

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов»*

*Факультет физико-математических и естественных наук*

*Рекомендовано МССН  
02.00.00 «Компьютерные и  
информационные науки»*

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины:**

Теория конечных графов

**Рекомендуется для направления подготовки**

02.03.02 — Фундаментальная информатика и информационные технологии  
*(указываются код и наименования направления(ий) подготовки (специальности (ей) и/или профилей (специализаций))*

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

*(указывается квалификация (степень) выпускника в соответствии с ОС ВО РУДН)*

## 1. Цели и задачи дисциплины

Целью данной дисциплины является знакомство с основами дискретной математики, изучение классической теории графов, а также применение методов теории графов в прикладных задачах. Способы оценки эффективности и общие принципы построения алгоритмов иллюстрируются на различных задачах, в числе которых крайне важные для работы с большими массивами данных алгоритмы поиска.

Задачей дисциплины является развитие навыков формализации и описания дискретных математических объектов. Применение алгоритмов поиска и оптимизации, умение делать выводы по полученным результатам.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП

Цикл, к которому относится дисциплина: Блок 1 «Дисциплины (модули)», обязательная часть.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

### Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Универсальные компетенции			
Профессиональные компетенции			
	ОПК-1	Дискретная математика, Математическая логика и теория алгоритмов	Основы математической теории телетрафика, Модели на гиперграфах
Профессиональные компетенции (научно-исследовательская деятельность)			

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ОПК-1

(указываются в соответствии с ОС ВО РУДН)

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

- ОПК-1.1 Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук; знает основную терминологию
- ОПК-1.2 Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты
- ОПК-1.3 Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** базовые знания из разделов теории графов и основные законы теоретического исследования

**Уметь:** использовать разделы дискретной математики для решения практических задач, уметь оперировать законами теоретического исследования.

**Владеть:** современным математическим аппаратом, вычислительными средствами и базовыми математическими знаниями.

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц.

№	Вид учебной работы	Всего часов	Семестр (модуль)
			Семестр 3, модуль 5
1.	<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	36	36
	Лекции	18	18
	Практические занятия (ПЗ)	18	18
	Семинары (С)		
	Лабораторные работы (ЛР)		
2.	<b>Самостоятельная работа студентов (ак. часов)</b>	108	108
3.	<b>Общая трудоемкость (ак. часов)</b>	144	144
4.	<b>Общая трудоемкость (зачетных единиц)</b>	4	4

#### 5. Содержание дисциплины

##### 5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Элементы теории графов	Введение в теорию графов: основные понятия и определения. Матричные представления графов. Маршруты, цепи, циклы. Нахождение связанных компонент. Метрические характеристики графов. Подграфы. Операции над графами. Двудольные графы. Поиск в ширину. Деревья. Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы. Эйлеровы пути и циклы. Гамильтоновы пути и циклы. Связь между наличием в связном графе гамильтоновых циклов и длиной максимальных простых путей в нем. Нахождение кратчайших путей в ориентированном графе.
2.	Алгоритмы на графах	Алгоритм Краскала. Алгоритм Прима. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм нахождения эйлерова цикла в графе. Алгоритм построения кратчайшего пути от фиксированной вершины до всех остальных вершин в ориентированном графе, случай неотрицательных весов ребер.
3.	Потоки в сетях	Прикладные модели и задачи, примеры применения методов теории графов. Оценки структурных компонент графа. Задача о максимальном потоке и о минимальном разрезе в сети. Максимальный поток в транспортной сети. Задача на нахождение «узких» мест в сети. Задача о потоке минимальной стоимости.



## 5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практические занятия и лабораторные работы		СРС	Всего час.
			ПЗ/С	ЛР		
1.	Элементы теории графов	6	6		36	48
2.	Алгоритмы на графах	6	6		36	48
3.	Потоки в сетях	6	6		36	48
	<b>Итого:</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>108</b>	<b>144</b>

## 6. Лабораторный практикум

Не предусмотрен.

## 7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудо-емкость (час.)
1	Элементы теории графов	Разбор основных понятий и определений на неориентированных и ориентированных графах. Матрицы смежности и матрицы инцидентности для неориентированных и ориентированных графов. Поиск маршрутов, цепей и циклов для графов. Нахождение связанных компонент в графе. Метрические характеристики графов. Эйлеровы графы. Эйлеровы пути и циклы. Нахождение кратчайших путей в ориентированном графе	6
2	Алгоритмы на графах	Алгоритм Краскала. Алгоритм Прима. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм нахождения эйлерова цикла в графе. Алгоритм построения кратчайшего пути от фиксированной вершины до всех остальных вершин в ориентированном графе, случай неотрицательных весов ребер. Построение матрицы связности (достижимости для графа). Алгоритм Уоршалла-Флойда.	6
3.	Потоки в сетях	Прикладные модели и задачи. Оценка структурных компонент графа. Задача о максимальном потоке и о минимальном разрезе в сети. Максимальный поток в транспортной сети. Задача на нахождение «узких» мест в сети. Задача о потоке минимальной стоимости.	6
	<b>Итого:</b>		<b>18</b>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения учебных занятий (в том числе для практического и лекционного типов занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации).

Компьютерные (дисплейные) классы с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета для проведения обучающимися самостоятельной работы и компьютерного тестирования обучающихся (при необходимости).

## **9. Информационное обеспечение дисциплины**

а) программное обеспечение

ОС Windows, MS Office (программа корпоративного лицензирования (Microsoft Subscription) Enrollment for Education Solutions), браузер Firefox (лицензия MPL-2.0) или браузер Chrome (лицензия Google Chrome Terms of Service); Adobe Reader (Adobe Software License Agreement).

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. Сайт библиотеки РУДН <http://lib.rudn.ru/>
2. ТУИС <http://esystem.pfur.ru/>

## **10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Зарипова Эльвира Ринатовна. Лекции по дискретной математике. Теория графов [Текст/электронный ресурс]: Учебное пособие / Э.Р. Зарипова, М.Г. Кокотчикова. - Электронные текстовые данные. - М.: Изд-во РУДН, 2013. - 162 с.: ил. - ISBN 978-5-209-05456-6: 64.21. Режим доступа: [http://lib.rudn.ru/MegaPro2/UserEntry?Action=Rudn\\_FindDoc&id=408695&idb=0](http://lib.rudn.ru/MegaPro2/UserEntry?Action=Rudn_FindDoc&id=408695&idb=0)
2. Лекции по теории графов [Текст] / Емеличев, В. А., Мельников, О. И., Сарванов, В. И., Тышкевич, Р. И. - М.: Наука, 1990. - 384 с.: ил. - ISBN 5-02-013992-0: 1.00. ЕТ 13

б) дополнительная литература:

1. Годунова, Е.К. Введение в теорию графов. Индивидуальные задания / Е.К. Годунова; Министерство образования и науки Российской Федерации федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский педагогический государственный университет». - Москва: Прометей, 2012. - 44 с. - ISBN 978-5-4263-0104-7; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=211739>

## **11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.**

Учебным планом на изучение дисциплины отводится один семестр (один модуль), в течение семестра (модуля) выполняются практические работы, домашние задания и контрольные мероприятия. В конце семестра (модуля) производится итоговый контроль знаний - экзамен.

