

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН
38.00.00 «Экономика и управление»
подгруппа 4 «Бизнес-информатика»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины

«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Рекомендуется для направления подготовки

38.03.05 — Бизнес-информатика

(указываются код и наименования направления(ий) подготовки (специальности (ей) и/или профилей (специализаций))

Квалификация (степень) выпускника бакалавр

(указывается квалификация (степень) выпускника в соответствии с ОС ВО РУДН)

1. Цели и задачи дисциплины: Курс «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла в рамках направления «Бизнес-информатика». Курс носит теоретический и практический характер.

Целью курса является:

- Развитие профессиональной математической культуры студента.
- Подготовка студента к практическому применению методов теории вероятностей и математической статистики к математическому моделированию технических и экономических процессов.
- Подготовка студента к продолжению образования по выбранной специальности в магистратуре.

Задачей курса «Теория вероятностей и математическая статистика» является формирование у студентов базовых знаний в области теории вероятностей и математической статистики. Задачей курса является также обучение студентов использованию методов вероятностного анализа данных и построения прикладных вероятностных моделей. Это позволит им при необходимости применять полученные знания и умения при решении прикладных задач в различных областях, связанных с анализом стохастических моделей. В результате обучения они получают умение и навыки правильно оценить сложность научно-исследовательских заданий на разработку прикладных моделей в различных областях, связанных с теорией вероятностей и математической статистикой, аргументировано выбирать метод решения поставленной задачи, а затем экономично и эффективно выполнять компьютерную обработку и анализ данных, а также все необходимые вычисления в рамках поставленной прикладной задачи.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к *обязательной* части блока 1 учебного плана

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Универсальные компетенции			
	УК-1	Линейная алгебра; Математический анализ Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы	Эконометрика Статистический анализ Анализ данных
Общепрофессиональные компетенции			
	-	-	-
Профессиональные компетенции (вид профессиональной деятельности – научно-исследовательский)			
	ПК-2	Линейная алгебра; Математический анализ; Дискретная математика и комбинаторные алгоритмы	Эконометрика; Статистический анализ; Основы математической теории телекоммуникаций Анализ данных Имитационное моделирование

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
 ПК-2 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

- УК-1.2 Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности

ПК-2 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

- ПК-2.1 Знает базовый математический аппарат, необходимый для решения задач профессиональной деятельности
- ПК-2.2 Умеет применять знания и методы из области математических и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности
- ПК-2.3 Имеет практический опыт решения стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: базовые аспекты теории вероятностей и математической статистики.

Уметь: демонстрировать общенаучные базовые знания математики; приобретать новые научные знания, используя современные образовательные и информационные технологии; применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, решать прикладные задачи статистического анализа и обработки числовых данных, самостоятельно изучать научную литературу в соответствии с профилем обучения, осуществлять целенаправленный поиск информации в сети Интернет, применять современные комплекты программ для решения прикладных задач в области математики и экономики, исследовать и разрабатывать математические модели по тематике проводимых научно-исследовательских проектов.

Владеть: способностью решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестр (модуль)	
		Сем. 3, мод. 6	Сем. 4, мод. 7
Аудиторные занятия (всего)	108	54	54
Лекции	36	18	18
Практические занятия (ПЗ)			
Семинары (С)	72	36	36
Лабораторные работы (ЛР)			
Самостоятельная работа (всего)	144	54	90
Общая трудоемкость час	252	108	144
зач. ед.	7	3	4

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Вероятностное пространство.	Пространство элементарных исходов. События, действия над ними. Сигма-алгебра событий. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство.
2.	Классическая и геометрические вероятности	Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Гипергеометрическое распределение. Геометрическое определение вероятности. Задача о встрече. Задача Бюффона (бросание иглы).
3.	Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности и Байеса.	Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Независимость событий попарно и в совокупности. Пример Бернштейна событий, независимых попарно, но зависимых в совокупности. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4.	Схема Бернулли. Полиномиальная схема	Схема Бернулли, формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Бернулли (закон больших чисел в форме Бернулли). Полиномиальная схема.
5.	Случайные величины и их распределения	Случайная величина. Функция распределения и ее свойства. Дискретная случайная величина. Ряд распределения. Биномиальное, пуассоновское, геометрическое распределения. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения и ее свойства. Равномерное, экспоненциальное, нормальное, гамма-распределения. Функция от случайной величины (вычисление распределений функции от случайной величины для различных случаев).
6.	Многомерные случайные величины и их распределения	Многомерная случайная величина (на примере 2-мерной). Совместная функция распределения и ее свойства. Дискретная двумерная случайная величина. Непрерывная двумерная случайная величина. Совместная плотность распределения и ее свойства. Многомерный нормальный закон. Условные распределения случайных величин. Независимые случайные величины. Функции от двумерной случайной величины (вычисление распределений). Формула свертки.
7.	Числовые характеристики случайных величин	Математическое ожидание случайной величины, его свойства. Дисперсия случайной величины, ее свойства. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин, их свойства. Матрица ковариаций. Моменты высших порядков. Медиана, квантиль, мода, энтропия.
8.	Предельные теоремы ТВ	Неравенство Чебышева. (Слабый) закон больших чисел для независимых одинаково распределенных случайных величин, его обобщения. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин.

9	Общие сведения математической статистики	Задачи математической статистики: оценки неизвестных параметров и проверка статистических гипотез. Основные понятия математической статистики: генеральная совокупность; теоретическая функция распределения; выборка; вариационный и статистический ряды; эмпирическая функция распределения. Теорема Гливенко-Кантелли. Простейшие статистические преобразования: статистики; выборочные характеристики (в том числе дисперсии σ^2 и s^2). Основные распределения математической статистики: нормальное; хи-квадрат (Пирсона); t -распределение (Стьюдента); F -распределение; распределения Колмогорова и омега-квадрат.
10.	Оценки неизвестных параметров	Статистические оценки. Метод моментов: описание метода; свойства оценки. Метод максимального правдоподобия: описание метода; свойства оценки. Оценка неизвестного параметра биномиального распределения. Доверительные интервалы. Построение доверительного интервала для параметра биномиального распределения. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения.
11.	Проверка статистических гипотез	Статистическая гипотеза; основная и конкурирующая, простая, сложная, параметрическая и непараметрическая гипотезы. Критерий, допустимая и критическая области, статистика критерия, ошибки первого и второго рода, уровень значимости, размер, оперативная характеристика и мощность критерия. Критерий согласия хи-квадрат.
12.	Парная линейная регрессия	Метод наименьших квадратов. Уравнение парной линейной регрессии.

5.2 Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практические занятия и лабораторные работы		СРС	Всего час.
			Лаб. Зан.	Семина. зан.		
1.	Вероятностное пространство.	3		4	6	13
2.	Классическая и геометрическая вероятности	3		6	11	20
3.	Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности и Байеса.	3		8	11	22
4.	Схема Бернулли	4		6	9	19
5.	Случайные величины и их распределения	5		12	17	34
6.	Многомерные случайные величины и их свойства	3		8	16	27

7.	Числовые характеристики случайных величин	3		6	7	16
8.	Предельные теоремы ТВ	3		6	12	21
9.	Общие сведения математической статистики	2		4	5	11
10.	Оценки неизвестных параметров	2		3	4	9
11.	Проверка статистических гипотез	3		6	7	16
12.	Парная линейная регрессия	2		3	3	8
Итого		36		72	108	216

6.Лабораторный практикум -- не предусмотрено.

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)
1.	1	Пространство элементарных исходов. События, действия над ними. Сигма-алгебра событий. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство.	4
2.	2	Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Гипергеометрическое распределение.	3
3.	2	Геометрическое определение вероятности. Задача о встрече. Задача Бюффона (бросание иглы).	3
4.	3	Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Независимость событий попарно и в совокупности. Пример Бернштейна.	4
5.	3	Формула полной вероятности. Формула Байеса.	4
6.	4	Схема Бернулли, формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.	3
7.	4	Теорема Бернулли (закон больших чисел в форме Бернулли). Полиномиальная схема.	3
8.	5	Случайная величина. Функция распределения и ее свойства. Дискретная случайная величина. Ряд распределения.	3
9.	5	Непрерывная случайная величина. Плотность распределения и ее свойства.	5
10.	5	Функция от случайной величины	4
11.	6	Многомерная случайная величина (на примере 2-мерной). Совместная функция распределения и ее свойства. Дискретная двумерная случайная величина.	2
12.	6	Непрерывная двумерная случайная величина. Совместная плотность распределения и ее свойства.	2
13.	6	Условные распределения случайных величин. Независимые случайные величины	2
14.	6	Функции от двумерной случайной величины (вычисление распределений). Формула свертки.	2
15.	7	Математическое ожидание случайной величины, его свойства. Дисперсия случайной величины, ее свойства.	2

16.	7	Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин, их свойства. Матрица ковариаций.	2
17.	8	Неравенство Чебышева.	2
18.	8	Центральная предельная теорема	4
19.	9	Основные понятия математической статистики: генеральная совокупность; теоретическая функция распределения; выборка; вариационный и статистический ряды; эмпирическая функция распределения. Простейшие статистические преобразования: статистики; выборочные характеристики	4
20.	10	Метод моментов, метод максимального правдоподобия, доверительные интервалы	3
21.	11	Проверка статистических гипотез. Критерий согласия хи-квадрат.	6
22.	12	Парная линейная регрессия	3
Итого			72

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения учебных занятий (в том числе для практического и лекционного типов занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации).

Компьютерные (дисплейные) классы с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета для выполнения обучающимися самостоятельной работы и проведения компьютерного тестирования обучающихся (при необходимости).

