

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН
01.00.00 «Математика и механика»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ»

Рекомендуется для направления подготовки

01.03.01 — Математика

(указываются код и наименование направления подготовки/специальности)

Квалификация (степень) выпускника **бакалавр**

(указывается квалификация (степень) выпускника в соответствии с ОС ВО РУДН)

1. Цели и задачи дисциплины: Курс «Теория вероятностей и случайные процессы» является базовой компонентой обязательной части в рамках направления «Математика». Курс носит теоретический и практический характер.

Целью курса является:

- Развитие профессиональной математической культуры студента.
- Подготовка студента к практическому применению методов теории вероятностей и случайных процессов к математическому моделированию технических и экономических процессов.
- Подготовка студента к продолжению образования по выбранной специальности в магистратуре.

Задачей курса «Теория вероятностей и случайные процессы» является формирование у студентов базовых знаний в области теории вероятностей и математической статистики. Задачей курса является также обучение студентов использованию методов вероятностного анализа данных и построения прикладных вероятностных моделей. Это позволит им при необходимости применять полученные знания и умения при решении прикладных задач в различных областях, связанных с анализом стохастических моделей. В результате обучения они получают умение и навыки правильно оценить сложность научно-исследовательских заданий на разработку прикладных моделей в различных областях, связанных с теорией вероятностей и математической статистикой, аргументировано выбирать метод решения поставленной задачи, а затем экономично и эффективно выполнять компьютерную обработку и анализ данных, а также все необходимые вычисления в рамках поставленной прикладной задачи.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО: Обязательная часть блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Универсальные компетенции			
	-	-	-
Общепрофессиональные компетенции			
	ОПК-1	Математический анализ, Алгебра, Дискретная математика и математическая логика	Математические методы экономического прогнозирования
Профессиональные компетенции (вид профессиональной деятельности)			
	-	-	-

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1 - Способен применять фундаментальные знания, полученные в области

математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: базовые аспекты теории вероятностей и математической статистики.

Уметь: демонстрировать общенаучные базовые знания математики; приобретать новые научные знания, используя современные образовательные и информационные технологии; применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, решать прикладные задачи статистического анализа и обработки числовых данных, самостоятельно изучать научную литературу в соответствии с профилем обучения, осуществлять целенаправленный поиск информации в сети Интернет, применять современные комплекты программ для решения прикладных задач в области математики и экономики, исследовать и разрабатывать математические модели по тематике проводимых научно-исследовательских проектов.

Владеть: способностью решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр (модуль)
		Сем. 8
		54
В том числе:		
Лекции	32	32
Практические занятия (ПЗ)		
Семинары (С)	40	40
Лабораторные работы (ЛР)		
Самостоятельная работа (всего)	144	144
Общая трудоемкость	час зач. ед.	216
		6

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Вероятностное пространство.	Пространство элементарных исходов. События, действия над ними. Аксиоматическое определение вероятности.
2.	Классическая и геометрические вероятности	Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Гипергеометрическое распределение. Геометрическое определение вероятности. Задача о

		встрече. Задача Бюффона (бросание иглы).
3.	Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности и Байеса.	Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Независимость событий попарно и в совокупности. Пример Бернштейна событий, независимых попарно, но зависимых в совокупности. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4.	Схема Бернулли. Полиномиальная схема	Схема Бернулли, формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Бернулли (закон больших чисел в форме Бернулли). Полиномиальная схема.
5.	Случайные величины и их распределения	Случайная величина. Функция распределения и ее свойства. Дискретная случайная величина. Ряд распределения. Биномиальное, пуассоновское, геометрическое распределения. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения и ее свойства. Равномерное, экспоненциальное, нормальное, гамма-распределения. Функция от случайной величины (вычисление распределений функции от случайной величины для различных случаев).
6.	Многомерные случайные величины и их распределения	Многомерная случайная величина (на примере 2-мерной). Совместная функция распределения и ее свойства. Дискретная двумерная случайная величина. Непрерывная двумерная случайная величина. Совместная плотность распределения и ее свойства. Многомерный нормальный закон. Условные распределения случайных величин. Независимые случайные величины. Функции от двумерной случайной величины (вычисление распределений). Формула свертки.
7.	Числовые характеристики случайных величин	Математическое ожидание случайной величины, его свойства. Дисперсия случайной величины, ее свойства. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин, их свойства. Матрица ковариаций. Моменты высших порядков. Медиана, квантиль, мода, энтропия.
8.	Предельные теоремы ТВ	Неравенство Чебышева. (Слабый) закон больших чисел для независимых одинаково распределенных случайных величин, его обобщения. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин.
9	Основные понятия случайных процессов	Определение случайного процесса. Траектория. Конечномерные распределения. Числовые характеристики.
10	Цепи Маркова	Цепи Маркова: определение. Уравнения Колмогорова-Чепмена. Стационарные цепи Маркова.