### **11.1 Структура практических занятий**

Практическое занятие подразумевает проверку наличия выполненного задания самостоятельной работы, выборочную проверку наличия и правильности выполнения домашнего задания, разбор типичных ошибок, возникших в контрольных работах, доказательство теоретических оснований для практики текущей темы, разбор практических методов и решение соответствующих задач, в том числе с использованием вычислительно-программного комплекса, корректировка заданий для самостоятельной работы студентов. Также в практической работе предполагаются дискуссии, работы, выполняемые малой группой, выполнение творческих задания. На некоторых практических занятиях проводится аудиторная контрольная работа.

### **11.2. Самостоятельная работа студента**

Самостоятельная работа студентов по дисциплине состоит из заданий в форме тестовых (контрольных) работ. Внеаудиторными формами и инструментами самостоятельной работы студентов по дисциплине являются: выполнение домашних



заданий (практических и теоретических); выполнение домашних тестовых (контрольных) работ (как средство подготовки к аудиторным тестовым (контрольным) работам); подготовка к практическим занятиям как работа с лекционным материалом.

### **11.3. Примерный перечень вопросов промежуточного и итогового контроля знаний**

Для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов рекомендуется использовать вопросы и задания подобные перечисленным ниже:

*Типовые задачи для промежуточного контроля знаний:*

1. Найти эксцентриситет, диаметр и радиус графа.
2. Составить матрицу смежности и матрицу инцидентности для графа.
3. Построить минимальное покрывающее дерево для графа по алгоритму Краскала.
4. Задача на применение алгоритма Дейкстры.
5. Задача на применение алгоритма Уоршалла-Флойда.
6. Поиск эйлерова цикла в графе.

*Типовые вопросы для итогового контроля знаний:*

1. Неориентированный граф. Определение. Смежность ребер и вершин. Инцидентность. Изоморфизм.
2. Теорема о четности вершин в конечном графе. Определения полного графа и подграфа.
3. Определение маршрута, замкнутого маршрута. Определение цепи и простой цепи. Определение дерева. Теорема о количестве ребер в дереве с  $n$  вершинами.
4. Связный неориентированный граф. Теорема о связности графа.
5. Определение орграфа. Смежность в орграфе. Положительная и отрицательная инцидентность в орграфе. Положительная и отрицательная степени вершин в орграфе.
6. Определение пустого графа. Определение изолированной вершины. Определение ормаршрута и замкнутого ормаршрута. Определение пути и простого пути. Определение контура.
7. Определение сильносвязного графа. Определение орграфа. Определение симметричного и смешанного графов.
8. Определение эксцентриситета, диаметра и радиуса в графе. Центр графа.
9. Матрица смежности и инцидентности для неорграфа. Список смежности. Матрица весов.
10. Матрица смежности и инцидентности для орграфа.
11. Теорема о числе ормаршрутов длины  $n$  между двумя вершинами орграфа.
12. Построение минимального покрывающего дерева по алгоритму Краскала. Алгоритм.
13. Построение максимального покрывающего дерева по алгоритму Краскала. Алгоритм.
14. Определение псевдографа и мультиграфа. Определение плоского графа.
15. Построение минимального покрывающего дерева по алгоритму Прима. Алгоритм.
16. Построение максимального покрывающего дерева по алгоритму Прима. Алгоритм.
17. Поиск маршрута и наименьшей длины по алгоритму Дейкстры. Алгоритм.
18. Задача о кенигсбергских мостах. Определение эйлерова цикла и эйлерова графа. Определение эйлерова пути и способ получения эйлерова пути из эйлерова цикла.
19. Теорема о четности степеней в эйлеровом графе.
20. Поиск эйлерова цикла в графе. Алгоритм.
21. Поиск минимальных расстояний между всеми парами вершин по алгоритму Уоршалла-Флойда. Алгоритм.
22. Сравнение алгоритмов Дейкстры и Уоршалла-Флойда. Сходства и различия алгоритмов.

23. Задача построения транзитивного замыкания бинарного отношения. Определение бинарного отношения. Определение транзитивного замыкания. Матрица достижимости (связности).
24. Построение транзитивного замыкания для графа. Алгоритм.
25. Особенности  $i$ -й строки и  $i$ -столбца для Алгоритма Уоршалла-Флойда. Доказательство.
26. Особенности  $i$ -й строки и  $i$ -столбца для Алгоритма поиска транзитивного замыкания. Доказательство.
27. Определение потока в графе. Условия существования потока в графе. Правила раскрашивания дуг графа для поиска увеличивающей цепи. Определение прямых и обратных дуг.
28. Увеличение потока в графе по увеличивающей цепи. Алгоритм.
29. Поиск максимального потока в графе. Алгоритм.
30. Поиск потока минимальной стоимости. Алгоритм.
31. Поиск оптимального маршрута почтальона для орграфа. Алгоритм.
32. Определение гамильтонова цикла и гамильтоновой цепи.
33. Гамильтоновы и эйлеровы графы. Сходства и различия гамильтонова и эйлерова циклов.
34. Три достаточных критерия существования гамильтоновых циклов в неорграфе. Поиск гамильтонова цикла в орграфе. Алгоритм с упрощением

## **12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

ФОС по дисциплине представлен в приложении к данной программе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

### **Разработчик:**

Доцент кафедры прикладной информатики и теории вероятностей



Е.В. Маркова

**Зав. кафедрой** прикладной информатики и теории вероятностей

К.Е. Самуйлов

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов»  
Факультет физико-математических и естественных наук*

*Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей*

# **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

## *ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ*

Теория конечных графов

(наименование дисциплины)

02.03.02 — Фундаментальная информатика и информационные технологии  
(код и наименование направления подготовки)

\_\_\_\_\_  
(наименование профиля подготовки)

Бакалавр

Квалификация (степень) выпускника



Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине Теория конечных графов

название

Направление : 02.03.02 — Фундаментальная информатика и информационные технологии

шифр

название

Код контр. компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства				Баллы темы	Баллы раздела
			Текущий контроль			Пром. атт.		
			Контрольная работа	Выполнение ПЗ	Творческое задание	Итог. контроль		
ОПК-1	Основные понятия ТГ	Неориентированные и ориентированные графы. Метрические характеристики графов.	6	4	0	6	21	21
	Алгоритмы на графах	Алгоритм Краскала, алгоритм Прима, алгоритм Дейкстры, алгоритм поиска Эйлера цикла, Уоршала–Флойда. Транзитивное замыкание.	24	6	10	9	49	49
	Потоки на графах	Задача почтальона для ориентированных графов. Гамильтоновы графы.	20	5	5	5	30	30
<b>Итого:</b>			<b>50</b>	<b>15</b>	<b>15</b>	<b>20</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций: ОПК-1

(указываются в соответствии с ОС ВО РУДН)

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

- ОПК-1.1 Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук; знает основную терминологию
- ОПК-1.2 Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты
- ОПК-1.3 Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности.