9. Информационное обеспечение дисциплины

а) программное обеспечение:

1. ОС Windows, MS Office (программа корпоративного лицензирования (Microsoft Subscription) Enrollment for Education Solutions), браузер Firefox (лицензия MPL-2.0) или браузер Chrome (лицензия Google Chrome Terms of Service); Adobe Reader (Adobe Software License Agreement)
2. ОС Linux, офисный пакет LibreOffice (лицензия MPL-2.0), ПО для просмотра pdf (например, evince (лицензия GPL-2+ CC-BY-SA-3.0))

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1. Сайт библиотеки РУДН <http://lib.rudn.ru/>
2. ТУИС <http://esystem.pfur.ru/>

10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Бочаров Павел Петрович. Теория вероятностей и математическая статистика [текст] : Учебное пособие / П.П. Бочаров, А.В. Печинкин. - М. : Физматлит, 2005. - 295 с. : ил. - ISBN 5-9221-0633-3 : 153.00. (ЕТ 100)
2. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : Учебное пособие / И.С. Зарядов. - М. : Изд-во РУДН, 2014. - 140 с. : ил. - ISBN 978-5-209-05540-2 : 87.83. (ЕТ 4)
3. Зарядов И.С. Решение задач по теории вероятностей [Текст/электронный ресурс] : Учебно-методическое пособие / И.С. Зарядов, Т.А. Милованова. - Электронные текстовые данные. - М. : Изд-во РУДН, 2012. - 50 с. : ил. - ISBN 978-5-209-04553-3 : 39.30. Режим доступа: <http://lib.rudn.ru/ProtectedView/Book/ViewBook/3082>

б) дополнительная литература:

1. Кремер Наум Шевелевич. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : Учебник для вузов / Н.Ш. Кремер. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юнити-Дана, 2004, 2006. - 573 с. : ил. - ISBN 5-238-00573-3 : 220.00. (ФБ 6)
2. Гмурман Владимир Ефимович. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : Учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. - 9-е изд., стереот. - М. : Высшая школа, 2003. - 479 с. : ил. - ISBN 5-06-004214-6 : 109.10. (ЕТ 31)
3. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие / В.Е. Гмурман. - Изд. 3-е, перераб. и доп. - Москва : Высшая школа, 1979. - 400 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458330>
4. Гнеденко Борис Владимирович. **Курс теории вероятностей** [текст] : Учебник / Б.В. Гнеденко. - 8-е изд., исправ. и доп. - М. : Едиториал УРСС, 2005. - 448 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 5-354-01091-8 : 256.52. (ЕТ 69)

11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля):

Изучение дисциплины начните с выбора учебника и пособия по решению задач.

Первая тема курса имеет особое значение, так как в ней излагаются основы теории вероятностей, без понимания и усвоения которых дальнейшее изучение вызовет значительные затруднения.

Непосредственно подсчитать вероятность события возможно только в задачах, соответствующих экспериментам с конечным числом равновозможных несовместных исходов. При этом подсчёт числа элементов различных подмножеств пространства элементарных событий осуществляется по формулам и правилам комбинаторики.

Чаще всего вероятность события вычисляется по формулам сложения и умножения вероятностей. Для этого сложное событие надо при помощи операций над событиями выразить через простейшие события, вероятности которых уже известны.

При использовании формулы Байеса следует следить за тем, чтобы сформулированные гипотезы образовывали полную группу несовместных событий.

Понятие случайной величины относится к важнейшим понятиям теории вероятностей. При рассмотрении случайных величин главную роль играет не пространство элементарных событий, на котором определена случайная величина как числовая функция, а закон распределения этой случайной величины. Случайные величины условно разделяют на два вида: дискретные и непрерывные. Универсальным способом задания закона распределения случайной величины является функция распределения. Обратите внимание надо также на нормальный закон распределения, так как он имеет важнейшее практическое значение.

При изучении двумерных случайных величин не возникнет трудностей, если предыдущие темы хорошо усвоены. Для двумерных случайных величин вводятся понятия, аналогичные соответствующим понятиям для одномерных случайных величин. Однако появляются и новые понятия, такие как условные распределения, зависимость случайных величин.

Очень важно научиться считать числовые характеристики случайной величины, т.е. констант, характеризующих наиболее важные черты её закона распределения. Особенно важно уяснить вероятностный смысл основных числовых характеристик (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение).

Предельные теоремы теории вероятностей выражают связь теории вероятностей с практикой и являются основой для статистических исследований.

При изучении основных понятий математической статистики необходимо уяснить разницу между случайной величиной и генеральной совокупностью, между генеральной совокупностью и выборкой. Отметим, что основной целью изучения статистических

данных является установление статистических закономерностей, присущих массовым случайным явлениям. Поэтому особое внимание следует обратить на методы формирования выборки. Различные способы записи выборки служат для удобства анализа имеющихся данных.

Изучение темы проверки статистических гипотез начните с чтения учебного пособия, выучите все новые понятия и определения. Обратите внимание на то, что не всякое предположение может быть статистической гипотезой. Например, высказывание типа – на Марсе есть жизнь – не является статистической гипотезой, так как в ней не идет речь ни о законе распределения, ни о параметрах распределения случайной величины.

11.1 Структура практических (лабораторных) занятий

Решение задач по темам, предусмотренным настоящей программой.

11.2. Самостоятельная работа студента

Выполнение проверочных (индивидуальных) работ. Подготовка к итоговому контролю знаний.

11.3. Примерный перечень вопросов промежуточного и итогового контроля знаний

Для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов рекомендуется использовать вопросы и задания подобные перечисленным ниже:

Типовые вопросы для итогового контроля знаний (1 семестр):

1. Пространство элементарных исходов. События, действия над ними. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство.
2. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Гипергеометрическое распределение. Геометрическое определение вероятности. Задача о встрече. Задача Бюффона (бросание иглы).
3. Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Независимость событий попарно и в совокупности. Формула объединения для независимых событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Схема Бернулли, формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Полиномиальная схема.
5. Случайная величина. Функция распределения и ее свойства. Дискретная случайная величина. Ряд распределения. Биномиальное, пуассоновское, геометрическое распределения. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения и ее свойства. Равномерное, экспоненциальное, нормальное, гамма-распределение. Функция от случайной величины (дискретный и непрерывный случаи).

Типовые вопросы для итогового контроля знаний (2 семестр):

1. Двумерная случайная величина. Совместная функция распределения и ее свойства (с доказательствами).
2. Дискретная двумерная случайная величина. Совместный ряд распределения. Частные ряды распределения.
3. Непрерывная двумерная случайная величина (определение). Совместная плотность распределения и ее свойства (с доказательствами).
4. Условные распределения компонент двумерной случайной величины (дискретный и непрерывный случаи). Независимость случайных величин.
5. Функция от двумерной случайной величины (дискретный и непрерывный случаи). Формула свертки (с доказательством).

6. Математическое ожидание случайной величины и его свойства (с доказательством).
7. Дисперсия случайной величины и ее свойства (с доказательством). Среднее квадратическое отклонение.
8. Ковариация случайных величин и ее свойства (с доказательством). Коэффициент корреляции и его свойства.
9. Неравенство Чебышева (без доказательства).
10. Закон больших чисел (с доказательством).
11. Центральная предельная теорема (без доказательства).
12. Исходные понятия математической статистики: генеральная совокупность, выборка, теоретическая функция распределения.
13. Простейшие статистические преобразования: вариационный ряд, статистический ряд, эмпирическая функция распределения, полигон и гистограмма частот.
14. Выборочные характеристики (выборочное среднее, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение).
15. Статистические оценки параметров распределения.
16. Метод моментов для нахождения точечной оценки параметров распределения.
17. Метод максимального правдоподобия для нахождения точечной оценки параметров распределения.
18. Доверительная вероятность. Доверительный интервал. Алгоритм нахождения доверительного интервала.
19. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень значимости, мощность критерия. Критерий согласия Пирсона (критерий χ^2).

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

ФОС по дисциплине представлен в приложении к данной программе.
Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН.

Разработчики:

доцент кафедры прикладной
информатики и теории вероятностей



Т.А. Милованова

Руководитель программы
Заведующий кафедрой
прикладной информатики и
теории вероятностей



К.Е. Самуйлов

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов»*

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

38.03.05 "Бизнес-информатика"

(код и наименование направления подготовки)

(наименование профиля подготовки)

бакалавр

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

«Теория вероятностей и математическая статистика»
 для направления 38.03.05 Бизнес-информатика ; курс 2 (сем. 3, мод. 6, семестр 4, мод. 7)
Сем 3, модуль 6

Код контр. компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Формы контроля уровня освоения ООП			Баллы темы	Рубежный контроль	Баллы раздела
			Выполнение домашних работ	Выполнение контрольных работ	Проверочные работы			
УК-1, ПК-2	Классическая вероятность. Основные формулы, определения и теоремы	Классическая вероятность.	4	8	5	17	10	50
		Геометрическая вероятность	2	4	1	7		
		Усл. вероятность. Формула полной вероятности и Байеса.	2	4	2	8		
		Схема Бернулли, полиномиальная схема	2	4	2	8		
УК-1, ПК-2	Случайные величины.	Одномерная дискретная СВ	2	5	2	9	10	50
		Одномерная непрерывная СВ	4	9	4	17		
		Основные распределения с.в.	4	6	4	14		
ИТОГО			20	40	20	80	20	100

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

- УК-1.2 Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности

ПК-2 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

- ПК-2.1 Знает базовый математический аппарат, необходимый для решения задач профессиональной деятельности
- ПК-2.2 Умеет применять знания и методы из области математических и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности
- ПК-2.3 Имеет практический опыт решения стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности

Сем. 4, мод. 7

Код контр. компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Формы контроля уровня освоения ООП			Баллы темы	Рубежный контроль	Баллы раздела
			Выполнение домашних работ	Выполнение контрольных работ	Проверочные работы			
УК-1, ПК-2	Двумерные с.в. Числовые характеристики. Предельные теоремы	Дискретная двумерная с.в.	2	3	3	8	10	52
		Непрерывная двумерная с.в.	3	5	3	11		
		Числовые характеристики с.в.	3	5	4	12		
		Неравенство Чебышева, ЦПТ.	3	7	1	11		
УК-1, ПК-2	Математическая статистика. Основные понятия, методы и определения	Основные понятия (выборка, эмпирическое распределение, выборочные характеристики).	2	5	3	10	10	48
		Оценки неизвестных параметров	3	5	2	10		
		Линейная регрессия	3	5	1	9		
		Статистические гипотезы. Критерий Хи-квадрат.	3	5	1	9		
ИТОГО			22	40	18	-	20	100

