полуоси для системы линеаризованных гемодинамических уравнений, ее решение.
3. Найти стационарное решение $p(x)$ правовой модели, определяемое задачей

$$4p'' = p - 6 + 2x \qquad (0 < x < 2),$$
$$p'(0) = p'(2) = 0.$$

Нарисовать график найденного решения.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Гиперболические системы с постоянными коэффициентами, их характеристики. Приведение к каноническому виду.
2. Исследование системы Вайдлиха-Хаага в окрестности особой точки (0,0) с помощью теоремы о линеаризации.
3. Методом Фурье решить следующую задачу, моделирующую правовую систему:

$$p_t = 4p_{xx} - p + 2 - x \quad (0 < x < 2),$$
$$p_x|_{x=0} = 0, \ \ p_x|_{x=2} = 0,$$
$$p|_{t=0} = 2.$$

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Система квазилинейных уравнений гемодинамики в квазиодномерном приближении, уравнения неразрывности и движения. Уравнение состояния.

2. Фазовые потоки линейных систем ОДУ с постоянными коэффициентами.

3. Методом Фурье решить следующую задачу, моделирующую правовую систему:

$p_t = p_{xx} - p + 6 - 2x \quad (0 < x < 2)$,
$p_x|_{x=0} = 0$, $p_x|_{x=2} = 0$,
$p|_{t=0} = 2$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Фазовые потоки нормальных автономных систем ОДУ.

2. Нахождение решения базовой модели правовой системы методом Фурье.

3. Дана система уравнений в частных производных

$u_t - 3u_x = 0, \qquad v_t + u_x + 4v_x = 0.$

Требуется:
а) определить тип этой системы;
б) привести ее к каноническому виду;
в) найти общее решение.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

1. SIR модель распространения инфекционных заболеваний с учетом демографических процессов. Особые точки и их устойчивость.

2. Построение линейной базовой модели правовой системы.

3. Найти общее решение гиперболической системы гемодинамики

$$u_t + \bar{u}u_x + \frac{1}{\rho}p_x = 0, \qquad p_t + \rho c^2 u_x + \bar{u}p_x = 0,$$

где $\bar{u} = 2,\ \rho = 1,\ c = 4$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

1. Фазовый портрет SIR модели распространения инфекционных заболеваний с учетом демографических процессов в окрестностях особых точек.

2. Общая задача для непрерывной модели распределения власти в иерархии.

3. Найти общее решение гиперболической системы гемодинамики

$$u_t + \bar{u}u_x + \frac{1}{\rho}p_x = 0, \qquad p_t + \rho c^2 u_x + \bar{u}p_x = 0,$$

где $\bar{u} = 3,\ \rho = 4,\ c = 6$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

1. Исследование стационарных решений базовой модели правовой системы.

2. Задача Коши для системы линеаризованных гемодинамических уравнений, ее решение.

3. Найти фазовый поток $g^t: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, определяемый системой ДУ

$\dot{x} = Ax,$ где $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Определить образ квадрата
$\Pi = \{(x_1, x_2):\ 0 \le x_1 \le 1, 0 \le x_2 \le 1\}$ при отображении g^t, где $t = 1$.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

1. Понятие бифуркации динамической системы, бифуркация Хопфа.

2. Нахождение решения базовой модели правовой системы методом Фурье.

3. Решить задачу Коши для системы линеаризованных уравнений гемодинамики

$$u_t + \bar{u}u_x + \frac{1}{\rho}p_x = 0, \qquad p_t + \rho c^2 u_x + \bar{u}p_x = 0,$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \qquad p(x,0) = \psi(x),$$

где $\bar{u} = 2,\ \rho = 1,\ c = 4,\ \varphi(x) = 1 + cosx, \quad \psi(x) = 2.$

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

1. Линеаризация системы уравнений гемодинамики. Общее решение линеаризованной системы.

2. Модель динамики распределения власти в иерархии. Непрерывный случай.

3. С помощью теоремы о линеаризации исследовать особую точку $(0,1)$ динамической системы

$$\dot{x_1} = 4 - 4x_1 - 2x_2, \qquad \dot{x_1} = x_1 x_2$$

и нарисовать ее фазовый портрет в окрестности этой особой точки.