## Балльно-рейтинговая система оценки уровня знаний

Сводная оценочная таблица дисциплины

Раздел	Тема	Формы контроля уровня освоения ООП				Баллы темы	Баллы раздела
		Выполнение ПЗ	Творческое задание	Контр. работа	Экзамен		
1.	Основные понятия ТГ. Неориентированные и ориентированные графы. Метрические характеристики графов.	4	0	6	6	<b>21</b>	<b>21</b>
2.	Алгоритмы на графах: Краскала, Прима, Дейкстры, поиска Эйлера цикла, Уоршала–Флойда. Транзитивное замыкание.	6	10	24	9	<b>49</b>	<b>49</b>
3.	Потоки на графах. Задача почтальона для ориентированных графов. Гамильтоновы графы.	5	5	20	5	<b>30</b>	<b>30</b>
Итого		<b>15</b>	<b>15</b>	<b>50</b>	<b>20</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

Таблица соответствия баллов и оценок

Баллы БРС	Традиционные оценки РФ	Оценки ECTS
95 - 100	5	A
86 - 94		B
69 - 85	4	C
61 - 68	3	D
51 - 60		E
31 - 50	2	FX
0 - 30		F
	Зачет	Passed

### Правила применения БРС

1. Раздел (тема) учебной дисциплины считаются освоенными, если студент набрал более 50 % от возможного числа баллов по этому разделу (теме).
2. Студент не может быть аттестован по дисциплине, если он не освоил все темы и разделы дисциплины, указанные в сводной оценочной таблице дисциплины.

3. По решению преподавателя и с согласия студентов, не освоивших отдельные разделы (темы) изучаемой дисциплины, в течение учебного семестра могут быть повторно проведены мероприятия текущего контроля успеваемости или выданы дополнительные учебные задания по этим темам или разделам. При этом студентам за данную работу засчитывается минимально возможный положительный балл (51 % от максимального балла).

4. При выполнении студентом дополнительных учебных заданий или повторного прохождения мероприятий текущего контроля полученные им баллы засчитываются за конкретные темы. Итоговая сумма баллов не может превышать максимального количества баллов, установленного по данным темам.

5. График проведения мероприятий текущего контроля успеваемости формируется в соответствии с календарным планом курса. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.

6. Время, которое отводится студенту на выполнение мероприятий текущего контроля успеваемости, устанавливается преподавателем. По завершение отведенного времени студент должен сдать работу преподавателю, вне зависимости от того, завершена она или нет.

7. Использование источников (в том числе конспектов лекций и практических работ) во время выполнения контрольных мероприятий возможно только с разрешения преподавателя.

8. Отсрочка в прохождении мероприятий текущего контроля успеваемости считается уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки, предоставляемой преподавателю не позднее двух недель после выздоровления. В этом случае выполнение контрольных мероприятий осуществляется после выздоровления студента в срок, назначенный преподавателем. В противном случае, отсутствие студента на контрольном мероприятии признается не уважительным.

9. Студент допускается к итоговому контролю знаний с любым количеством баллов, набранных в семестре.

10. Итоговая контроль знаний оценивается из 20 баллов независимо от числа баллов за семестр. Итоговый контроль проводится письменно.

11. Если в итоге за семестр студент получил менее 51 балла, то ему разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов путем повторного однократного выполнения предусмотренных контрольных мероприятий, при этом по усмотрению преподавателя аннулируются соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в сроки, согласованные с деканатом.



## Примерный перечень оценочных средств

п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i><b>Аудиторная работа</b></i>			
1	Практическая работа	Система практических заданий, направленных на формирование практических навыков у обучающихся	Фонд практических заданий
2	Контрольная работа	Средство контроля, организованное как аудиторное занятие, на котором обучающимся необходимо самостоятельно продемонстрировать усвоение учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
3	Экзамен	Оценка работы студента в течение семестра (года, всего срока обучения и др.) и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных им теоретических и практических знаний, приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления, умение синтезировать полученные знания и применять их в решении практических задач.	Примеры заданий/вопросов, пример экзаменационного билета
<i><b>Самостоятельная работа</b></i>			
1	Выполнение домашних заданий	Различают задачи и задания: а) репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; б) реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей; в) творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения	Комплект разноуровневых задач и заданий

## **Критерии оценки по дисциплине**

*95-100 баллов:*

- полное и своевременное выполнение на высоком уровне лабораторных работ с оформлением отчетов, успешное прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответов на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи;
- полная самостоятельность и творческий подход при изложении материала по программе дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

*86- 94 балла:*

- полное и своевременное выполнение на хорошем уровне лабораторных работ с оформлением отчетов, успешное прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- хорошее владение программным обеспечением, умение эффективно использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

*69-85 баллов:*

- своевременное выполнение на хорошем уровне лабораторных работ с оформлением отчетов, прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- хороший уровень культуры исполнения лабораторных работ;
- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- владение программным обеспечением, умение использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- усвоение основной литературы;

*51-68 баллов:*

- выполнение на удовлетворительном уровне лабораторных работ с оформлением отчетов, прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;



- удовлетворительное владение программным обеспечением, умение использовать его в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- удовлетворительное усвоение основной литературы;

*31 - 50 баллов – НЕ ЗАЧТЕНО:*

- не выполнение, несвоевременное выполнение или выполнение на неудовлетворительном уровне лабораторных работ, не прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса;
- недостаточно полный объем навыков и компетенции в рамках программы дисциплины;
- неумение использовать в практической деятельности научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными стилистическими и логическими ошибками;
- слабое владение программным обеспечением по разделам программы дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) задач;
- способность решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- удовлетворительное усвоение основной литературы;

*0-30 баллов, НЕ ЗАЧТЕНО:*

- отсутствие умений, навыков, знаний и компетенции в рамках программы дисциплины;
- невыполнение лабораторных заданий, не прохождение контрольных мероприятий, предусмотренных программой курса; отказ от ответов по программе дисциплины;
- игнорирование занятий по дисциплине по неуважительной причине.



# Комплект экзаменационных билетов

по дисциплине Теория конечных графов

Дисциплина Теория конечных графов  
(наименование дисциплины)

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

- 1 Вопрос  
Сформулируйте и докажите теорему о числе ормаршрутов длины  $n$  между двумя вершинами орграфа.
- 2 Вопрос  
Дайте определения следующим понятиям: неориентированный граф, смежность ребер и вершин, инцидентность, изоморфизм.

**Составитель** Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

- 1 Вопрос  
Построение минимального покрывающего дерева по алгоритму Краскала. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 2 Вопрос  
Сформулируйте и докажите теорему о числе вершин нечетной степени в конечном неорграфе. Определите подграф.