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

- УК-1.2 Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности

ПК-2 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

- ПК-2.1 Знает базовый математический аппарат, необходимый для решения задач профессиональной деятельности
- ПК-2.2 Умеет применять знания и методы из области математических и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности
- ПК-2.3 Имеет практический опыт решения стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности

Коды компетенций	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине	
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знать	<ul style="list-style-type: none"> • базовые аспекты теории вероятностей и математической статистики
		Уметь	<p>демонстрировать общенаучные базовые знания математики; приобретать новые научные знания, используя современные образовательные и информационные технологии; применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, решать прикладные задачи статистического анализа и обработки числовых данных, самостоятельно изучать научную литературу в соответствии с профилем обучения, осуществлять целенаправленный поиск информации в сети Интернет, применять современные комплекты программ для решения прикладных задач в области математики и экономики, исследовать и разрабатывать математические модели по тематике проводимых научно-исследовательских проектов.</p>
		Владеть	<p>способностью решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне</p>
ПК-2	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знать	<ul style="list-style-type: none"> • базовые аспекты теории вероятностей и математической статистики
		Уметь	<p>демонстрировать общенаучные базовые знания математики; приобретать новые научные знания, используя современные образовательные и информационные технологии; применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, решать прикладные задачи статистического анализа и обработки числовых данных, самостоятельно изучать научную литературу в соответствии с профилем обучения, осуществлять целенаправленный поиск информации в сети Интернет,</p>

			применять современные комплекты программ для решения прикладных задач в области математики и экономики, исследовать и разрабатывать математические модели по тематике проводимых научно-исследовательских проектов.
		Владеть	способностью решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне

Балльно-рейтинговая система оценки уровня знаний

«Теория вероятностей и математическая статистика»

для направления 38.03.05 Бизнес-информатика ; курс 2 (3 и 4 семестры)

Работа в семестре

Максимальное число баллов, набранных в семестре – 100

Сводная оценочная таблица дисциплины (сем. 3, мод. 6)

№	Раздел	Тема	Формы контроля уровня освоения ООП			Баллы темы	Рубежный контроль	Баллы раздела
			Выполнение контрольных работ	Проверочные работы	Работа на занятии, посещаемость			
1	Классическая вероятность . Основные формулы, определения и теоремы	Классическая вероятность.	8	6	2	16	10	50
		Геометрическая вероятность	4	0	1	5		
		Усл. вероятность. Формула полной вероятности и Байеса.	4	6	2	12		
		Схема Бернулли, полиномиальная схема	4	6	1	11		
2	Случайные величины.	Одномерная дискретная СВ	5	6	1	12	10	50
		Одномерная непрерывная СВ	9	6	2	17		
		Основные распределения с.в.	6	0	1	7		
ИТОГО			40	30	10	80	20	100

Сводная оценочная таблица дисциплины (сем. 4, мод. 7)

№	Раздел	Тема	Формы контроля уровня			Баллы	Рубежный контроль	Баллы раздела
			Выполнение контрольных работ	Проверочные работы	Работа на занятии, посещаемость			
1	Двумерные с.в. Числовые характеристики. Предельные теоремы	Дискретная двумерная с.в.	3	6	1	10	10	53
		Непрерывная двумерная с.в.	5	6	2	13		
		Числовые характеристики с.в.	5	6	1	12		
		Неравенство Чебышева, ЦПТ.	7	0	1	8		
2	Математическая статистика. Основные понятия, методы и определения	Основные понятия (выборка, эмпирическое распределение, выборочные характеристики)	5	6	1	12	10	47
		Оценки неизвестных параметров	5	3	1	9		
		Линейная регрессия	5	3	1	9		
		Статистические гипотезы. Критерий Хи-квадрат.	5	0	2	7		
ИТОГО			40	30	10	-	20	100

Таблица соответствия баллов и оценок

Баллы БРС	Традиционные оценки РФ	Оценки ECTS
95 - 100	5	A
86 - 94		B
69 - 85	4	C
61 - 68	3	D
51 - 60		E
31 - 50	2	FX
0 - 30		F
	Зачет	Passed

Правила применения БРС

1. Раздел (тема) учебной дисциплины считаются освоенными, если студент набрал более 50 % от возможного числа баллов по этому разделу (теме).
2. Студент не может быть аттестован по дисциплине, если он не освоил все темы и разделы дисциплины, указанные в сводной оценочной таблице дисциплины.
3. По решению преподавателя и с согласия студентов, не освоивших отдельные разделы (темы) изучаемой дисциплины, в течение учебного семестра могут быть повторно проведены мероприятия текущего контроля успеваемости или выданы дополнительные учебные задания по этим темам или разделам. При этом студентам за данную работу засчитывается минимально возможный положительный балл (51 % от максимального балла).
4. При выполнении студентом дополнительных учебных заданий или повторного прохождения мероприятий текущего контроля полученные им баллы засчитываются за конкретные темы. Итоговая сумма баллов не может превышать максимального количества баллов, установленного по данным темам.
5. График проведения письменных контрольных работ формируется в соответствии с календарным планом курса.
6. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
7. Разрешается переписывать контрольную работу (пересдать контрольный тест), если по ней получено менее половины планируемых баллов, при этом по усмотрению преподавателя аннулируются ранее полученные по этой контрольной работе баллы.
8. Использование источников (в том числе конспектов лекций и лабораторных занятий) во время выполнения письменной контрольной работы (контрольного теста) возможно только с разрешения преподавателя.
9. Время, которое отводится студенту на выполнение письменной работы (контрольного теста), устанавливается преподавателем. По завершении отведенного времени студент должен сдать работу преподавателю (закончить тестирование), вне зависимости от того, завершена она или нет.
10. При выставлении баллов за посещение занятий учитывается наличие собственного лекционного материала и активная работа студента на занятиях.
11. Отсрочка в переписывании контрольных работ и сдаче домашнего задания считается уважительной только в случае болезни студента, что подтверждается наличием у него медицинской справки. В этом случае выполнение контрольных мероприятий осуществляется после выздоровления студента в срок, назначенный преподавателем.
12. Студент допускается к итоговой контрольной работе с любым количеством баллов, набранном в семестре, но при условии, что у студента имеется теоретическая возможность получить за весь курс не менее 31 балла.
13. Если в итоге за семестр студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и студент должен повторить эту дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т. е. FX, то студенту разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов. Добор баллов осуществляется путем повторного однократного выполнения предусмотренных контрольных мероприятий, при этом по усмотрению преподавателя аннулируются соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в период с 07.02 по 28.02 (с 07.09 по 28.09) по согласованию с деканатом.
14. Итоговая контрольная оценка знаний оценивается из 20 баллов независимо от оценки, полученной в семестре. Форма проведения письменная контрольная работа с устным опросом по работе.

Примерный перечень оценочных средств

п/ п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
<i>Аудиторная работа</i>			
1	Проверочные работы	Средство контроля, организованное в конце аудиторного занятия, на котором обучающимся необходимо самостоятельно продемонстрировать усвоение учебного материала этого занятия.	Примеры заданий
2	Контрольная работа	Средство контроля, организованное как аудиторное занятие, на котором обучающимся необходимо самостоятельно продемонстрировать усвоение учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
3	Экзамен	Оценка работы студента в течение семестра (года, всего срока обучения и др.) и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных им теоретических и практических знаний, приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления, умение синтезировать полученные знания и применять их в решении практических задач.	Примеры заданий/вопросов, пример экзаменационного билета
<i>Самостоятельная работа</i>			
1	Домашняя работа	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий для выполнения типового расчета

Комплект экзаменационных билетов

Дисциплина *Теория вероятностей и математическая статистика*
(наименование дисциплины)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1 (образец)

1. Пространство элементарных исходов. События, действия над ними.
2. Функция от случайной величины (дискретный и непрерывный случаи).

Составитель

Т.А. Милованова

Заведующий кафедрой

К.Е. Самуйлов

Критерии оценки:

Первый вопрос в экзаменационном билете из первого раздела, второй вопрос в экзаменационном билете из второго раздела. Каждый вопрос оценивается в 10 баллов.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ:

Сем 3, мод. 6

Первый раздел

1. Пространство элементарных исходов. События, действия над ними. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятностей (с доказательствами).
2. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Гипергеометрическое распределение. Геометрическое определение вероятности. Задача о встрече. Задача Бюффона (бросание иглы).
3. Условная вероятность. Теорема умножения (с доказательством). Независимость событий попарно и в совокупности. Формула объединения для независимых событий (с выводом). Формула полной вероятности (с выводом). Формула Байеса (с выводом).
4. Схема Бернулли, формула Бернулли (с выводом). Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Полиномиальная схема (с выводом).

Второй раздел

5. Случайная величина. Функция распределения и ее свойства (с доказательствами). Дискретная случайная величина. Ряд распределения. Биномиальное, пуассоновское, геометрическое распределения. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения и ее свойства (с доказательствами). Равномерное, экспоненциальное, нормальное, гамма-распределение. Функция от случайной величины (дискретный и непрерывный случаи).

Сем 4, мод. 7

Первый раздел

20. Двумерная случайная величина. Совместная функция распределения и ее свойства (с доказательствами).
21. Дискретная двумерная случайная величина. Совместный ряд распределения. Частные ряды распределения.