5.2 Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практические занятия и лабораторные работы		СРС	Всего час.
			Лаб.	Семин.		

			Зан.	зан.		
1.	Вероятностное пространство. Классическая и геометрическая вероятности	2		4	16	22
2.	Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности и Байеса.	3		4	16	23
3.	Схема Бернулли. Полиномиальная схема	3		4	14	21
4.	Случайные величины и их распределения	4		4	20	28
5.	Многомерные случайные величины и их свойства	6		8	30	44
6.	Числовые характеристики случайных величин	4		6	20	30
7.	Предельные теоремы ТВ	4		4	12	20
8.	Основные понятия случайных процессов	2		2	6	10
9.	Цепи Маркова	4		4	10	18
Итого		32		40	144	216

6. Лабораторный практикум -- не предусмотрено.

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)
1.	1	Пространство элементарных исходов. События, действия над ними. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Гипергеометрическое распределение.	2
2.	1	Геометрическое определение вероятности. Задача о встрече. Задача Бюффона (бросание иглы).	2
3.	2	Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Независимость событий попарно и в совокупности. Пример Бернштейна.	2
4.	2	Формула полной вероятности. Формула Байеса.	2
5.	3	Схема Бернулли, формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.	3
6.	3	Полиномиальная схема.	1
7.	4	Случайная величина. Функция распределения и ее свойства. Дискретная случайная величина. Ряд распределения.	1

8.	4	Непрерывная случайная величина. Плотность распределения и ее свойства. Функция от случайной величины	3
9.	5	Многомерная случайная величина (на примере 2-мерной). Совместная функция распределения и ее свойства. Дискретная двумерная случайная величина.	2
10.	5	Непрерывная двумерная случайная величина. Совместная плотность распределения и ее свойства.	4
11.	5	Функции от двумерной случайной величины (вычисление распределений). Формула свертки.	6
12.	6	Математическое ожидание случайной величины, его свойства. Дисперсия случайной величины, ее свойства.	3
13.	6	Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин, их свойства. Матрица ковариаций.	3
14.	7	Неравенство Чебышева.	2
15.	7	Центральная предельная теорема	2
16.	8	Основные понятия случайных процессов	2
17.	9	Цепи Маркова	4
Итого			40

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения учебных занятий (в том числе для практического и лекционного типов занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации).

Компьютерные (дисплейные) классы с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета для проведения обучающимися самостоятельной работы и компьютерного тестирования обучающихся (при необходимости).

9. Информационное обеспечение дисциплины

а) программное обеспечение:

- продукты Microsoft - операционная система, пакет офисных приложений, MS Teams и др. (подписка Enrollment for Education Solutions (EES))
- программное обеспечение со свободной лицензией (free):
 - браузер Chrome (лицензия Google Chrome Terms of Service)
 - медиа-плеер (например, VLC Media Player, лицензия GPL-2)
 - Adobe Reader (лицензия Adobe Software License Agreement)
 - офисный пакет LibreOffice (лицензия MPL-2.0)