**Составитель** Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

- 1 Вопрос  
Построение максимального покрывающего дерева по алгоритму Краскала. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 2 Вопрос  
Дайте определения следующим понятиям: маршрут, замкнутый маршрут в неорграфе, цепь и простая цепь, дерево. Сформулируйте и докажите теорему о количестве ребер в дереве с  $n$  вершинами.

**Составитель** Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

- 1 Вопрос  
Построение минимального покрывающего дерева по алгоритму Прима. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 2 Вопрос  
Определите связный неорграф. Сформулируйте теорему о связности графа. Приведите пример связного и несвязного графа.

**Составитель**

Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой

К.Е.Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

- 1 Вопрос  
Построение максимального покрывающего дерева по алгоритму Прима. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 2 Вопрос  
Дайте определения следующим понятиям: ориентированный граф, смежность вершин и смежность ребер в орграфе, положительная и отрицательная инцидентность в орграфе, положительная и отрицательная степени вершин в орграфе.

**Составитель**

Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой

К.Е.Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

- 1 Вопрос  
Поиск маршрута и наименьшей длины по алгоритму Дейкстры. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 2 Вопрос  
Дайте определения следующим понятиям: пустой граф, изолированная вершина, ормаршрут, путь, контур.

**Составитель**

Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой

К.Е.Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

- 1 Вопрос  
Дайте определения следующим понятиям: сильносвязный граф, симметричный граф, смешанный граф.
- 2 Вопрос  
Поиск эйлерова цикла в графе. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.

**Составитель**

Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой

К.Е.Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

- 1 Вопрос  
Дайте определения следующим понятиям: эксцентриситет, диаметр и радиус графа, центр графа.
- 2 Вопрос  
Поиск минимальных расстояний между всеми парами вершин по алгоритму Уоршалла-Флойда. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.

**Составитель**

Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

- 1 Вопрос  
Задача построения транзитивного замыкания бинарного отношения. Дайте определения следующим понятиям: бинарное отношение, транзитивное замыкание бинарного отношения. Приведите алгоритм поиска матрицы достижимости по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 2 Вопрос  
Дайте определения следующим понятиям: матрица смежности и инцидентности для неорграфа, список смежности, матрица весов.

**Составитель**

Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

- 1 Вопрос  
Особенности  $i$ -й строки и  $i$ -столбца для Алгоритма Уоршалла-Флойда. Доказательство..
- 2 Вопрос  
Дайте определения следующим понятиям: матрица смежности и инцидентности для орграфа.

**Составитель**

Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11

- 1 Вопрос  
Дайте определения следующим понятиям: псевдограф, мультиграф, плоский граф. Без примеров.
- 2 Вопрос  
Особенности  $i$ -й строки и  $i$ -столбца для Алгоритма поиска транзитивного замыкания. Доказательство.

**Составитель**

Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов



## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12

- 1 Вопрос  
Задача о кенигсбергских мостах. Дайте определения следующим понятиям: эйлеров цикл, эйлеров граф, эйлеров путь, способ получения эйлера пути из эйлера цикла.
- 2 Вопрос  
Увеличение потока в графе по увеличивающей цепи. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.

**Составитель** Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13

- 1 Вопрос  
Поиск максимального потока в графе. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 2 Вопрос  
Сформулируйте и докажите теорему о четности степеней вершин в эйлеровом графе.

**Составитель** Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 14

- 1 Вопрос  
Поиск потока минимальной стоимости. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 2 Вопрос  
Дайте определение потока в графе. Условия существования потока в графе. Правила раскрашивания дуг графа для поиска увеличивающей цепи. Определите прямые и обратные дуги.

**Составитель** Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 15

- 1 Вопрос  
Дайте определения гамильтонова цикла и гамильтоновой цепи. Опишите сходства и различия гамильтонова и эйлера циклов.
- 2 Вопрос  
Поиск оптимального маршрута почтальона для орграфа. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.

**Составитель** Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой К.Е. Самуйлов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 16

- 1 Вопрос  
Приведите три достаточных критерия существования гамильтоновых циклов в неорграфе.
- 2 Вопрос  
Поиск гамильтонова цикла в орграфе. Приведите алгоритм с упрощением по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.

**Составитель**

Е.В. Маркова

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Критерии оценки:

*(в соответствии с действующей нормативной базой)*

Вопрос 1 – 10 баллов за правильный ответ;

Вопрос 2 – 10 баллов за правильный ответ.

## Перечень вопросов итоговой аттестации по курсу.

- 1 Дайте определения следующим понятиям: неориентированный граф, смежность ребер и вершин, инцидентность, изоморфизм.
- 2 Сформулируйте и докажите теорему о числе вершин нечетной степени в конечном неорграфе. Определите подграф.
- 3 Дайте определения следующим понятиям: маршрут, замкнутый маршрут в неорграфе, цепь и простая цепь, дерево. Сформулируйте и докажите теорему о количестве ребер в дереве с  $n$  вершинами.
- 4 Определите связный неорграф. Сформулируйте теорему о связности графа. Приведите пример связного и несвязного графа.
- 5 Дайте определения следующим понятиям: ориентированный граф, смежность вершин и смежность ребер в орграфе, положительная и отрицательная инцидентность в орграфе, положительная и отрицательная степени вершин в орграфе.
- 6 Дайте определения следующим понятиям: пустой граф, изолированная вершина, ормаршрут, путь, контур.
- 7 Дайте определения следующим понятиям: сильносвязный граф, симметричный граф, смешанный граф.
- 8 Дайте определения следующим понятиям: эксцентриситет, диаметр и радиус графа, центр графа.
- 9 Дайте определения следующим понятиям: матрица смежности и инцидентности для неорграфа, список смежности, матрица весов.
- 10 Дайте определения следующим понятиям: матрица смежности и инцидентности для орграфа.
- 11 Сформулируйте и докажите теорему о числе ормаршрутов длины  $n$  между двумя вершинами орграфа.
- 12 Построение минимального покрывающего дерева по алгоритму Краскала. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 13 Построение максимального покрывающего дерева по алгоритму Краскала. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 14 Дайте определения следующим понятиям: псевдограф, мультиграф, плоский граф.
- 15 Построение минимального покрывающего дерева по алгоритму Прима. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 16 Построение максимального покрывающего дерева по алгоритму Прима. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 17 Поиск маршрута и наименьшей длины по алгоритму Дейкстры. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 18 Задача о кенигсбергских мостах. Дайте определения следующим понятиям: эйлеров цикл, эйлеров граф, эйлеров путь, способ получения эйлерова пути из эйлерова цикла.
- 19 Сформулируйте и докажите теорему о четности степеней вершин в эйлеровом графе.
- 20 Поиск эйлерова цикла в графе. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.