22. Непрерывная двумерная случайная величина (определение). Совместная плотность распределения и ее свойства (с доказательствами).
23. Условные распределения компонент двумерной случайной величины (дискретный и непрерывный случаи). Независимость случайных величин.
24. Функция от двумерной случайной величины (дискретный и непрерывный случаи). Формула свертки (с доказательством).
25. Математическое ожидание случайной величины и его свойства (с доказательством).
26. Дисперсия случайной величины и ее свойства (с доказательством). Среднее квадратическое отклонение.
27. Ковариация случайных величин и ее свойства (с доказательством). Коэффициент корреляции и его свойства.
28. Неравенство Чебышева (без доказательства).
29. Закон больших чисел (с доказательством).
30. Центральная предельная теорема (без доказательства).

Второй раздел

31. Исходные понятия математической статистики: генеральная совокупность, выборка, теоретическая функция распределения.
32. Простейшие статистические преобразования: вариационный ряд, статистический ряд, эмпирическая функция распределения, полигон и гистограмма частот.
33. Выборочные характеристики (выборочное среднее, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение).
34. Статистические оценки параметров распределения.
35. Метод моментов для нахождения точечной оценки параметров распределения.
36. Метод максимального правдоподобия для нахождения точечной оценки параметров распределения.
37. Доверительная вероятность. Доверительный интервал. Алгоритм нахождения доверительного интервала.
38. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень значимости, мощность критерия.
39. Критерий согласия Пирсона (критерий χ^2).
40. Парная линейная регрессия.

Оформление задания для проверочной работы

Кафедра ПРИКЛАДНОЙ ИНФОРМАТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
(наименование кафедры)

Проверочная работа

по дисциплине Теория вероятностей и математическая статистика
(наименование дисциплины)

Образцы проверочных работ:

Сем 3, мод. 6

Проверочная работа 1 (образцы).

1. Из колоды игральных карт (52 шт.) извлекают одну. Построить пространство элементарных исходов Ω .
2. В квадрате со стороной 2 случайным образом отмечается точка A . Построить пространство элементарных исходов Ω .
3. Симметричная монета бросается 4 раза. Построить пространство элементарных исходов Ω .

Проверочная работа 2 (образцы).

4. Рабочий изготовил n деталей. Пусть событие $A_i = \{i\text{-ая деталь, изготовленная рабочим, имеет дефект}\}$, $i=1, n$. Записать событие, заключающееся в том, что ни одна из деталей не имеет дефектов, используя алгебру событий.
5. В урне 12 пронумерованных шаров. Извлекают случайным образом 1 шар. $A = \{\text{шар с номером большим, чем 3}\}$, $B = \{\text{шар с номером меньшим, чем 7}\}$. Что означает событие $\overline{A \cap B}$?

Проверочная работа 3 (образцы).

6. Доказать, что $A \cup \overline{AB} = A \cup B$, где A и B — случайные события.
7. Совместны ли события A и $\overline{A \cup B}$?
8. Опыт состоит в том, что стрелок производит 3 выстрела по мишени. Событие A_k — попадание в мишень при k -м выстреле ($k = 1, 2, 3$). Выразить через A_k событие B — два попадания.

Проверочная работа 4 (образцы).

9. Расписание одного дня содержит 5 уроков. Определите количество таких расписаний при выборе из 11 дисциплин.
10. Комиссия состоит из председателя, его заместителя и еще пяти человек. Сколькими способами члены комиссии могут распределить между собою обязанности?

Проверочная работа 5 (образцы).

11. Из 30 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент знает 20. Найти вероятность того, что студент ответит на два из трех заданных ему вопроса.
12. Из колоды в 36 карт извлекают 4 карты. Найти вероятность того, что все извлеченные карты пиковой масти.

Проверочная работа 6 (образец).

13. В прямоугольник с вершинами в точках (a_1, b_1) , (a_2, b_2) , (a_3, b_3) и (a_4, b_4) случайным образом бросается точка A с координатами (x, y) . Изобразите вероятностное пространство и событие $C = \{\text{координаты точки удовлетворяют условию } (x - c)^2 + d \leq \dots\}$

$y \leq f \cdot x + k$ }, где $(a_1, b_1) = (0; 0)$; $(a_2, b_2) = (4; 0)$; $(a_3, b_3) = (0; 4)$; $(a_4, b_4) = (4; 4)$; $c = 2$; $d = 0$; $f = -1$; $k = 0$.

Проверочная работа 7 (образцы).

14. Дано: $P(A) = \frac{3}{14}$, $P(B) = \frac{2}{7}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{7}$. Являются ли события А и В совместными? Являются ли события А и В независимыми?
15. Независимо бросаются две симметричные игральные кости. Событие А состоит в том, что сумма выпавших очков четна, событие В – в том, что она делится на 3. Укажите верное утверждение, касающееся этих событий. Являются ли А и В несовместными, независимыми или дополнительными событиями?
16. Брошена игральная кость один раз. Указать пару противоположных событий среди следующих? Выпало $A = \{5 \text{ очков}\}$, $B = \{4 \text{ очка}\}$, $C = \{\text{более 4 очков}\}$, $D = \{\text{менее 4 очков}\}$, $E = \{\text{менее 5 очков}\}$.

Проверочная работа 8 (образцы).

17. В вычислительной лаборатории имеются 6 клавишных автоматов и 4 полуавтомата. Вероятность того, что автомат не выйдет из строя в течение часа, равна 0.95; для полуавтомата эта вероятность равна 0.8. Студент производит расчет на машине, выбранной наудачу. Опишите гипотезы и найдите их вероятности.
18. Однотипные приборы выпускаются тремя заводами в количественном соотношении 1:2:3, причем вероятности брака для этих заводов соответственно равны 0.3, 0.5, 0.4. Приобретается прибор. Опишите гипотезы и найдите их вероятности.

Проверочная работа 9 (образцы).

19. В помещении 6 лампочек. Вероятность того, что каждая лампочка останется исправной в течение года, равна 0,8. Найти вероятность того, что в течение года придется заменить две лампочки.
20. По мишени произведено 3 выстрела. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,7. Найти вероятность того, что было ровно 2 попадания.

Проверочная работа 10 (образцы).

21. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Какой из приближенных формул надо воспользоваться, чтобы найти вероятность того, что среди 100 новорожденных окажется 50 мальчиков?
22. Завод-изготовитель отправил на базу 12000 доброкачественных изделий. Число изделий, поврежденных при транспортировке, составляет в среднем 0,05%. Какой из приближенных формул надо воспользоваться, чтобы найти вероятность того, что на базу поступит хотя бы 2 поврежденных изделия.

Проверочная работа 11 (образцы).

23. Дан ряд распределения случайной величины ξ . Найдите p .

ξ	-1	0	1	3
P	0,25	0,05	p	0,2

24. Дан ряд распределения дискретной с.в. ξ :
Найдите функцию распределения с.в. ξ .

ξ	0	1
P	0,4	0,6

25. Дан ряд распределения случайной величины ξ . Найдите $P\{|\xi + 1| \leq 1\}$.

ξ	-1	0	1	3
P	0,2	0,5	0,1	0,2

Проверочная работа 12 (образцы).

26. Из 33 карточек с написанными на них буквами русского алфавита наугад извлекают 3 карточки и выкладывают в ряд в порядке поступления. Рассматривается с.в. ξ —число гласных букв среди вынутых. Найти распределение с.в. ξ (записать ряд распределения).

27. Из четырех карточек с номерами 1, 2, 3, 4 последовательно наугад без возвращения выбирают две. С. в. ξ —сумма цифр на этих карточках. Построить ряд распределения с. в. ξ .

Проверочная работа 13 (образцы).

28. Может ли функция распределения некоторой случайной величины иметь вид $F(x) = e^{-x}$. Ответ объяснить.

Проверочная работа 14 (образцы).

29. Функция распределения непрерывной с. в. имеет вид $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 1 - \frac{1}{x^3}, & x > 1. \end{cases}$ Найдите плотность распределения этой с. в.

30. Функция распределения непрерывной случайной величины имеет вид $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ kx + b, & -1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$ Найдите k и b .

31. Функция распределения непрерывной с. в. имеет вид $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2, \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{x}{2}, & -2 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2 \end{cases}$ Найдите $P\{|\xi - 1| < 2\}$.

Проверочная работа 15 (образцы).

32. Может ли плотность непрерывной с. в. иметь вид $p(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$ Ответ объяснить.

Проверочная работа 16 (образцы).

33. Плотность распределения непрерывной величины имеет вид $p(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ A \cdot 3^{-x}, & x > 0. \end{cases}$ Найдите A .

34. Плотность распределения непрерывной с. в. ξ имеет вид $p(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4}, & x \geq 1, \\ 0, & x < 1. \end{cases}$ Найдите функцию распределения с. в. ξ .

35. Плотность распределения непрерывной с. в. ξ имеет вид $p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x - 3), & x \in [3; 5], \\ 0, & x \in (-\infty; 3) \cup (5; +\infty). \end{cases}$ Найдите $P\{\xi \in [3; 4]\}$.

Проверочная работа 17 (образцы).

36. С.в. $\xi \sim Binom(5; 0.4)$. Найдите $P\{\xi \in (2; 4)\}$.

37. С.в. $\xi \sim Pois(4)$. Найдите $P\{\xi \leq 2\}$.

38. С.в. $\xi \sim Geom(0.3)$. Найдите $P\{\xi \in (1; 5)\}$.

Проверочная работа 18 (образцы).

39. Случайная величина ξ имеет нормальное распределение с параметрами $m=5, \sigma =0,5$. Найдите вероятность того, что с. в. ξ примет значение из интервала (2;4).

40. С. в. $\xi \sim N(12;3)$. Найдите $P\{\xi < 15\}$.

41. Срок безотказной работы телевизора представляет собой случайную величину $\xi \sim N(12; 3)$. Найдите вероятность того, что телевизор проработает не менее 15 лет.

Проверочная работа 19 (образцы).

42. Дискретная случайная величина ξ имеет ряд распределения:

ξ	-1	-0,5	0	0,5	1
P	0,2	0,15	0,3	0,25	0,1

Найдите распределение с. в. $\eta = \arcsin \xi$.

Проверочная работа 20 (образцы).