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

- библиотека РУДН: <http://lib.rudn.ru/>
- ТУИС РУДН: <https://esystem.rudn.ru/>

10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Физматлит. 2005
2. Зарядов И.С., Козырев Д.В., Милованова Т.А., Разумчик Р.В. «Сборник задач по теории

- вероятностей и математической статистике»: учебное пособие.- Москва: РУДН, 2014. – 140 с.: ил.
3. Вентцель Е.С., овчаров Л.А. «Теория случайных процессов»: учебное пособие для ВТУЗов – Москва: Высшая школа, 2000. - 383 с.: ил.
- б) дополнительная литература:
4. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: изд. ЮНИТИ-ДАНА, 2006, 576 с
 5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа. 2003
 6. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистики. - М.: Высшая школа, 1979.
 7. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: «Наука», Физматлит, 1968 (либо последующие переиздания)
 8. Климов Г. П. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Изд-во МГУ. 1983.

11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля):

Изучение дисциплины начните с выбора учебника и пособия по решению задач.

Первая тема курса имеет особое значение, так как в ней излагаются основы теории вероятностей, без понимания и усвоения которых дальнейшее изучение вызовет значительные затруднения.

Непосредственно подсчитать вероятность события возможно только в задачах, соответствующих экспериментам с конечным числом равновозможных несовместных исходов. При этом подсчёт числа элементов различных подмножеств пространства элементарных событий осуществляется по формулам и правилам комбинаторики.

Чаще всего вероятность события вычисляется по формулам сложения и умножения вероятностей. Для этого сложное событие надо при помощи операций над событиями выразить через простейшие события, вероятности которых уже известны.

При использовании формулы Байеса следует следить за тем, чтобы сформулированные гипотезы образовывали полную группу несовместных событий.

Понятие случайной величины относится к важнейшим понятиям теории вероятностей. При рассмотрении случайных величин главную роль играет не пространство элементарных событий, на котором определена случайная величина как числовая функция, а закон распределения этой случайной величины. Случайные величины условно разделяют на два вида: дискретные и непрерывные. Универсальным способом задания закона распределения случайной величины является функция распределения. Обратите внимание надо также на нормальный закон распределения, так как он имеет важнейшее практическое значение.

При изучении двумерных случайных величин не возникнет трудностей, если предыдущие темы хорошо усвоены. Для двумерных случайных величин вводятся понятия, аналогичные соответствующим понятиям для одномерных случайных величин. Однако появляются и новые понятия, такие как условные распределения, зависимость случайных величин.

Очень важно научиться считать числовые характеристики случайной величины, т.е. констант, характеризующих наиболее важные черты её закона распределения. Особенно важно уяснить вероятностный смысл основных числовых характеристик (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение).

Предельные теоремы теории вероятностей выражают связь теории вероятностей с практикой и являются основой для статистических исследований.

11.1 Структура практических (лабораторных) занятий

Решение задач по темам, предусмотренным настоящей программой.

11.2. Самостоятельная работа студента

Выполнение проверочных (индивидуальных) работ. Подготовка к итоговому контролю знаний.

11.3. Примерный перечень вопросов промежуточного и итогового контроля знаний

Для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов рекомендуется использовать вопросы и задания подобные перечисленным ниже:

Типовые вопросы для итогового контроля знаний (Сем. 8):