- 21 Поиск минимальных расстояний между всеми парами вершин по алгоритму Уоршалла-Флойда. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 22 Задача построения транзитивного замыкания бинарного отношения. Дайте определения следующим понятиям: бинарное отношение, транзитивное замыкание бинарного отношения. Приведите алгоритм поиска матрицы достижимости по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 23 Особенности  $i$ -й строки и  $i$ -столбца для Алгоритма Уоршалла-Флойда. Доказательство.
- 24 Особенности  $i$ -й строки и  $i$ -столбца для Алгоритма поиска транзитивного замыкания. Доказательство.
- 25 Дайте определение потока в графе. Условия существования потока в графе. Правила раскрашивания дуг графа для поиска увеличивающей цепи. Определите прямые и обратные дуги.
- 26 Увеличение потока в графе по увеличивающей цепи. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 27 Поиск максимального потока в графе. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 28 Поиск потока минимальной стоимости. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 29 Поиск оптимального маршрута почтальона для орграфа. Приведите алгоритм по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.
- 30 Дайте определения гамильтонова цикла и гамильтоновой цепи. Опишите сходства и различия гамильтонова и эйлера циклов.
- 31 Приведите три достаточных критерия существования гамильтоновых циклов в неорграфе.
- 32 Поиск гамильтонова цикла в орграфе. Приведите алгоритм с упрощением по шагам полностью, при необходимости обоснуйте дополнительно основные понятия.

# Комплект вариантов контрольных работ

по дисциплине Теория конечных графов

## Контрольная работа 1.

Номер 1 контрольной работы 1 – 2 балла за каждый правильный ответ, 3 матрицы, максимум 6 баллов;

Номер 2 контрольной работы 1 – 7 баллов за правильный ответ;

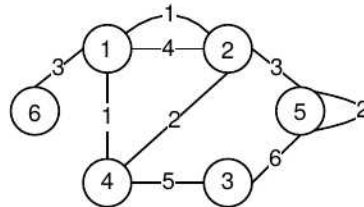
Номер 3 контрольной работы 1 – 7 баллов за правильный ответ;

**Итого: 20 баллов**

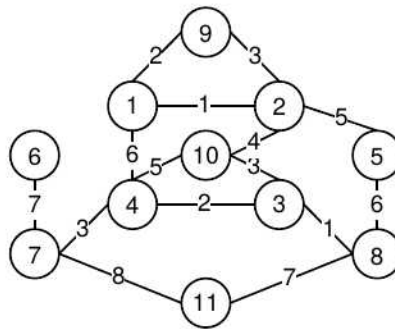
## Контрольная работа 1.

### Вариант 1.

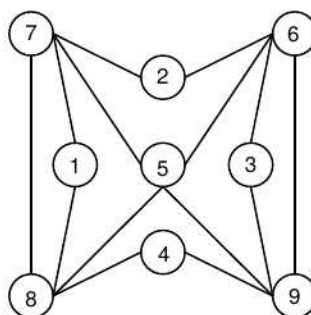
1. Найти матрицу смежности, матрицу инцидентности и матрицу весов для графа.



2. Построить минимальное покрывающее дерево, используя алгоритм Краскала (решение оформить в виде таблицы, результат представить в виде дерева). Найти вес дерева.

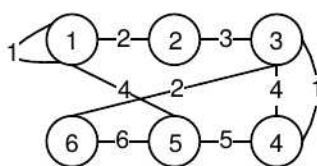


3. Найти эйлеров цикл в графе, используя алгоритм поиска эйлерова цикла с упорядоченной последовательностью вершин. Начать построение цикла с вершины 7 (решение записать в виде рабочего стека, результат представить в виде последовательности вершин).

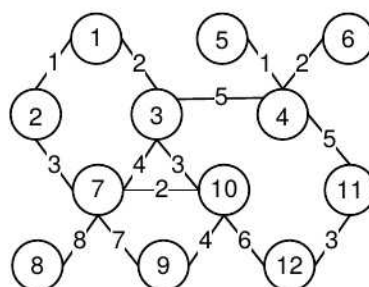


**Контрольная работа 1.  
Вариант 2.**

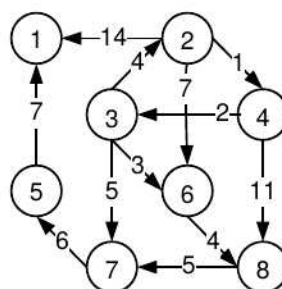
1. Найти матрицу смежности, матрицу инцидентности и матрицу весов для графа.



2. Построить минимальное покрывающее дерево, используя алгоритм Прима (решение оформить в виде таблицы, результат представить в виде дерева). Найти вес дерева.



3. Используя алгоритм Дейкстры, найти а) наименьшее расстояние и б) путь от вершины 2 до вершины 8.



**Контрольная работа 2.**

Номер 1 контрольной работы 2 – 6 баллов за правильный ответ;

Номер 2 контрольной работы 2 – 7 баллов за правильный ответ;

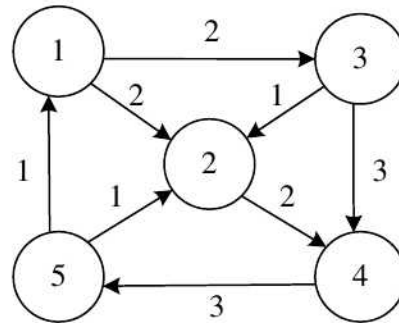
Номер 3 контрольной работы 2 – 7 баллов за правильный ответ;

**Итого: 20 баллов**

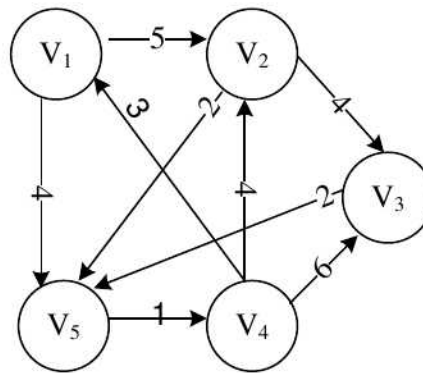


**Контрольная работа 2.  
Вариант 1.**

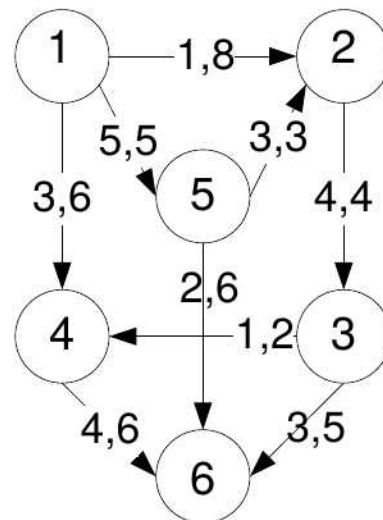
1) Найти минимальное расстояние между всеми парами вершин по алгоритму Уоршалла-Флойда. В ответе указать матрицу кратчайших путей.



2) Построить оптимальный маршрут почтальона из вершины  $v_2$ . (В решении построить симметричный граф, указать потоки минимальной стоимости. В ответе указать результирующий граф и оптимальный маршрут почтальона.)