43. Непрерывная случайная величина ξ имеет следующую плотность распределения:
 $p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x \leq -0.5, \\ 1, & -0.5 < x \leq 0.5, \\ (\xi - 1)^2, & 0.5 < x < +\infty, \end{cases}$ Найдите плотность распределения с.в. $\eta =$

44. Непрерывная случайная величина ξ имеет следующую плотность распределения
 $p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x \cdot e^{-x}, & x \geq 0. \end{cases}$ Найдите плотность распределения с.в. $\eta = e^{-\xi}$.

Сем 7

Проверочная работа 1 (образцы).

45. Найдите значение константы С:

$\xi \backslash \eta$	0	1
0	0,2	C
1	0,01	0,02
2	0,5	0,1

46. Найдите $F_{\xi}(2)$:

$\xi \backslash \eta$	0	1
0	0,2	0,15
1	0,05	0,2
2	0,25	0,15

47. Найдите ряд распределения с.в. η :

$\xi \backslash \eta$	0	2	4
1	0,2	0	0,4
4	0,1	0,1	0,2

48. Найдите вероятность события $P\{\xi \leq \eta\}$:

$\xi \backslash \eta$	1	3
0	0,25	0,1
1	0,15	0,2
2	0,2	0,1

Проверочная работа 2 (образцы).

49. Непрерывная двумерная с. в. задана совместной функцией распределения $F_{\xi\eta}(x, y) =$
 $\begin{cases} 0, & x < 0 \text{ или } y < 0, \\ xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ x, & 0 \leq x \leq 1, y > 1, \\ y, & x > 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 1, & x > 1, y > 1. \end{cases}$ Найдите функцию распределения с.в. η .

50. Непрерывная двумерная с.в. задана совместной функцией распределения $F(x, y) =$
 $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg(\sqrt{3}x)\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg \frac{y}{\sqrt{3}}\right)$. Найдите функцию распределения с.в. ξ .

51. Непрерывная двумерная с. в. задана совместной плотностью распределения $p_{\xi\eta}(x; y) =$
 $\begin{cases} 0,5 \cdot \sin(x + y), & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right], y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right], \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$ Найдите плотность распределения с.в. η .

52. Непрерывная двумерная с. в. задана совместной плотностью распределения $p_{\xi\eta}(x; y) =$
 $\begin{cases} 0,5 \cdot \sin(x + y), & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right], y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right], \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$ Найдите $F_{\xi\eta}\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right)$.

53. Непрерывная двумерная с. в. задана совместной плотностью распределения $p_{\xi\eta}(x; y) =$
 $\begin{cases} C \cdot \sin(x + y), & x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right], y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right], \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$ Найдите значение константы С.

54. Непрерывная двумерная с. в. задана совместной плотностью распределения $p(x, y) = \begin{cases} 4(y - xy), 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$ Найдите плотность распределения с.в. ξ .

Проверочная работа 3 (образцы).

55. Непрерывная двумерная с. в. задана совместной плотностью распределения $p(x, y) = \begin{cases} 4(y - xy), 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$ Найдите $F_{\xi\eta}(\frac{1}{3}; \frac{1}{2})$.

56. Найдите условное распределение с. в. ξ при условии с. в. η :

$\xi \backslash \eta$	0	1
-2	0,15	0,23
2	0,27	0,35

57. Независимые с. в. ξ и η заданы рядами распределения

ξ	2	4
P	0,7	0,3

η	1	3
P	0,5	0,5

Составить совместный ряд распределения с.в. (ξ, η) .

58. С.в. (ξ, η) задана рядом распределения

$\xi \backslash \eta$	1	2
-1	0,03	0,07
2	0,27	0,63

Являются ли с. в. ξ и η независимыми?

Проверочная работа 4 (образцы).

59. С. в. ξ и η независимы и заданы плотностями распределения $p_{\xi}(x) = \begin{cases} 25xe^{-5x}, x \geq 0, \\ 0, x < 0; \end{cases}$

$p_{\eta}(y) = \begin{cases} 5e^{-5y}, y \geq 0, \\ 0, y < 0. \end{cases}$ Найдите совместную плотность распределения $p_{\xi\eta}(x, y)$.

60. Дано: $p_{\xi\eta}(x, y) = \begin{cases} xy, 0 < x < 1, 0 < y < 2, \\ 0, \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$ Найдите условную плотность распределения с.в. η при условии с.в. ξ .

Проверочная работа 5 (образцы).

61. Найдите распределение с.в. $\mu = \eta - \xi^2$:

$\xi \backslash \eta$	0	1
0	0,2	0,17
1	0,01	0,02
2	0,5	0,1

Проверочная работа 6 (образцы).

62. Задана плотность совместного распределения непрерывной двумерной случайной величины (ξ, η) : $p_{\xi\eta}(x, y) = \begin{cases} C \sin(x + y), 0 \leq x \leq \pi/2, 0 \leq y \leq \pi/2, \\ 0, \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$ Найдите (расставить пределы интегрирования, интеграл и константу C не вычислять) значение функции распределения $F_{\mu}(z)$ случайной величины $\mu = \eta\xi$ в точке $z=1$.

Проверочная работа 7-8 (образцы).

63. Случайная величина ξ задана рядом распределения:

ξ	1	2	3
P	0,2	0,4	0,4

Случайная величина $\eta = \xi^2 + 2\xi$.

- 1) Найдите $M\eta$.
- 2) Найдите $D\xi$.

64. Случайная величина ξ задана рядом распределения: Случайная величина $\eta = 0,25\xi^2 - 0,5\xi$.

ξ	-8	0	8
P	0,3	0,4	0,3

- 1) Найдите $M\xi$.
- 2) Найдите $D\eta$.

Проверочная работа 9 (образцы).

65. Случайная величина ξ задана плотностью распределения $p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \text{ или } x > 3, \\ \frac{2}{5}x, & 2 < x \leq 3. \end{cases}$

Найдите $D\xi$.

66. Случайная величина ξ задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 1 - \frac{1}{x^3}, & x > 1. \end{cases}$ Найдите

$D\xi$.

Проверочная работа 10-11 (образцы).

67. Дано: $\xi=1-2\eta$; $M\eta=0$, $D\eta=1$. Найдите: $M\xi$, $D\xi$, $Cov(\xi;\eta)$.

68. Дано: $\eta=3\xi-\zeta$; случайные величины ξ и ζ независимы; $M\xi=2$, $D\xi=3$, $M\zeta=1$, $D\zeta=1$.
Найдите: $Cov(\xi;\eta)$.

69. Дано: $M\xi=3$, $D\xi=3$, $M\eta=1$, $D\eta=2$, $Cov(\xi,\eta)=2$. Найдите: $D(4\xi-2\eta)$.

Проверочная работа 12-14 (образцы).

70. Запишите в виде вариационного и статистического ряда выборку 5, 3, 7, 10, 5, 5, 2, 10, 7, 2, 7, 7, 4, 2, 4. Найдите эмпирическую функцию распределения, выборочное среднее и выборочную дисперсию.

71. Постройте график эмпирической функции распределения, постройте полигон частот для выборки, представленной в виде статистического ряда.

X	2	3	4	5	7	10
n	3	1	2	3	4	2

Найдите выборочное среднее и выборочную дисперсию.

72. Постройте гистограмму и полигон частот для выборки, представленной в виде интервального ряда.

Интервал	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
Частота	1	2	7	18	12	8	2

Найдите выборочное среднее и выборочную дисперсию.

Проверочная работа 15 (образцы).

73. Плотность распределения с.в. X имеет вид $p(x, \theta) = \begin{cases} 0,2\theta e^{-0,2x} + 0,4(1-\theta)e^{-0,4x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ Найдите первый начальный теоретический момент с.в. X.

74. Плотность распределения с.в. X имеет вид $p(x, \theta) = \begin{cases} \frac{2\theta^2}{x^3}, & x > \theta, \\ 0, & x \leq \theta \end{cases}$ Найдите первый начальный теоретический момент с.в. X.

Проверочная работа 16 (образцы).

75. Записать функцию правдоподобия $L(X_1, X_2, \dots, X_n, \theta)$ и найти $l(X_1, X_2, \dots, X_n, \theta) = \ln L(X_1, X_2, \dots, X_n, \theta)$, если плотность распределения с.в. X имеет вид $p(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$

76. Записать функцию правдоподобия $L(X_1, X_2, \dots, X_n, \theta)$ и найти $l(X_1, X_2, \dots, X_n, \theta) = \ln L(X_1, X_2, \dots, X_n, \theta)$, если с.в. X задана распределением $P\{X = X_k\} = \frac{\theta^{X_k}}{k!} \cdot e^{-\theta}$, $X_k = \overline{0, \infty}$.

Проверочная работа 17 (образцы).

77. Входное распределение 130 электронных ламп (Ом):

Интервал	3,6-4,2	4,2-4,8	4,8-5,4	5,4-6,0	6,0-6,6
Частота	13	34	42	21	20

Найдите вероятность попадания рассматриваемого признака в первый интервал, если рассматривается гипотеза о том, что рассматриваемый признак имеет нормальное распределение с параметрами $m=5$, $\sigma =2$.

78. Во время второй мировой войны на Лондон упало 537 самолетов-снарядов. Вся территория Лондона была разделена на 576 участков площадью по $0,25 \text{ км}^2$. Ниже приведены числа участков n_k , на которые упало k снарядов.

k	0	1	2	3	4	5
n_k	229	211	93	35	7	1

79. Найдите вероятность рассматриваемому признаку принять первое значение таблицы, если рассматривается гипотеза о том, что рассматриваемый признак имеет распределение Пуассона с параметром 1.

Проверочная работа 18 (образцы).

80. Для данной выборки найдите выборочную ковариацию:

X	69,3	73,4	67,3	73,6	67,9	69,7	69,7	70,1	65,2	70,0
Y	124	163	125	173	146	157	134	140	132	142

Критерии оценки:

За каждую правильно решенную студентом задачу ставится один балл. Всего проверочных работ проводится в первом семестре 20, во втором семестре 18. На написание каждой работы отводится не более 5 минут.