1. Пространство элементарных исходов. События, действия над ними. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство.
2. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Гипергеометрическое распределение. Геометрическое определение вероятности. Задача о встрече. Задача Бюффона (бросание иглы).
3. Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Независимость событий попарно и в совокупности. Формула объединения для независимых событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Схема Бернулли, формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Полиномиальная схема.
5. Случайная величина. Функция распределения и ее свойства. Дискретная случайная величина. Ряд распределения. Биномиальное, пуассоновское, геометрическое распределения. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения и ее свойства. Равномерное, экспоненциальное, нормальное, гамма-распределение. Функция от случайной величины (дискретный и непрерывный случаи).
6. Двумерная случайная величина. Совместная функция распределения и ее свойства (с доказательствами).
7. Дискретная двумерная случайная величина. Совместный ряд распределения. Частные ряды распределения.
8. Непрерывная двумерная случайная величина (определение). Совместная плотность распределения и ее свойства (с доказательствами).
9. Функция от двумерной случайной величины (дискретный и непрерывный случаи). Формула свертки (с доказательством).
10. Математическое ожидание случайной величины и его свойства (с доказательством).
11. Дисперсия случайной величины и ее свойства (с доказательством). Среднее квадратическое отклонение.
12. Ковариация случайных величин и ее свойства (с доказательством). Коэффициент корреляции и его свойства.
13. Центральная предельная теорема (без доказательства).
14. Неравенство Чебышева (без доказательства).
15. Закон больших чисел (с доказательством).
16. Характеристическая функция и ее свойства. Преобразование Лапласа и его свойства. Преобразование Лапласа-Стилтьеса и его свойства. Производящая функция и ее свойства.
17. Центральная предельная теорема.
18. Определение случайного процесса. Траектория. Функция распределения. Числовые характеристики.
19. Определение цепи Маркова. Матрица вероятностей перехода. Уравнение Колмогорова-Чепмена.
20. Теорема о предельных вероятностях конечной цепи Маркова. Система уравнений

равновесия.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

ФОС по дисциплине представлен в приложении к данной программе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

Разработчики:

доцент кафедры
прикладной информатики
и теории вероятностей

 Т.А. Милованова

Заведующий кафедрой
прикладной информатики и теории вероятностей,

д.т.н., проф.



К.Е. Самуйлов

Руководитель программы

профессор Математического института
им. С.М. Никольского, д.ф.-м.н., профессор



А.В. Фаминский

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

*Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей
(наименование кафедры)*

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ

01.03.01 "Математика"

(код и наименование направления подготовки)

(наименование профиля подготовки)

бакалавр

Квалификация (степень) выпускника

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

Направление: 01.03.01 Математика

Дисциплина: Теория вероятностей и случайные процессы, семестр 4, модуль 8

Код контр . компетенци и или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Формы контроля уровня освоения ООП		Баллы темы	Баллы раздела
			Выполнение контрольных работ	Рубежный контроль		
ОПК-1	Классическая вероятность. Основные формулы, определения и теоремы	Вероятностное пространство. Классическая вероятность. Комбинаторика Геометрическая вероятность	20	5	25	50
		Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности и Байеса. Схема Бернулли, формула Бернулли, теорема Пуассона, теоремы Муавра-Лапласа, полиномиальная схема	20	5	25	
ОПК-1	Случайные величины. Числовые характеристики СВ. Предельные теоремы ТВ. Основные понятия случайных процессов	Одномерные СВ	20	5	25	50
		Двумерная случайная величина.	20	5	25	
ИТОГО:			80	20	100	100

БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

по дисциплине Теория вероятностей и случайные процессы,

Сводная оценочная таблица дисциплины

№	Раздел	Тема	Формы контроля уровня освоения ООП		Баллы темы	Баллы раздела
			Выполнение контрольных работ	Рубежный контроль		
1	Классическая вероятность. Основные формулы, определения и теоремы	Вероятностное пространство. Классическая вероятность. Комбинаторика Геометрическая вероятность	20	5	25	50
		Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности и Байеса Схема Бернулли	20	5	25	
2	Случайные величины. Числовые характеристики СВ.	Одномерные СВ Числовые характеристики СВ	20	5	25	50
		Двумерные случайные величины	20	5	25	
			80	20	100	100

Соответствие систем оценок (используемых ранее оценок итоговой академической успеваемости, оценок ECTS и балльно-рейтинговой системы (БРС) оценок текущей успеваемости) (В соответствии с Приказом Ректора № 564 от 20.06.2013 г.):

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки ECTS
86 – 100	5	95 - 100	5+	A
		86 - 94	5	B
69 – 85	4	69 - 85	4	C
51 – 68	3	61 - 68	3+	D
		51 - 60	3	E
0 – 50	2	31 - 50	2+	FX
		0 - 30	2	F

1. Раздел (тема) учебной дисциплины считается освоенной, если студент набрал более 50% от числа баллов, предусмотренных за данный раздел (тему) (Приказ Ректора № 564 от 20.06.2013, пункт 4.8).