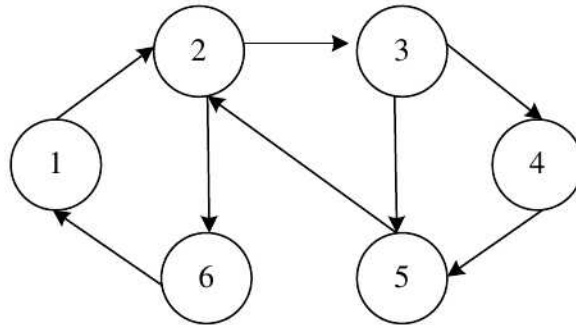
3) Найти максимальный поток на графе из вершины 1 в 6. (Увеличивать поток с указанием увеличивающей цепи и количеством единиц, передаваемых по увеличивающей цепи. На каждом шаге изображать новый граф с последующей нумерацией графа.) В ответе указать максимальный поток и результирующий граф.



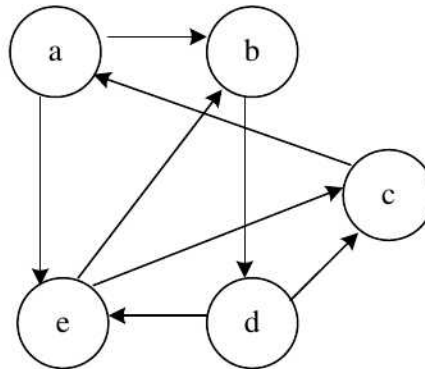
## Контрольная работа 2.

### Вариант 2.

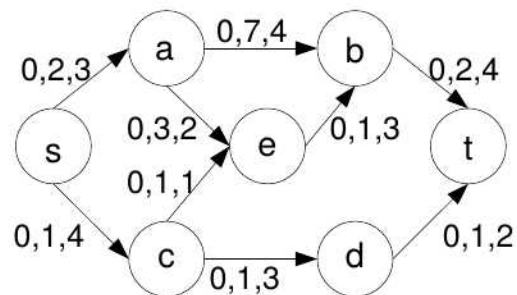
1) Построить транзитивное замыкание и найти матрицу связности (достижимости) для графа. Представить решение через промежуточные матрицы.



2) Найти гамильтоновы циклы в графе из вершины  $c$ , используя алгоритм поиска гамильтонова цикла в графе. (В ответе перечислить последовательность вершин в каждом цикле.)



3) Найти поток минимальной стоимости, состоящий из 5 единиц. (При решении обязательно указывать промежуточные графы и увеличивающие цепи. В ответе изобразить результирующий граф и указать минимальную стоимость потока.)



# Комплект вариантов домашних проверочных работ по дисциплине Теория конечных графов

## Домашняя проверочная работа 1.

### Домашняя работа 1.

Номер 1 контрольной работы 1 – 2 балла за правильный ответ;

Номер 2 контрольной работы 1 – 1 балл за правильный ответ;

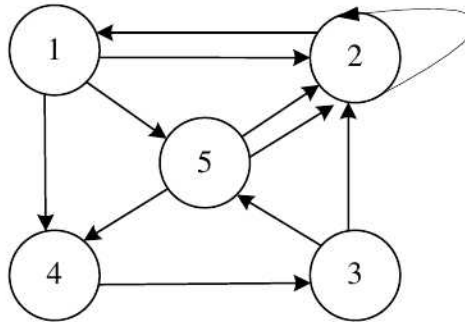
Номер 3 контрольной работы 1 – 1 балл за правильный ответ;

Номер 4 контрольной работы 1 – 1 балл за правильный ответ.

**Итого: 5 баллов**

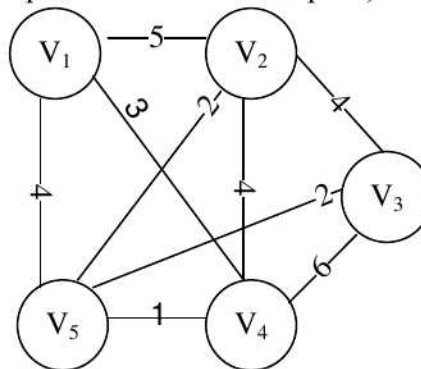
### Домашняя работа 1. Вариант 1.

№ 1. Найти матрицу смежности, матрицу инцидентности для графа.



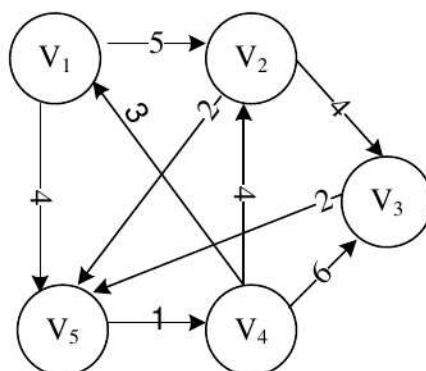
№ 2. Построить:

- 1) минимальное покрывающее дерево, используя алгоритм Краскала (решение оформить в виде таблицы, результат представить в виде дерева). Найти вес дерева.
- 2) максимальное покрывающее дерево, используя алгоритм Прима (решение оформить в виде таблицы, результат представить в виде дерева). Найти вес дерева.

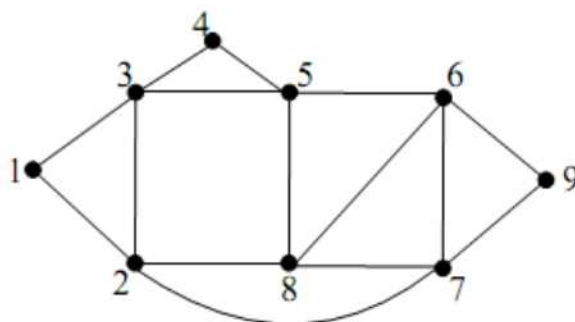


№ 3. Используя алгоритм Дейкстры, найти а) наименьшее расстояние и б) путь от вершины 3 до вершины 1.



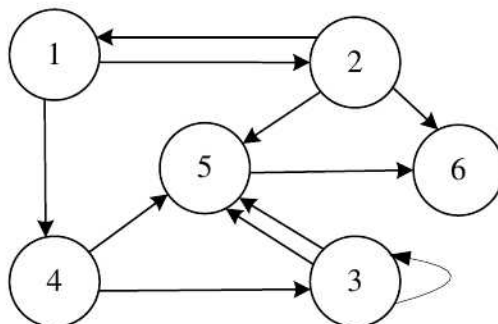


№ 4. Найти эйлеров цикл в графе, начиная с вершины 6 (решение записать в виде рабочего стека, результат в виде последовательности вершин).



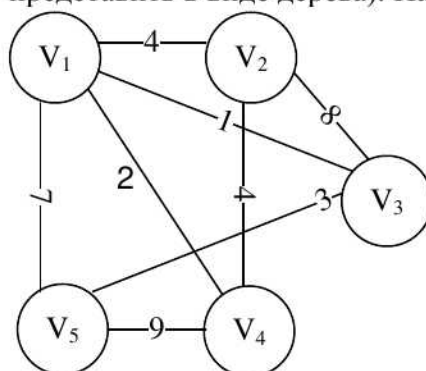
### Домашняя работа 1. Вариант 2.

№ 1. Найти матрицу смежности, матрицу инцидентности для графа.