Оформление комплекта заданий для контрольной работы

Кафедра Прикладная информатика и теория вероятностей
(наименование кафедры)

Образцы вариантов для контрольной работы

по дисциплине Теория вероятностей и математическая статистика
(наименование дисциплины)

Сем 3, мод. 6

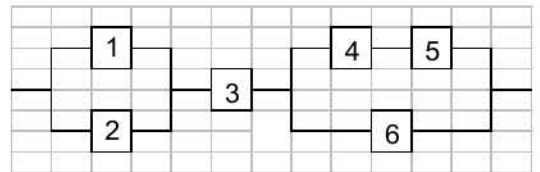
Контрольная работа № 1.

Вариант 1.

1. Из разрезной азбуки выложено слово МАТЕМАТИКА. Затем все буквы тщательно перемешиваются и снова выкладываются в случайном порядке. Какова вероятность того, что снова получится слово МАТЕМАТИКА?
2. Вакансия, предлагаемая безработному биржей труда, удовлетворяет его с вероятностью 0,01. Сколько нужно обслужить безработных, чтобы вероятность того, что хотя бы один из них найдет работу, была бы не ниже 0,95?
3. В круг радиуса R вписан прямоугольник, одна длина которого в два раза больше ширины. Найти вероятность того, что точка, брошенная в этот круг, попадет в данный прямоугольник.
4. Партия транзисторов, среди которых 10% дефектных, поступила на проверку. Схема проверки такова, что с вероятностью 0,95 обнаруживается дефект (если он есть), и существует ненулевая вероятность 0,03 того, что исправный транзистор будет признан дефектным. Случайно выбранный из партии транзистор был признан дефектным. Какова вероятность того, что на самом деле транзистор исправен.
5. Найти вероятность того, что за 6 подбрасываний пары монет ровно два раза выпадет сочетание «герб-герб».

Вариант 2.

1. Определить надежность прибора, заданного схемой, если надежности каждого блока прибора равны $p_1=0,8$, $p_2=0,7$, $p_3=0,6$, $p_4=0,5$, $p_5=0,4$, $p_6=0,3$, и каждый блок выходит из строя независимо от работы других блоков.
2. В ящике 10 одинаковых деталей, помеченных номерами 1, 2, ..., 10. Наудачу извлечены шесть деталей. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей окажутся детали № 1 и № 2.
3. В квадрат с вершинами $O(0; 0)$, $K(0; 1)$, $L(1; 1)$ и $M(1; 0)$ наудачу брошена точка $Q(x; y)$. Какова вероятность того, что координаты этой точки удовлетворяют неравенству $y > 2x$?
4. Однотипные приборы выпускаются тремя заводами в количественном отношении 1:2:3, причем вероятности брака для этих заводов соответственно равны 3%, 2%, 1%. Прибор, приобретенный научно-исследовательским институтом, оказался бракованным. Какова вероятность того, что этот прибор произведен первым заводом?
5. В ящике содержится 100 карточек, пронумерованных числами 1, 2, 3, ..., 99, 100. Из ящика наудачу 200 раз извлекается карточка, после каждого извлечения она кладется обратно. Найти вероятность того, что карточка с цифрой 1 появится ровно 3 раза. (Другой пример



задачи: Стрелок попадает в цель при одном выстреле с вероятностью $3/4$. Найти вероятность того, что число попаданий в цель при 1200 выстрелах лежит в пределах между 885 и 930.)

Вариант 3.

1. А и В и еще 8 человек стоят в очереди. Определить вероятность того, что А и В отделены друг от друга 3 лицами.
2. Из урны, содержащей 3 голубых и 2 красных шара, по схеме случайного выбора без возвращения последовательно извлекаются шары. Найти вероятность того, что красный шар впервые появится при третьем испытании.
3. На отрезке ОА длины 6 числовой оси Ox наугад поставлены две точки $B(x)$ и $C(y)$. Найти вероятность того, что длина отрезка ВС меньше 4.
4. В первой урне 3 белых и 7 черных шаров, во второй 5 белых и 2 черных. Из первой урны переложили во вторую три шара, затем из второй урны извлекли один шар. Найти вероятность того, что он белый.
5. По мишени, состоящей из внутреннего круга и двух концентрических колец, производится 10 выстрелов. Вероятности попадания в указанные области при каждом выстреле равны соответственно 0,65, 0,22 и 0,13. Найти вероятность того, что при этом будет 6 попаданий в круг, 3— в первое кольцо и 1 попадание во второе кольцо.

Критерии оценки:

Каждая задача контрольной работы 1 первого семестра оценивается из 5 баллов.

Контрольная работа № 2.

Вариант 1.

1. Вероятность того, что студент найдет в библиотеке нужную ему книгу, равна 0,4. Рассматривается случайная величина ξ — число библиотек, которые он может посетить, если ему доступны 5 библиотек. Постройте ряд распределения с.в. ξ . Найдите функцию распределения с.в. ξ .

2. Непрерывная случайная величина ξ имеет следующую функцию распределения $F(x) =$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{4}, \\ a \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + b, & -\frac{\pi}{4} < x \leq \frac{3\pi}{4}, \\ 1, & x > \frac{3\pi}{4}. \end{cases}$$

Найдите:

- а) значение констант a и b ;
 - б) плотность распределения $p_{\xi}(x)$;
 - в) вероятность того, что в результате испытания с. в. ξ примет значение из интервала $(0;\pi)$;
3. Непрерывная случайная величина ξ имеет следующую плотность распределения:

$$p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x \leq -0,5, 0,5 < x < +\infty, \\ ax^2, & -0,5 < x \leq 0,5, \end{cases}$$

- а) Найдите значение константы a .
- б) Найдите функцию распределения $F_{\xi}(x)$.
- в) Найдите вероятность того, что в результате испытания с. в. ξ примет значение из интервала $(-0,7;2)$.
- г) плотность распределения с.в. $\eta = \xi^2$.

4. Случайная величина ξ имеет нормальное распределение с параметрами $m=5$, $\sigma =0,5$. Найдите вероятность того, что при трех независимых испытаниях с. в. ξ хотя бы в одном из них примет значение из интервала (2;4).

Критерии оценки:

Первая задача 5 баллов, вторая задача 4 балла, третья задача 7 баллов, четвертая задача 4 балла.

Сем 7

Контрольная работа № 1.

Вариант 1.

1. Дискретная двумерная случайная величина (ξ, η) задана рядом распределения.

Найдите:

$\xi \backslash \eta$	-1	0	1
-1	0,12	0,14	0,21
2	0,25	0,15	0,13

- а) (1 балл) ряды распределения случайных величин ξ и η ;
- б) (1 балл) значение совместной функции распределения $F(x,y)$ в точке (1;0,5);
- в) (1 балл) условное распределение случайной величины η

при условии ξ ;

г) (1 балл) математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\mu=|\eta| \cdot \xi$;

д) (1 балл) ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .

2. Задана плотность совместного распределения непрерывной двумерной случайной величины (ξ, η) :

$$p_{\xi\eta}(x; y) = \begin{cases} 0, & (x; y) \notin D, \\ C y, & (x; y) \in D, \end{cases} \text{ где область } D \text{—треугольник с вершинами в точках } (0;-1);$$

(1;0) и (-1;0). Найдите (в пунктах в), г), д), е), ж), з) расставить пределы

интегрирования, интеграл не вычислять):

а) (1 балл) значение постоянной C ;

б) (2 балла) частные плотности распределения случайных величин ξ и η ;

в) (1 балл) вероятность попадания случайной величины (ξ, η) в прямоугольник с вершинами в точках (-0,5;1); (0;1); (0;-1) и (-0,5;-1);

г) (1 балл) значение совместной функции распределения $F_{\xi\eta}(x,y)$ в точке (1;-0,5);

д) (1 балл) математические ожидания и дисперсии с. в. ξ и η ;

е) (1 балл) ковариацию и коэффициент корреляции с.в. ξ и η ;

ж) (1 балл) математическое ожидание с.в. $\mu=\eta-\xi^2$.

3. (7 баллов) Вероятность того, что акции, переданные на депозит, будут востребованы, равна 0,08. Оцените с помощью ЦПТ вероятность того, что среди 1000 клиентов от 70 до 90 востребуют свои акции.

Вариант 2.

1. Дискретная двумерная случайная величина (ξ, η) задана рядом распределения.

Найдите:

$\xi \backslash \eta$	3	10	12
4	0,17	0,13	0,25
5	0,1	0,3	0,05

а) (1 балл) ряды распределения случайных величин ξ и η ;

б) (1 балл) значение совместной функции распределения

$F(x,y)$ в точке (5;5);

в) (1 балл) условное распределение случайной величины ξ

при условии η ;

г) (1 балл) математическое ожидание и дисперсию случайной величины

$\mu=(\eta-10)^2+\xi-4$;

д) (1 балл) ковариацию случайных величин ξ и η .

2. Задана плотность совместного распределения непрерывной двумерной случайной величины:

$$p_{\xi\eta}(x; y) = \begin{cases} 0, & (x; y) \notin D, \\ Cx^2, & (x; y) \in D, \end{cases} \text{ где область } D \text{ ограничена линиями } y=x^2, y=0 \text{ и } x=2.$$

Найдите (в пунктах **в**), **г**), **д**), **е**), **ж**), **з**) расставить пределы интегрирования, интеграл не вычислять):

- а) (1 балл) значение постоянной C ;
 б) (2 балла) частные плотности распределения случайных величин ξ и η ;
 в) (1 балл) вероятность попадания случайной величины (ξ, η) в треугольник с вершинами в точках $(1;0)$; $(2;0)$ и $(2;2)$;
 г) (1 балл) значение совместной функции распределения $F_{\xi\eta}(x,y)$ в точке $(1;2)$;
 д) (1 балл) математические ожидания и дисперсии с. в. ξ и η ;
 е) (1 балл) ковариацию и коэффициент корреляции с.в. ξ и η ;
 ж) (1 балл) математическое ожидание с.в. $\mu = \eta - \sqrt{\xi}$.
3. (7 баллов) Имеется 1000 параллелепипедов, каждая из сторон которых может принимать значения 0,5 или 1 с вероятностями 0,3 и 0,7 соответственно. С какой вероятностью суммарный объем всех параллелепипедов будет в пределах от 580 до 605?