2. Студент не может быть аттестован по дисциплине, если им не освоены все темы всех разделов дисциплины, указанные в Сводной оценочной таблице. (Приказ Ректора № 564 от 20.06.2013, пункт 4.9).
3. По решению преподавателя и с согласия студентов, не освоивших отдельные разделы (темы) дисциплины, в течение учебного семестра могут быть повторно проведены мероприятия текущего контроля успеваемости (контрольные работы). При этом студентам за данную работу засчитывается минимально возможный положительный балл. (Приказ Ректора № 564 от 20.06.2013, пункт 4.10).
4. При выполнении студентом повторного прохождения мероприятий текущего контроля, полученные им баллы засчитываются в конкретные темы. При этом предыдущие баллы, полученные по учебным заданиям обнуляются. Итоговая сумма баллов не может превышать максимального количества баллов, установленного по данным темам (в соответствии с приказом ректора № 564 от 20.06.2013 г.)
5. Контрольные работы проводятся только во время аудиторных занятий по дисциплине в соответствии с программой дисциплины и расписанием учебных занятий. (Приказ Ректора № 258 от 25.03.2013, пункт 4.6).
6. Студент, набравший менее 30% от максимально возможного на момент рубежной аттестации количества баллов, считается неуспевающим по данной дисциплины. (Приказ Ректора № 258 от 25.03.2013, пункт 4.14).
7. Переписывание контрольных работ осуществляется два раза в модуль, при этом переписываются две контрольные работы, по которым у студента минимальное число баллов. Перед написанием контрольной работы или перед переписыванием проводится консультация с разбором типичных заданий и (или) типичных ошибок в этих заданиях.
8. Во время контрольной работы студентам запрещается использовать конспекты семинарских и лекционных занятий (если это не разрешено преподавателем), а также мобильные и компьютерные устройства (**Приказ Ректора № 598 от 22.06.2012**). В случае нарушения со стороны студента преподаватель имеет право оценить результаты контрольной работы в ноль баллов.
9. Рубежный контроль знаний содержит два вопроса. На подготовку студенту отводится не более одного часа, после чего производится устный опрос. Список вопросов к рубежному контролю должен быть вывешен на странице кабинета преподавателя и (или) выдан студентам не позднее, чем за три недели до проведения мероприятия.
10. На рубежном контроле знаний запрещается использовать учебные материалы (если не разрешено преподавателем), мобильные и компьютерные устройства. Студенту, пойманному за списыванием либо использующему мобильные (компьютерные) устройства, автоматически ставится ноль баллов за рубежный контроль знаний. (Приказ Ректора № 797 от 27.09.2012).
11. Если в итоге за семестр студент получил менее 31 балла, то студенту выставляется оценка F и студент должен повторить эту дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил от 31 до 50 баллов (FX), то студенту разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов. Ликвидация задолженности возможна не более двух раз, причем первая пересдача проводится в период сессии до начала каникул (Приказ Ректора № 258 от 25.03.2013, пункты 8.2-8.3). Вторая пересдача по дисциплине проводится в течение четырех недель с начала следующего учебного семестра (Приказ Ректора № 258 от 25.03.2013, пункт 8.7) и принимается комиссией, назначаемой деканом факультета (Приказ Ректора № 258 от 25.03.2013, пункты 8.8-8.11).