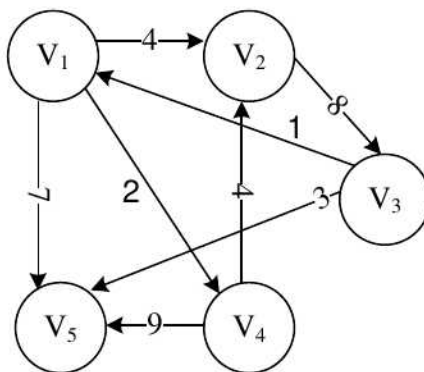


№ 2. Построить:

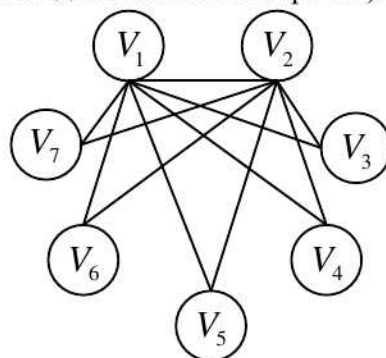
- 1) минимальное покрывающее дерево, используя алгоритм Краскала (решение оформить в виде таблицы, результат представить в виде дерева). Найти вес дерева.
- 2) максимальное покрывающее дерево, используя алгоритм Прима (решение оформить в виде таблицы, результат представить в виде дерева). Найти вес дерева.



№ 3. Используя алгоритм Дейкстры, найти а) наименьшее расстояние и б) путь от вершины 1 до вершины 5.



№ 4. Найти эйлеров цикл в графе, начиная с вершины 6 (решение записать в виде рабочего стека, результат в виде последовательности вершин).



### Домашняя проверочная работа 2.

Критерии оценки:  
(в соответствии с действующей нормативной базой)

#### Домашняя работа 2.

Номер 1 контрольной работы 2 – 0,5 балла за правильный ответ;

Номер 2 контрольной работы 2 – 0,5 балла за правильный ответ;

Номер 3 контрольной работы 2 – 1 балл за правильный ответ;

Номер 4 контрольной работы 2 – 1 балл за правильный ответ;

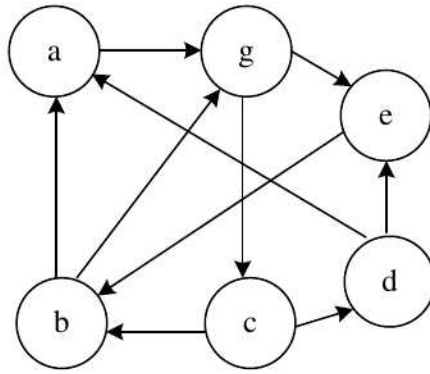
Номер 5 контрольной работы 2 – 1 балл за правильный ответ;

Номер 6 контрольной работы 2 – 1 балл за правильный ответ.

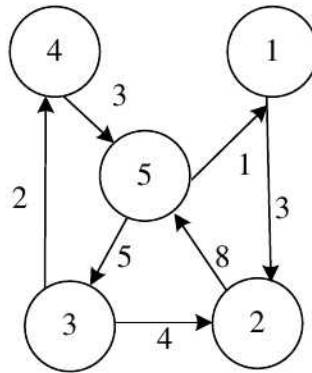
**Итого: 5 баллов**

#### Домашняя работа 2. Вариант 1.

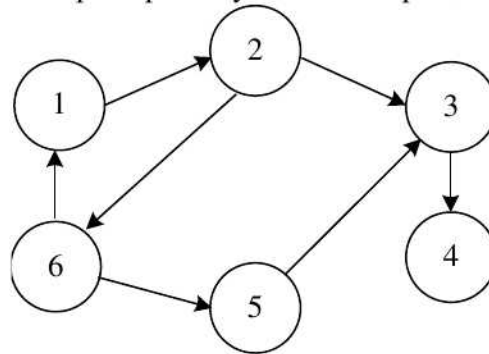
1) Найти гамильтоновы циклы в графе из вершины  $a$ . (В ответе перечислить последовательность вершин в каждом цикле.)



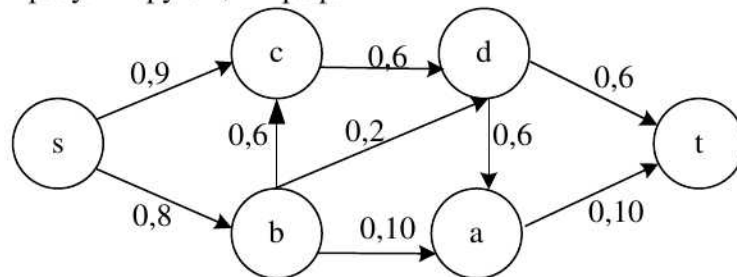
2) Найти минимальное расстояние между всеми парами вершин по алгоритму Уоршалла-Флойда. В ответе указать матрицу кратчайших путей.



3) Построить транзитивное замыкание и найти матрицу связности (достижимости) для графа. Представить решение через промежуточные матрицы.

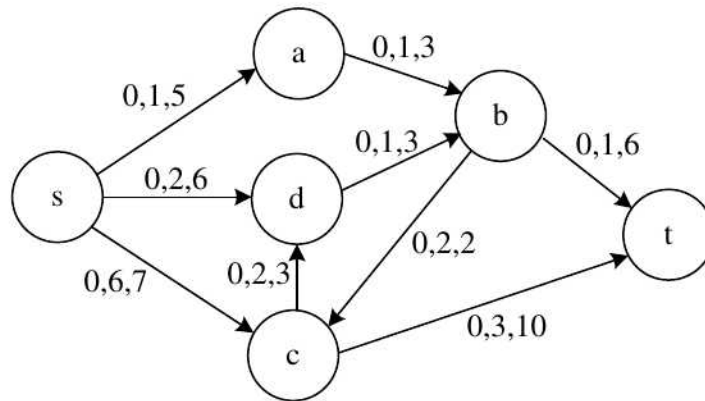


4) Найти максимальный поток на графе. (Увеличивать поток с указанием увеличивающей цепи и количеством единиц, передаваемых по увеличивающей цепи. На каждом шаге изображать новый граф с последующей нумерацией графа.) В ответе указать максимальный поток и результирующий граф.

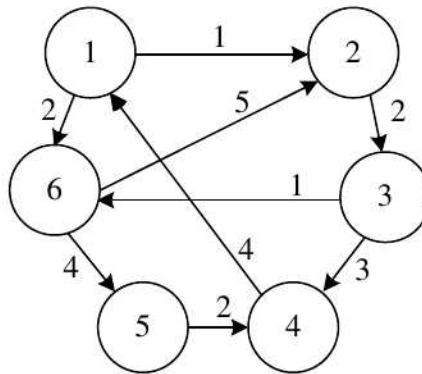




5) Найти поток минимальной стоимости, состоящий из 6 единиц. (При решении обязательно указывать промежуточные графы и увеличивающие цепи. В ответе изобразить результирующий граф и указать минимальную стоимость потока.)