Критерии оценки:

Первая задача 5 баллов, вторая задача 8 баллов, третья задача 7 баллов.

Контрольная работа № 2.

Вариант 1

1. Запишите в виде вариационного и статистического ряда выборку 5, 3, 7, 10, 5, 5, 2, 10, 7, 2, 7, 7, 4, 2, 4. Постройте полигон частот. Найдите эмпирическую функцию распределения и построьте ее график.
2. Методом максимального правдоподобия найдите оценку неизвестного параметра θ , если плотность распределения с.в. X имеет вид $p(x, \theta) = \begin{cases} \frac{x^2}{2\theta^3} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ и по наблюдениям получены следующие данные: 2,4; 3,5; 3,2; 3,4; 2,5; 2,4; 3,1; 3,4; 3,8; 2,6.
3. Получены следующие данные о распределении 100 рабочих цеха по выработке в отчетном году (в процентах к предыдущему году):

Выработка	95-100	100-105	105-110	110-115	115-120	120-125	125-130	130-135
Число рабочих	2	2	12	23	29	19	10	3

На уровне значимости $\alpha=0,05$ проверить гипотезу о том, что выработка в отчетном году имеет нормальное распределение, используя критерий Пирсона.

4. Найдите уравнение прямой регрессии X на Y :

X \ Y	5 – 7.5	7.5 – 10.0	10.0 – 12.5	12.5 – 15.0	15.0 – 17.5
1 – 4	1	3	2	-	-
4 – 7	2	8	2	-	-
7 – 10	1	5	13	5	1
10 – 13	-	1	5	4	3
13 – 16	-	-	-	1	3

Вариант 2

1. Для выборки определите размах, представьте выборку в виде таблицы частот, используя 7 интервалов группировки: 38, 60, 41, 51, 33, 42, 45, 21, 53, 60, 68, 52, 47, 46, 49, 49, 14, 57, 54, 59, 77, 47, 28, 48, 58, 32, 42, 58, 61, 30, 61, 35, 47, 72, 41, 45, 44, 55, 30, 40, 67, 65, 39, 48, 43, 60, 54, 42, 59, 50. Постройте гистограмму и полигон частот.
2. Методом максимального правдоподобия найдите оценку неизвестного параметра θ , если плотность распределения с.в. X имеет вид $p(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} \cdot e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$ и по наблюдениям получены следующие данные: 0,01; 0,05; 0,12; 0,02; 0,03; 0,41; 0,2; 0,45; 0,1; 0,6.

3. При испытании радиоэлектронной аппаратуры фиксировалось число отказов. Результаты 60 испытаний приводятся ниже:

С	Число отказов	0	1	2	3
	Число испытаний	42	10	5	3

помощью критерия X^2 проверить, гипотезу о том, что число отказов имеет

распределение Пуассона. Принять $\alpha=0,05$.

4. Для данной выборки найдите уравнение прямой регрессии Y на X .

X	22	27	32	37	43	23	32	42	27	31
Y	10	13	17	20	23	10	14	16	21	24

Критерии оценки:

Каждая задача оценивается в 5 баллов.

Комплект заданий для выполнения домашней работы

по дисциплине *Теория вероятностей и математическая статистика*
(наименование дисциплины)

Сем 6

Домашнее задание 1.

- Найдите вероятность того, что произведение двух последних цифр номера автомобиля:
 - Равно n ;
 - Больше n ;
 - Меньше n ;
 - Заклучено в промежутке $[n_1; n_2]$.
- Из n сбербанков m расположены за чертой города. Для обследования случайным образом отобрано k сбербанков. Какова вероятность того, что среди отобранных окажется в черте города:
 - k_1 сбербанков;
 - хотя бы один сбербанк.
- Наугад взятый номер телефона состоит из n цифр. Какова вероятность того, что в нем все цифры:
 - одинаковы;
 - различны;
 - нечетные?Известно, что номер телефона не начинается с цифры ноль.
- В прямоугольник с вершинами в точках (a_1, b_1) , (a_2, b_2) , (a_3, b_3) и (a_4, b_4) случайным образом бросается точка A с координатами (x, y) . Найдите вероятность того, что координаты этой точки удовлетворяют условию $(x - c)^2 + d \leq y \leq f \cdot x + k$.
- В треугольник с вершинами в точках $(a_1; b_1)$, $(a_2; b_2)$ и $(a_3; b_3)$ в соответствии с принципом геометрической вероятности бросается точка. Обозначим через ξ и η координаты этой точки. Вычислите вероятность того, что квадратное уравнение $x^2 + 2(\xi - c)x + d\eta + f = 0$ будет иметь действительные корни.
- Брак в продукции завода вследствие дефекта А составляет $\alpha\%$, а вследствие дефекта В— $\beta\%$. Годная продукция завода составляет $\gamma\%$. Найдите вероятность того, что:
 - среди забракованной по признаку А продукции встретится дефект В;
 - среди продукции, не обладающей дефектом А, встретится дефект В.
- Пакеты акций, имеющихся на рынке ценных бумаг, могут дать доход владельцу с вероятностью p (для каждого пакета). Сколько пакетов акций различных фирм нужно приобрести, чтобы с вероятностью, не меньшей q , можно было ожидать доход хотя бы по одному пакету акций?
- Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен равна p_1 ; второй— p_2 ; третий— p_3 . Найдите вероятность того, что студентом будут сданы:
 - только второй экзамен;
 - только один экзамен;
 - три экзамена;
 - по крайней мере два экзамена;

д) хотя бы один экзамен.

9. Страховая компания разделяет застрахованных по классам риска: I класс—малый риск; II класс—средний; III класс—большой риск. Среди этих клиентов $\alpha\%$ первого класса риска; $\beta\%$ —второго и $\gamma\%$ —третьего. Вероятность необходимости выплачивать страховое вознаграждение для первого класса риска равна p_1 ; второго— p_2 ; третьего— p_3 . Какова вероятность того, что:

- а) застрахованный получит денежное вознаграждение за период страхования;
- б) получивший денежное вознаграждение застрахованный относится к группе малого риска.

10. В среднем $\alpha\%$ акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найдите вероятность того, что из n пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене:

- а) не будут проданы k пакетов;
- б) будет продано менее m пакетов;
- в) хотя бы l пакетов;
- г) наивероятнейшее число пакетов.

11. Вероятность того, что студент не сдаст экзамен с первой попытки, равна p . Сколько студентов должно прийти на экзамен, чтобы с вероятностью не менее α можно было ожидать, что доля студентов, не сдавших экзамен с первой попытки, отклонится от вероятности p по модулю не более чем на β .

12. Из урны, в которой находится n_1 шаров белого цвета, n_2 —черного и n_3 —синего, наудачу извлекается $m = m_1 + m_2 + m_3$ шаров. Вычислить вероятность того, что среди них будет m_1 белых шаров, m_2 —черных и m_3 —синих, если выбор производится:

- 1) С возвращением.
- 2) Без возвращения.

13. Строительная фирма, занимающаяся строительством коттеджей, раскладывает рекламные листки по почтовым ящикам. Препжний опыт работы компании показывает, что примерно в одном случае из k тысяч следует заказ. Найдите вероятность того, что при размещении m тысяч листов число заказов будет:

- а) равно l ;
- б) находиться в границах от l_1 до l_2 .

14. По результатам проверок налоговыми инспекциями установлено, что в среднем каждое четвертое малое предприятие региона имеет нарушение финансовой дисциплины. Найдите вероятность того, что из n зарегистрированных в регионе малых предприятий имеют нарушения финансовой дисциплины:

- а) k предприятий;
- б) не менее m предприятий;
- в) от k_1 до k_2 предприятий.

Домашнее задание 2.

1. В рекламных целях торговая фирма вкладывает в каждую десятую единицу товара денежный приз размером K рублей. Составьте ряд распределения случайной величины—размера выигрыша при m сделанных покупках. Найдите функцию распределения этой случайной величины.

2. Из двух урн, в каждой из которых находятся n шаров с написанных на них числами от 1 до n , наудачу извлекается по одному шару. Вычислите значения случайной величины ξ —суммы чисел на двух выбранных шарах. Найдите:

- а. Ряд распределения случайной величины ξ .
- б. Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.
- с. Вероятность попадания случайной величины ξ в интервал $(x_1, x_2]$.
- д. Найдите ряд распределения случайной величины $\eta = a(\xi - b)^2 + c$.

3. Вероятность правильной передачи символа по каналу связи равна p , причем известно, что каждый символ искажается независимо от остальных. Случайная величина ξ —число правильно переданных символов в сообщении из n символов. Найдите:
- 1) Ряд распределения случайной величины ξ .
 - 2) Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.
 - 3) Вероятность попадания случайной величины ξ в интервал $(x_1, x_2]$.
4. В треугольник с вершинами в точках $(a_1; b_1)$, $(a_2; b_2)$ и $(a_3; b_3)$ в соответствии с принципом геометрической вероятности бросается точка. Найдите:
- a. Функцию распределения случайной величины ξ —расстояния от начала координат до упавшей в треугольник точки в точке a .
 - b. Вероятность попадания случайной величины ξ в интервал $(x_1, x_2]$.
5. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность распределения $p(x)$. Найдите:
- a. Константу A .
 - b. Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.
 - c. Вероятность попадания случайной величины ξ в интервал $(x_1, x_2]$.
6. Дана функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины ξ .
- a) Найдите плотность распределения $p(x)$ этой случайной величины.
 - б) Постройте графики $F(x)$ и $p(x)$.
 - в) Найдите вероятности $P\{\xi \leq a\}$ и $P\{b \leq \xi < c\}$.
7. В условиях задачи 4 данного ИДЗ найдите:
- a. Функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\eta = a\xi^3 + c$.
 - b. Функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\eta = a(\xi - b)^2 + c$.
8. Расстояние до цели a км. Найдите вероятность того, что измеренное с помощью радиолокатора расстояние до цели будет заключено в пределах от x_1 км до x_2 км, если погрешность измерения распределена по нормальному закону с параметрами m км/ч и σ км/ч.
9. Проведенное исследование показало, что вклады населения в данном банке могут быть описаны случайной величиной ξ , распределенной по нормальному закону с параметрами m и σ . Найдите долю вкладчиков, размер вклада которых:
- a) составляет не менее a ден. ед.;
 - б) составляет менее b ден. ед.;
 - в) составляет от c до d ден. ед.
10. Случайная величина $\xi \sim N(m; \sigma)$. Рассматривается случайная величина $\eta = g(\xi)$. Найдите плотность распределения с. в. η .
11. Случайная величина ξ равномерно распределена в интервале $[a; b]$. Рассматривается случайная величина $\eta = g(\xi)$. Найдите плотность распределения с. в. η .
12. Случайная величина $\xi \sim \text{Exp}(\lambda)$. Рассматривается случайная величина $\eta = g(\xi)$. Найдите плотность распределения с. в. η .