Каждому студенту достается по одному билету из данного перечня. Ответ на каждый вопрос оценивается от 0 до 13 баллов в зависимости от полноты и правильности ответов

Примерный перечень оценочных средств

по дисциплине Прикладные задачи математического моделирования

12.1. Перечень оценочных средств

п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
		Аудиторная работа	
1	Опрос	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу или теме.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
	Контрольная работа	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала в соответствии с утвержденной программой.	Комплект вариантов контрольных работ
3	Экзамен	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала и выполнения в процессе обучения всех учебных поручений в соответствии с утвержденной программой.	Комплект экзаменационных билетов, список экзаменационных вопросов
		Самостоятельная работа	
1	Индивидуальное домашнее задание	Форма проверки качества усвоения студентами учебного материала в соответствии с утвержденной программой.	Комплект вариантов домашних заданий

Комплект вопросов для опроса

по дисциплине Дополнительные главы математического моделирования»

1. С помощью теоремы о линеаризации исследовать особую точку $(0,1)$ динамической системы

$$\dot{x_1} = 2x_1 + x_2^2 - 1, \qquad \dot{x_1} = 6x_1 - x_2^2 + 1$$

и нарисовать ее фазовый портрет в окрестности этой особой точки.

2. Дана система уравнений в частных производных

$$u_t + 3u_x - v_x = 0, \qquad v_t - u_x + 3v_x = 0.$$

Требуется:

а) определить тип этой системы;

б) привести ее к каноническому виду;

в) найти общее решение.

3. Найти общее решение гиперболической системы гемодинамики

$$u_t + \bar{u}u_x + \frac{1}{\rho}p_x = 0, \qquad p_t + \rho c^2 u_x + \bar{u}p_x = 0,$$

где $\bar{u} = 3,\ \rho = 4,\ c = 6$.

4. Решить задачу Коши для системы линеаризованных уравнений гемодинамики

$$u_t + \bar{u}u_x + \frac{1}{\rho}p_x = 0, \qquad p_t + \rho c^2 u_x + \bar{u}p_x = 0,$$
$$u(x,0) = \varphi(x), \qquad p(x,0) = \psi(x),$$

где $\bar{u} = 2,\ \rho = 1,\ c = 3,\ \ \varphi(x) = 1,\quad \psi(x) = 2 + sinx.$

5. С помощью принципа Дюамеля решить задачу Коши для системы уравнений гемодинамики

$$u_t + \bar{u}u_x + \frac{1}{\rho}p_x = sin2x, \qquad p_t + \rho c^2 u_x + \bar{u}p_x = \cos 2t,$$
$$u(x,0) = 0, \qquad p(x,0) = 0,$$

где $\bar{u} = 2,\ \rho = 1,\ c = 4$.

6. Найти фазовый поток $g^t\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, определяемый системой ДУ

$$\dot{x} = Ax, \qquad \text{где } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Определить образ квадрата $\Pi = \{(x_1, x_2)\colon\ 0 \le x_1 \le 1, 0 \le x_2 \le 1\}$ при отображении g^t, где $t = 1$.

7. Найти фазовый поток $g^t\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, определяемый системой ДУ

$$\dot{x} = \frac{t}{y},\quad \dot{y} = -\frac{t}{x}.$$

Определить образ точки (1,1).

8. Доказать, что неограниченный оператор

$$A\colon\ L_2(\mathbb{R}^1) \to L_2(\mathbb{R}^1), \quad D(A) = H^2\,(\mathbb{R}^1), \quad Av = v''$$

является генератором C^0-полугруппы и найти явную формулу для этой полугруппы.

9. Доказать, что при $\mu = 0$ следующая однопараметрическая система испытывает бифуркацию Хопфа:

$$\dot{x_1} = x_2 - x_1^3, \qquad \dot{x_2} = -x_1 + \mu x_2 - x_1^2 x_2.$$

10. Найти стационарное решение $p(x)$ правовой модели, определяемое задачей

$$4p'' = p - 6 + 2x \qquad (0 < x < 2),$$
$$p'(0) = p'(2) = 0.$$

Нарисовать график найденного решения.

11. Методом Фурье решить следующую задачу, моделирующую правовую систему:

$$p_t = p_{xx} - p + 6 - 2x \quad (0 < x < 2),$$
$$p_x|_{x=0} = 0, \quad p_x|_{x=2} = 0,$$
$$p|_{t=0} = 2.$$

Контрольная работа №1

1. *С помощью теоремы о линеаризации исследовать особую точку* $(0,0)$ *системы*

$$\dot{x} = 2x - y^2 + xy, \quad \dot{y} = 4x + y - x^2 - 2xy.$$

2. *Дана система уравнений в частных производных*

$$u_t + 2u_x + v_x = 0, \qquad v_t + 3v_x = 0.$$

Требуется:
а) определить тип этой системы;
б) привести ее к каноническому виду;
в) найти общее решение.

Контрольная работа №2

1. *Найти фазовый поток* $g^t: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$*, определяемый системой ДУ*

$$\dot{x} = Ax, \qquad \text{где } A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Определить образ квадрата $\Pi = \{(x_1, x_2): \ 0 \le x_1 \le 1, 0 \le x_2 \le 1\}$ *при отображении* g^t*, где* $t = 1$.