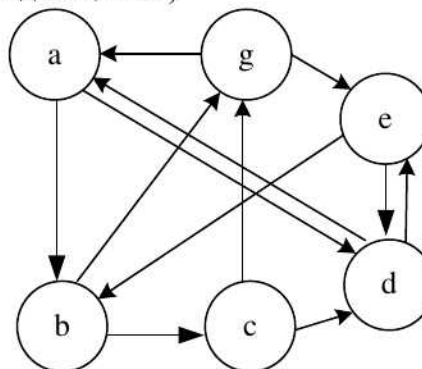


6) Построить оптимальный маршрут почтальона из вершины  $v_3$ . (В решении построить симметричный граф, указать потоки минимальной стоимости. В ответе указать результирующий граф и оптимальный маршрут почтальона.)

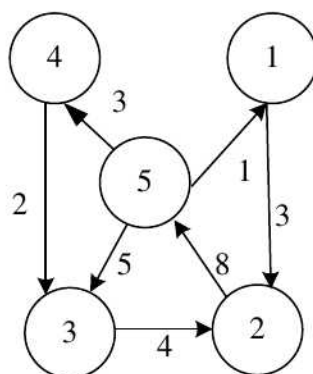


### Домашняя работа 2. Вариант 2.

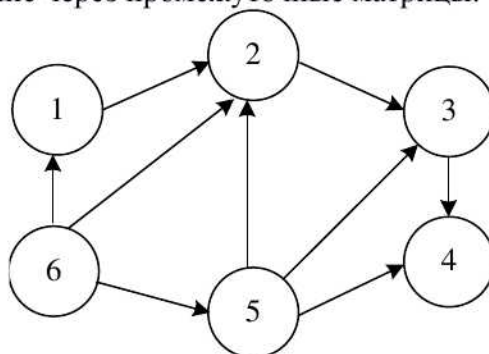
1) Найти гамильтоновы циклы в графе из вершины  $e$ . (В ответе перечислить последовательность вершин в каждом цикле.)



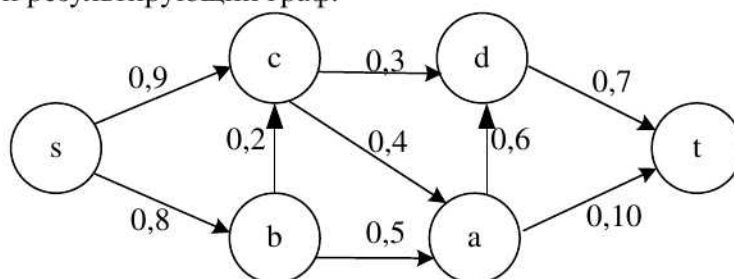
2) Найти минимальное расстояние между всеми парами вершин по алгоритму Уоршалла-Флойда. В ответе указать матрицу кратчайших путей.



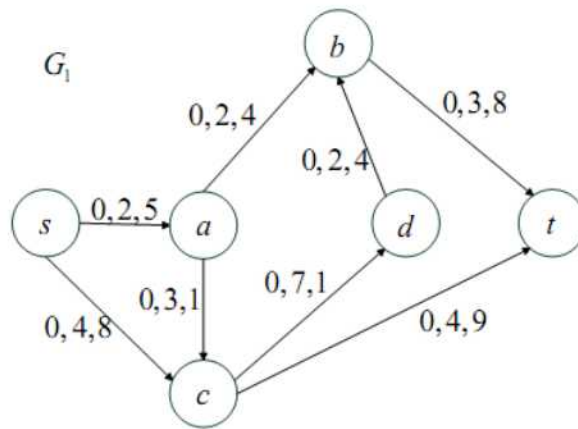
3) Построить транзитивное замыкание и найти матрицу связности (достижимости) для графа. Представить решение через промежуточные матрицы.



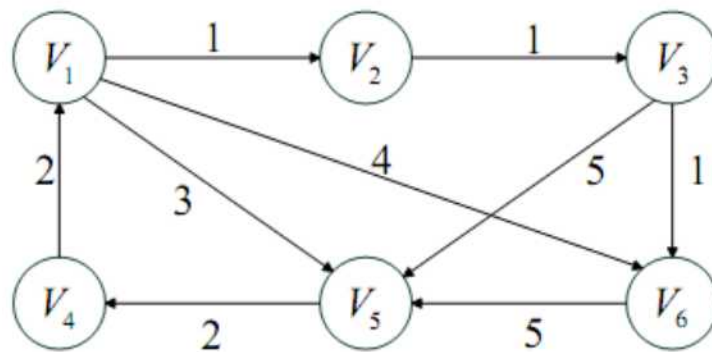
4) Найти максимальный поток на графе. (Увеличивать поток с указанием увеличивающей цепи и количеством единиц, передаваемых по увеличивающей цепи. На каждом шаге изображать новый граф с последующей нумерацией графа.) В ответе указать максимальный поток и результирующий граф.



5) Найти поток минимальной стоимости, состоящий из 6 единиц. (При решении обязательно указывать промежуточные графы и увеличивающие цепи. В ответе изобразить результирующий граф и указать минимальную стоимость потока.)



6) Построить оптимальный маршрут почтальона из вершины  $v_i$ . (В решении построить симметричный граф, указать потоки минимальной стоимости. В ответе указать результирующий граф и оптимальный маршрут почтальона.)





# Фонд практических заданий

## по дисциплине Теория конечных графов

### Практическая работа № 1

Работа оценивается от 0 до 10 баллов в зависимости от степени выполнения. Работа включает в себя проработку теории и индивидуальную практическую работу с графом. В первую работу включены 4 алгоритма.

- 1) Алгоритм Краскала (построение минимального дерева, построение максимального дерева),
- 2) Алгоритм Прима (построение минимального дерева, построение максимального дерева),
- 3) Алгоритм Дейкстры (выбор начальной и конечной вершины должен быть неэлементарным, и путь должен находиться в несколько действий),
- 4) Алгоритм поиска Эйлера цикла в графе.

Задание предполагает наличие электронного вида работы. Прикрепляется на портал. Программирование на любом языке программирования. Граф должен содержать не менее 11 вершин.

В работе должно быть 2 рисунка (исходный и результирующий графы) для алгоритмов Краскала и Прима. Для алгоритма Дейкстры и алгоритма Эйлера – по одному рисунку (исходный граф).

### Практическая работа № 2

Работа оценивается от 0 до 10 баллов в зависимости от степени выполнения. Работа включает в себя проработку теории и индивидуальную практическую работу с графом. Во вторую работу включены 6 алгоритмов.

1. Поиск гамильтонова цикла в графе,
2. Алгоритм Уоршалла-Флойда,
3. Задача построения транзитивного замыкания на графе,
4. Поиск максимального потока в графе,
5. Задача о стоимости потока в  $k$  единиц,  $k \geq 4$ ,
6. Задача почтальона.

Задание предполагает наличие электронного вида работы. Прикрепляется на портал. Программирование на любом языке программирования. Граф должен содержать не менее 7 вершин.