Сем 7

Домашнее задание 1.

1. В урне n_1 белых шаров, n_2 —черных и n_3 —синих. Наудачу извлекается m шаров (без возвращения). Обозначим через ξ число вынутых белых шаров, а через η —черных. Найдите:
- 1) Совместное распределение случайных величин ξ и η (ряд распределения).
 - 2) Предполагается, что за каждый вынутый белый шар полагается премия A_1 рублей, черный A_2 рублей, синий— A_3 рублей. Кроме того известно, что белый шар весит B_1 г, черный— B_2 г, синий— B_3 г. Случайная величина ζ_1 —суммарная премия за все m вынутых шаров, а ζ_2 —их суммарный вес.

2. Распределение двумерной случайной величины (ξ, η) задано таблицей.

$\xi \backslash \eta$	-3	-1	1	3
-2	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}
0	p_{21}	p_{22}	p_{23}	p_{24}
3	p_{31}	p_{32}	p_{33}	p_{34}

- 1) Найдите частные ряды случайных величин ξ и η .
- 2) Определите значения совместной функции распределения $F_{\xi\eta}(x,y)$ в точках (a_1, a_2) , (b_1, b_2) , (c_1, c_2) и (d_1, d_2) .
- 3) Найдите совместную функцию распределения $F_{\xi, \eta}(x, y)$.
- 4) Найдите частные функции распределения $F_{\xi}(x)$ и $F_{\eta}(y)$.
- 5) Условное распределение случайной величины ξ при условии η и условное распределение случайной величины η при условии ξ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми.

6) Частные распределения случайных величин ζ_1 и ζ_2 , где $\zeta_1 = g_1(\xi, \eta)$, $\zeta_2 = g_2(\xi, \eta)$.

3. В четырехугольник с вершинами в точках (a_1, a_2) , (b_1, b_2) , (c_1, c_2) и (d_1, d_2) в соответствии с принципом геометрической вероятности падает частица. Пусть ξ и η – абсцисса и ордината точки падения частицы. Найдите:

- 1) Совместную функцию распределения $F_{\xi, \eta}(x, y)$ случайной величины (ξ, η) .
- 2) Совместную плотность распределения случайной величины (ξ, η) .
- 3) Частные плотности распределения и функции распределения случайных величин ξ и η .
- 4) Вычислите вероятность попадания частицы в круг с центром в точке $(f_1; f_2)$ и радиусом R .
- 5) Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η и случайной величины η при условии ξ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми.

4. Двумерная случайная величина равномерно распределена в ромбе с центром в начале координат. Сторона ромба равна a и составляют угол α с осью абсцисс. Найдите:

- a. Совместную плотность распределения случайной величины (ξ, η) .
- b. Частные плотности распределения и функции распределения случайных величин ξ и η .

5. Совместная плотность распределения случайных величин ξ и η задана формулой

$$p_{\xi\eta}(x,y) = C(ax^\alpha + by^\beta + cxy), \quad (x,y) \in D,$$

где область D определяется неравенствами $\begin{cases} 0 < x < h, \\ 0 < y < x^k. \end{cases}$. Найдите:

1. Постоянную C .
2. Частные плотности распределения случайных величин ξ и η .
3. Частные функции распределения случайных величин ξ и η .
4. Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η и случайной величины η при условии ξ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми.

6. Независимые непрерывные случайные величины ξ и η имеют плотности распределения $p_{\xi}(x)$ и $p_{\eta}(x)$. Найдите плотность распределения случайной величины $\mu = \xi + \eta$.

7. В условиях задачи 2 найдите:

- a. Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
- b. Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .

- с. Математические ожидания и дисперсии случайных величин ζ_1 и ζ_2 .
8. В условиях задачи 3 найдите:
1. Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 2. Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
9. В условиях задачи 5 найдите:
1. Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 2. Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
10. Опыт работы страховой компании показывает, что страховой случай приходится примерно на каждый k -ый договор. Оцените с помощью неравенства Чебышева необходимое количество договоров, которые нужно заключить, чтобы с вероятностью не меньшей, чем p , можно было утверждать, что частота страховых случаев отклонится от вероятности по абсолютной величине не более чем на α .
11. Посетитель тира платит за выстрел a рублей. При попадании в девятку получает премию b рублей, при попадании в десятку получает премию c рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то премия ему не выплачивается. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны p_1 , p_2 и p_3 соответственно. Число посетителей равно n . Найдите:
- a. вероятность убытка у владельца тира;
 - b. вероятность того, что суммарная прибыль окажется больше m рублей.
12. Статистический анализ, проведенный по заказу авиакомпании, показал, что распределение веса (в кг) пассажира авиарейса с грузом хорошо описывается плотностью распределения

$$p(x) = Ax^3(150-x), \quad x \in (0, 150).$$

Грузоподъемность самолета составляет 35 тонн. При посадке зарегистрировано n пассажиров. Какой коммерческий груз (в кг) можно дополнительно взять этим рейсом, чтобы вероятность перегрузки составила не более $\alpha\%$.

Домашнее задание 2.

1. Представьте данную выборку в виде статистического ряда. Постройте полигон частот. Найдите эмпирическую функцию распределения и выборочные характеристики (m^* , σ^{2*} , s^{2*} , σ^* и s^*).
2. Для данной выборки определите размах, представьте выборку в виде таблицы частот, используя 7 интервалов группировки. Постройте гистограмму и полигон частот. Найдите эмпирическую функцию распределения и выборочные характеристики (m^* , σ^{2*} , s^{2*} , σ^* и s^*).
3. Методом моментов найдите оценку неизвестного параметра θ по заданному распределению случайной величины X и заданной выборке.
4. Методом моментов найдите оценку неизвестного параметра θ по заданной плотности распределения случайной величины X и заданной выборке.
5. Методом моментов найдите оценки неизвестных параметров θ_1 и θ_2 , если дана выборка и распределение случайной величины X задано формулой:

$$P\{X = k\} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\theta_1^k}{k!} \cdot e^{-\theta_1} + \frac{\theta_2^k}{k!} \cdot e^{-\theta_2} \right), \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

6. Методом максимального правдоподобия найдите оценку неизвестного параметра θ , если дана выборка и распределение случайной величины X задано плотностью:

$$p(x) = \begin{cases} 2 \sqrt{\frac{a}{\pi}} \cdot e^{2\sqrt{a\theta} - ax^2 - \frac{\theta}{x^2}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

7. Методом максимального правдоподобия найдите оценки неизвестных параметров θ_1 и θ_2 , если распределение случайной величины X задано плотностью:

$$p(x) = \frac{g'(x)}{\theta_2 \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(g(x)-\theta_1)^2}{2\theta_2^2}}.$$

8. Опрошено n студентов по поводу изменений в уставе Университета. Получено m положительных ответов. Найдите 95% доверительный интервал для процента студентов, поддерживающих изменения в уставе.

9. Произведено исследование отношения к курению. Опрошено n_1 мужчин и n_2 женщин. Отрицательное отношение к курению выразили m_1 мужчин и m_2 женщин. Найдите интервальную оценку разности $p_2 - p_1$, где p_1 – вероятность отрицательного отношения к курению среди мужчин, а p_2 – вероятность отрицательного отношения к курению среди женщин. Доверительную вероятность взять равной 0,95.

10. Проведено измерение деталей двух типов А и В. Известно, что распределение диаметров нормальные. Число измеренных деталей равно n_A и n_B . По результатам измерений найдены выборочные средние \bar{x}_A и \bar{x}_B и выборочные средние квадратические отклонения s_A и s_B для типов А и В соответственно. Найдите доверительные границы для разности $\mu_A - \mu_B$ математических ожиданий при заданной доверительной вероятности γ .

Проверка статистических гипотез

11. На экзамене по ТВ и МС преподаватель задает только один дополнительный вопрос по одной из пяти частей курса. Из n студентов, пришедших на экзамен m_1 студентов получили дополнительный вопрос из первой части, m_2 – из второй, m_3 – из третьей и m_4 – из четвертой, m_5 – из пятой. Можно ли по этим данным принять гипотезу о том, что пришедшему на экзамен равновероятно будет задан дополнительный вопрос по любой из пяти частей? Использовать критерий χ^2 , принять уровень значимости $\alpha = 0,05$.

12. Проверьте при уровне значимости $\alpha = 0,05$ гипотезу о том, что выборка из задачи 1 имеет

А) биномиальное распределение $\text{Binom}(10; \theta)$, используя критерий χ^2 .

Б) распределение Пуассона.

13. Для выборки задачи 2, проверьте при уровне значимости $\alpha = 0,05$ гипотезу о том, что полученная выборка имеет

А) нормальное распределение, используя критерий χ^2

Б) показательное распределение, используя критерий χ^2 .

Критерии оценки:

Домашнее задание выдается для самостоятельной проработки студенту.