2. *Методом Фурье решить следующую задачу, моделирующую правовую систему*

$$p_t = p_{xx} - 2p + 8 - 2x \quad (0 < x < 2),$$
$$p_x|_{x=0} = 0, \quad p_x|_{x=2} = 0,$$
$$p|_{t=0} = 3.$$

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО КУРСУ

1. Понятие бифуркации динамической системы. Примеры.
2. Теорема о бифуркации Хопфа на плоскости. Примеры ее применения.
3. Модель индустриальной динамики Вайдлиха-Хаага.

4. Исследование системы Вайдлиха-Хаага в окрестности особой точки (0,0) с помощью теоремы о линеаризации.

5. Бифуркационный анализ модели Вайдлиха-Хаага в окрестности особой точки (0,0).

6. Гиперболические системы с постоянными коэффициентами, их характеристики. Приведение к каноническому виду.

7. Система квазилинейных уравнений гемодинамики в квазиодномерном приближении, уравнения неразрывности и движения. Уравнение состояния.

8. Линеаризация системы уравнений гемодинамики. Общее решение линеаризованной системы.

9. Задача Коши для системы линеаризованных гемодинамических уравнений, ее решение.

10. Смешанная задача на полуоси для системы линеаризованных гемодинамических уравнений, ее решение.

11. Фазовые потоки нормальных автономных систем ОДУ.

12. Фазовые потоки линейных систем ОДУ с постоянными коэффициентами.

13. Классическая SIR модель распространения инфекционных заболеваний и ее фазовый портрет.

14. SIR модель распространения инфекционных заболеваний с учетом демографических процессов. Особые точки и их устойчивость.

15. Фазовый портрет SIR модели распространения инфекционных заболеваний с учетом демографических процессов в окрестностях особых точек.

16. Модель динамики распределения власти в иерархии. Дискретный случай.

17. Общая задача для непрерывной модели распределения власти в иерархии.

18. Построение линейной базовой модели правовой системы.

19. Исследование стационарных решений базовой модели правовой системы.

20. Нахождение решения базовой модели правовой системы методом Фурье.

Домашнее (семестровое) задание
по «Прикладные задачи математического моделирования»

Задание № 1.

Исследовать двумя способами бифуркацию Хопфа (бифуркацию рождения цикла) при м=0 в данной системе.

В первом способе перейти к полярным координат, а во втором -использовать теорему Хопфа.

Нарисовать фазовые портреты данной системы при м=-1, 0, 1.

Указание. См. решение примера 5.5.1 в книге Эрроусмита и Плейса «ОДУ».

Вариант 1

$$\dot{x}_1 = 2\mu x_1 - x_2 - 3x_1(x_1^2 + x_2^2),$$
$$\dot{x}_2 = x_1 + 2\mu x_2 - 3x_2(x_1^2 + x_2^2).$$

Вариант 2

$$\dot{x}_1 = 3\mu x_1 - 2x_2 - x_1(x_1^2 + x_2^2),$$
$$\dot{x}_2 = 2x_1 + 3\mu x_2 - x_2(x_1^2 + x_2^2).$$

Вариант 3

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{2}\mu x_1 - x_2 - 2x_1(x_1^2 + x_2^2),$$
$$\dot{x}_2 = x_1 + \frac{1}{2}\mu x_2 - 2x_2(x_1^2 + x_2^2).$$

Вариант 4

$$\dot{x}_1 = \mu x_1 - 2x_2 - \frac{1}{3}x_1(x_1^2 + x_2^2),$$
$$\dot{x}_2 = 2x_1 + \mu x_2 - \frac{1}{3}x_2(x_1^2 + x_2^2).$$

Вариант 5

$$\dot{x}_1 = 4\mu x_1 - x_2 - 3x_1(x_1^2 + x_2^2),$$
$$\dot{x}_2 = x_1 + 4\mu x_2 - 3x_2(x_1^2 + x_2^2).$$

Вариант 6

$$\dot{x}_1 = 5\mu x_1 - x_2 - 2x_1(x_1^2 + x_2^2),$$
$$\dot{x}_2 = x_1 + 5\mu x_2 - 2x_2(x_1^2 + x_2^2).$$

Вариант 7

$$\dot{x}_1 = 4\mu x_1 - x_2 - 3x_1(x_1^2 + x_2^2),$$
$$\dot{x}_2 = x_1 + 4\mu x_2 - 3x_2(x_1^2 + x_2^2).$$

Вариант 8

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{4}\mu x_1 - 2x_2 - 4x_1(x_1^2 + x_2^2),$$
$$\dot{x}_2 = 2x_1 + \frac{1}{4}\mu x_2 - 4x_2(x_1^2 + x_2^2).$$

Задание № 2.