Примерный перечень оценочных средств

п / п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i>Аудиторная работа</i>			
1	Проверочные работы	Средство контроля, организованное в конце аудиторного занятия, на котором обучающимся необходимо самостоятельно продемонстрировать усвоение учебного материала этого занятия.	Примеры заданий
2	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимся	Вопросы по темам/разделам дисциплины
3	Контрольная работа	Средство контроля, организованное как аудиторное занятие, на котором обучающимся необходимо самостоятельно продемонстрировать усвоение учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Экзамен	Оценка работы студента в течение семестра (года, всего срока обучения и др.) и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных им теоретических и практических знаний, приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления, умение синтезировать полученные знания и применять их в решении практических задач.	Примеры заданий/вопросов, пример экзаменационного билета
<i>Самостоятельная работа</i>			
1	Домашняя работа	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения типового расчета

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1 (образец)

1. Пространство элементарных исходов. События, действия над ними.
2. Функция от случайной величины (дискретный и непрерывный случаи).

Составитель

Т.А. Милованова

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Критерии оценки:

Первый вопрос в экзаменационном билете из первого раздела, второй вопрос в экзаменационном билете из второго раздела. Каждый вопрос оценивается в 10 баллов.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ:

1 раздел

1. Пространство элементарных исходов. События, действия над ними. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство.
2. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Гипергеометрическое распределение. Геометрическое определение вероятности. Задача о встрече. Задача Бюффона (бросание иглы).
3. Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Независимость событий попарно и в совокупности. Формула объединения для независимых событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Схема Бернулли, формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Полиномиальная схема.

2 раздел

5. Случайная величина. Функция распределения и ее свойства. Дискретная случайная величина. Ряд распределения. Биномиальное, пуассоновское, геометрическое распределения. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения и ее свойства. Равномерное, экспоненциальное, нормальное, гамма-распределение. Функция от случайной величины (дискретный и непрерывный случаи).
6. Двумерная случайная величина. Совместная функция распределения и ее свойства (с доказательствами).
7. Дискретная двумерная случайная величина. Совместный ряд распределения. Частные ряды распределения.
8. Непрерывная двумерная случайная величина (определение). Совместная плотность распределения и ее свойства (с доказательствами).
9. Функция от двумерной случайной величины (дискретный и непрерывный случаи). Формула свертки (с доказательством).

10. Математическое ожидание случайной величины и его свойства (с доказательством).
11. Дисперсия случайной величины и ее свойства (с доказательством). Среднее квадратическое отклонение.
12. Ковариация случайных величин и ее свойства (с доказательством). Коэффициент корреляции и его свойства.
13. Центральная предельная теорема (без доказательства).
14. Неравенство Чебышева (без доказательства).
15. Закон больших чисел (с доказательством).
16. Характеристическая функция и ее свойства. Преобразование Лапласа и его свойства. Преобразование Лапласа-Стилтьеса и его свойства. Производящая функция и ее свойства.
17. Центральная предельная теорема.
18. Определение случайного процесса. Траектория. Функция распределения. Числовые характеристики.
19. Определение цепи Маркова. Матрица вероятностей перехода. Уравнение Колмогорова-Чепмена.
20. Теорема о предельных вероятностях конечной цепи Маркова. Система уравнений равновесия.

Образцы вариантов для контрольной работы

по дисциплине Теория вероятностей и случайные процессы

(наименование дисциплины)

Контрольная работа № 1 (образец).

1. Из 30 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент знает 20. Найти вероятность того, что студент ответит на два из трех заданных ему вопроса.
2. Из чисел $1, 2, \dots, 20$ случайным образом выбирают два числа. $A = \{\text{выбрано хотя бы одно простое число}\}$, $B = \{\text{выбрано хотя бы одно четное число}\}$. Найти вероятности событий A и B .
3. Стержень длиной 200 мм наугад ломается на три части. Определить вероятность того, что хотя бы одна часть стержня между точками излома будет не более 10 мм.
4. В урне 12 пронумерованных шаров. Извлекают случайным образом 1 шар. $A = \{\text{шар с номером большим, чем } 3\}$, $B = \{\text{шар с номером меньшим, чем } 7\}$.
 - 1) Что означает событие $\overline{A \cap B}$?
 - 2) Найдите вероятность этого события.
5. Рабочий изготовил n деталей. Пусть событие $A_i = \{i\text{-ая деталь, изготовленная рабочим, имеет дефект}\}$, $i = \overline{1, 5}$.
 - 1) Записать событие, заключающееся в том, что ни одна из деталей не имеет дефектов, используя алгебру событий.
 - 2) Найти вероятность полученного события, если известно, что вероятность изготовления рабочим дефектной детали равна $0,1$.

Критерии оценки:

Каждая задача контрольной работы 1 оценивается из 4 баллов.

Контрольная работа № 2 (образец).

1. Из колоды в 36 карт наугад извлекается одна карта. События: $A = \{\text{вынутая карта—туз}\}$, $B = \{\text{вынутая карта черной масти}\}$, $C = \{\text{вынутая карта—фигура, т.е. валет, дама, король или туз}\}$. Установить пары независимых событий.
2. Однотипные приборы выпускаются тремя заводами в количественном отношении 1:2:3, причем вероятности брака для этих заводов соответственно равны 3%, 2%, 1%. Прибор, приобретенный научно-исследовательским институтом, оказался бракованным. Какова вероятность того, что этот прибор произведен первым заводом.
3. В автобусе едут 5 пассажиров, каждый из них может выйти на остановке с вероятностью 0,8. Также на остановке может никто не войти с вероятностью 0,5 и с равными вероятностями может войти один или два пассажира (более двух войти не может). Что вероятнее: в автобусе после остановки будет 4 или 6 пассажиров?
4. В равносторонний треугольник со стороной 3 вписан круг. Внутри треугольника независимо друг от друга наудачу выбираются 5 точек. Найти вероятность того, что по крайней мере 3 из них окажутся внутри круга.
5. По мишени, состоящей из внутреннего круга и двух концентрических колец, производится 10 выстрелов. Вероятности попадания в указанные области при каждом выстреле равны соответственно 0,6, 0,2 и 0,1. Найти вероятность того, что при этом будет 5 попаданий в круг, 3—в первое кольцо и 1 попадание во второе кольцо.

Критерии оценки:

Каждая задача контрольной работы 2 оценивается из 4 баллов.

Контрольная работа № 3 (образец).

1. В ящике содержится 100 карточек, занумерованных числами 1, 2, 3, ..., 99, 100. Из ящика наудачу 200 раз извлекается карточка, после каждого извлечения она кладется обратно. Найти вероятность того, что карточка с цифрой 1 появится ровно 3 раза. (Другой пример задачи: Стрелок попадает в цель при одном выстреле с вероятностью $3/4$. Найти вероятность того, что число попаданий в цель при 1200 выстрелах лежит в пределах между 885 и 930.)
2. Вероятность того, что студент найдет в библиотеке нужную ему книгу, равна 0,4. Рассматривается случайная величина ξ — число библиотек, которые он может посетить, если ему доступны 5 библиотек. Постройте ряд распределения с.в. ξ .
Найдите функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию с.в. ξ .
3. Непрерывная случайная величина ξ имеет следующую плотность распределения:
$$p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x \leq -0,5, \quad 0,5 < x < +\infty, \\ a(1-4x^2), & -0,5 < x \leq 0,5, \end{cases}$$
 - а) Найдите значение константы a .
 - б) Найдите функцию распределения $F_{\xi}(x)$.
 - в) Найдите вероятность того, что в результате испытания с. в. ξ примет значение из интервала $(-0,7;2)$.
4. В условиях задачи 3 рассматривается с.в. $\eta = \xi^2$. Найдите ее плотность распределения, а также математическое ожидание и дисперсию.
5. Известно, что случайная величина ξ имеет нормальное распределение с параметрами $m=50$ и σ , $P\{\xi \in (40;60)\} = 0,7888$. Найдите σ .

Критерии оценки:

Каждая задача оценивается в 4 балла.

Контрольная работа № 4 (образец).