Решить начально-краевую задачу на полуоси (графе с одной вершиной и одним ребром) для системы линеаризованных уравнений гемодинамики (см. п. 3 прилагаемой статьи Безяева и Садекова):

$$u_t + \bar{u}u_x + \frac{1}{\rho}p_x = 0, \qquad p_t + \rho c^2 u_x + \bar{u}p_x = 0 \quad (0 < x <$$

$u(x,0) = \varphi(x), \;\; p(x,0) = \psi(x), \;\; u(0,t) = \nu(t), \;\; p(0,t) = \mu(t).$

С помощью программного пакета Maple построить анимации полученного решения (пример прилагается).

Вариант 1.

$\bar{u} = 1, \; \rho = 1, \; c = 3, \; \varphi(x) = 2 + cos4x, \quad \psi(x) = 4 + sin2x,$
$\nu(t) = 3cost, \quad \mu(t) = 4cos2t.$

Вариант 2.

$\bar{u} = 2, \; \rho = 2, \; c = 4, \; \varphi(x) = 4 + sin2x, \quad \psi(x) = 6 + sin4x,$
$\nu(t) = 4cos2t, \quad \mu(t) = 6cost.$

Вариант 3.

$\bar{u} = 2, \; \rho = 2, \; c = 4, \; \varphi(x) = 4 + sin2x, \quad \psi(x) = 6 + sin4x,$
$\nu(t) = 4cos2t, \quad \mu(t) = 6cost.$

Вариант 4.

$\bar{u} = 3, \; \rho = 4, \; c = 5, \; \varphi(x) = 4 + 2sinx, \quad \psi(x) = 6 + 2sin2x,$
$\nu(t) = 4cost, \quad \mu(t) = 6cos2t.$

Вариант 5.

$\bar{u} = 1, \; \rho = 2, \; c = 4, \; \varphi(x) = 3 + 2sinx, \quad \psi(x) = 4 + sin2x,$
$\nu(t) = 3cos4t, \quad \mu(t) = 4cos2t.$

Вариант 6.

$\bar{u} = 2, \; \rho = 3, \; c = 5, \; \varphi(x) = 2 + cosx, \quad \psi(x) = 4 + cos2x,$
$\nu(t) = 3 + sint, \quad \mu(t) = 5 - sint.$

Вариант 7.

$\bar{u} = 3, \; \rho = 4, \; c = 4, \; \varphi(x) = 4 - sin2x, \quad \psi(x) = 4 + 2cos4x,$
$\nu(t) = 4 + sin2t, \quad \mu(t) = 6 + sint.$

Вариант 8.

$$\bar{u} = 4, \ \rho = 8, \ c = 6, \ \varphi(x) = 2 - sinx, \quad \psi(x) = 4 - 2sin2x,$$
$$\nu(t) = 2cos4t, \quad \mu(t) = 4cos2t.$$

Задания №№ 3 и 4

Презентация с докладом на 15-20 минут и "курсовая"
на 4-5 страниц (с ее защитой) по теме своей дипломной работы.

Критерии оценки

по дисциплине Прикладные задачи математического моделирования

Итоговая оценка выставляется по сумме набранных баллов за практические занятия и экзамен.

95-100 баллов:

1. активное участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
2. систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
3. использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
4. умение эффективно использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
5. выраженная способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи;
6. полная самостоятельность и творческий подход при изложении материала по программе дисциплины;
7. полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

86- 94 балла:

8. участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
9. систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
10. использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
11. умение эффективно использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
12. способность самостоятельно решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;
13. усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

69-85 баллов:

14. участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
15. систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
16. умение использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
17. усвоение основной литературы, рекомендованной программой дисциплины.

51-68 баллов:

18. участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
19. систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
20. удовлетворительное умение использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
21. удовлетворительное усвоение основной литературы;

31 - 50 баллов – НЕ ЗАЧТЕНО:

22. недостаточно полный объем навыков и компетенции в рамках программы дисциплины;
23. неумение использовать в практической деятельности научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными стилистическими и логическими ошибками;
24. слабое умение использовать методику программы дисциплины в постановке и решении научных и профессиональных задач;
25. удовлетворительное усвоение основной литературы.

0-30 баллов, НЕ ЗАЧТЕНО:

26. отсутствие умений, навыков, знаний и компетенции в рамках программы дисциплины;
27. невыполнение лабораторных заданий; отказ от ответа по программе дисциплины;
28. игнорирование занятий по дисциплине по неуважительной причине.