1. Дискретная двумерная случайная величина (ξ, η) задана рядом распределения. Найдите:

$\xi \backslash \eta$	-1	0	1
-1	0,12	0,14	0,21
2	0,25	0,15	0,13

 - а) значение совместной функции распределения $F(x,y)$ в точке $(1;0,5)$;
 - б) распределение, математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\mu = |\eta| \cdot \xi$;
 - в) ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
2. Задана плотность совместного распределения непрерывной двумерной случайной величины (ξ, η) :
$$p_{\xi\eta}(x,y) = \begin{cases} 0, & (x,y) \notin D, \\ Cy, & (x,y) \in D, \end{cases}$$
 где область D — треугольник с вершинами в точках $(0;-1)$; $(1;0)$ и $(-1;0)$. Найдите:
 - а) значение постоянной C ;
 - б) частные плотности распределения случайных величин ξ и η .

3. Независимые непрерывные случайные величины ξ_1 и ξ_2 имеют плотности распределения

$$p_{\xi_1}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin (0;1), \\ 4x^3, & x \in (0;1), \end{cases} \quad p_{\xi_2}(y) = \begin{cases} 0, & y \in (-1;1), \\ \frac{3}{2}y^2, & y \notin (-1;1). \end{cases}$$

Найдите плотность распределения случайной величины $\eta = \xi_1 + \xi_2$.

4. Имеется 1000 параллелепипедов, каждая из сторон которых может принимать значения 0,5 или 1 с вероятностями 0,3 и 0,7 соответственно. С какой вероятностью суммарный объем всех параллелепипедов будет в пределах от 580 до 605?

$$P = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 & 0,4 \\ 0,6 & 0,2 & 0,2 \\ 0,3 & 0,4 & 0,3 \end{pmatrix}$$

5. Матрица вероятностей переходов цепи Маркова равна

$$\begin{pmatrix} 0,7 \\ 0,2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$$

– вектор. Найти:

- а) вероятность того, что через три шага состоянием цепи будет 1.
б) вероятность того, что в моменты $n = 0, 1, 2, 3$ состояниями цепи будут соответственно 1, 3, 3, 2.
в) предельные (финальные) вероятности для данной цепи.

Критерии оценки:

Каждая задача оценивается в 4 балла.

Критерии оценки по дисциплине

95-100 баллов:

- полное выполнение контрольных, проверочных, домашних работ;
- высокий уровень культуры исполнения контрольных, проверочных, домашних работ;
- активное участие в мероприятиях, предусмотренных программой дисциплины;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- выраженная способность самостоятельно и творчески решать поставленные задачи;
- полная самостоятельность и творческий подход при изложении материала по программе дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой дисциплины и преподавателем.

86- 94 балла:

- полное выполнение контрольных, проверочных, домашних работ;
- высокий уровень культуры исполнения контрольных, проверочных, домашних работ;
- систематизированное, глубокое и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- способность самостоятельно решать поставленные задачи в нестандартных производственных ситуациях;
- усвоение основной и дополнительной литературы, нормативных и законодательных актов, рекомендованных программой дисциплины и преподавателем.

69-85 баллов:

- частичное выполнение контрольных, проверочных, домашних работ;
- хороший уровень культуры исполнения контрольных, проверочных, домашних работ;
- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- способность самостоятельно решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- усвоение основной литературы;

51-68 баллов:

- частичное выполнение контрольных, проверочных, домашних работ;
- систематизированное и полное освоение навыков и компетенций по всем разделам программы дисциплины;
- способность решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- удовлетворительное усвоение основной литературы;

31 - 50 баллов – НЕ ЗАЧТЕНО:

- частичное выполнение контрольных, проверочных, домашних работ;
- недостаточно полный объем навыков и компетенции в рамках программы дисциплины;
- неумение использовать в практической деятельности научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными стилистическими и логическими ошибками;
- способность решать проблемы в рамках программы дисциплины;
- удовлетворительное усвоение основной литературы;

0-30 баллов, НЕ ЗАЧТЕНО:

- отсутствие умений, навыков, знаний и компетенции в рамках программы дисциплины;
- невыполнение контрольных, проверочных, домашних работ; отказ от ответа по программе дисциплины;
- игнорирование занятий по дисциплине по неуважительной причине.