

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 30.06.2022 10:34:17  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d891083f939673078e1ca380aa18e

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Российский университет дружбы народов»**

**Факультет физико-математических и естественных наук**

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Топологические методы в эллиптической теории»**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МСЧН для направления подготовки/специальности:**

**01.04.01 «Математика»**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

**Неклассические задачи анализа и дифференциальных уравнений,  
математическое моделирование и машинное обучение**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2022 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Топологические методы в эллиптической теории» является одной из начальных дисциплин направления подготовки «Математика», с которых начинается обучение в магистратуре и подготавливающих студента к изучению последующих дисциплин.

Основная цель курса – знакомство обучающимися с основными понятиями и методами эллиптической теории, включая теорию Фредгольма и элементы алгебраической топологии. Развитие этих теорий в XX веке привело к получению знаменитой формулы индекса Атьи-Зингера для индекса эллиптического оператора на замкнутом многообразии

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

*Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)*

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1; Использует существующие и получает новые методики решения математических задач
		ОПК-1.2; Использует современное оборудование, программное обеспечение и профессиональные базы данных для решения задач в избранной области математики или смежных наук
		ОПК-1.3; Использует современные расчетнотеоретические математические методы для решения профессиональных задач

## 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1 ОП ВО.

В рамках ОП ВО обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины.

*Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины*

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	-	Введение в маломерную топологию Современные проблемы математики и прикладной математики

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения ОП ВО для **ОЧНОЙ** формы обучения

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.	Семестр(-ы)			
		1			
Контактная работа, ак.ч.	72	72			
Лекции (ЛК)	36	36			
Лабораторные работы (ЛР)					
Практические/семинарские занятия (СЗ)	36	36			
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	9	9			
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	27	27			
Общая трудоемкость дисциплины	108	108			
	3	3			

#### 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)	Вид учебной работы*
1. Теория Фредгольма	Компактные операторы. Операторы конечного ранга. Компактные операторы. *-Алгебра компактных операторов. Условия компактности интегральных операторов. Фредгольмовы операторы. Определение фредгольмовости. Свойства фредгольмовых операторов. Теорема Никольского-Аткинсона. Определение индекса. Свойства индекса. Операторы Теплица. Ограниченность. Символ. Формула композиции. Теорема о фредгольмовости операторов Теплица.	ЛК, СЗ
2. Элементы алгебраической топологии	Фундаментальная группа пространства Пути. Петли. Гомотопность путей. Определение фундаментальной группы. Индуцированное отображение. Его гомотопическая инвариантность. Фундаментальная группа пространства $\Pi$ Гомотопические эквивалентности пространств. Инвариантность фундаментальной группы относительно гомотопических эквивалентностей. Накрытия. Универсальные накрытия. Вычисление фундаментальной группы при помощи накрытий. Дифференциальные формы и когомологии де Рама	ЛК, СЗ

Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела (темы)	Вид учебной работы*
3. Элементы теории индекса эллиптических операторов.	Формулы индекса операторов Теплица. Дифференциальные операторы. Эллиптичность. Псевдодифференциальные операторы. Формулы индекса Эллиптических операторов в $R^n$ .	ЛК, СЗ

\* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Не требуется
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Не требуется
Для самостоятельной работы обучающихся	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	Подойдет любая аудитория. Например, ауд. 350.

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

- Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу. 2015. МЦНМО. Глава 3.
- Мищенко А.С. Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. 2020. МГУ.
- Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии. 2016. МГУ (параграфы 12 и 30 --- дифференциальные формы; 31,32- гомотопии, накрытия)

*Дополнительная литература:*

4. Пале Р. Семинар по теореме Атьи и Зингера об индексе. М. Мир. 1970.

*Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров:

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН  
<http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

- ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>

- ЭБС «Троицкий мост»

- - Электронные библиотеки, доступные в сети INTERNET. Например, по адресам <http://poiskknig.ru>, <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm> <http://www.mathnet.ru> <http://ilib.mirror1.mccme.ru/>

...Курс лекций в системе teach-in.ru.....

2. Базы данных и поисковые системы:

- электронный фонд правовой и нормативно-технической документации  
<http://docs.cntd.ru/>

- поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>

- поисковая система Google <https://www.google.ru/>

- реферативная база данных SCOPUS  
<http://www.elsevierscience.ru/products/scopus/>

- .....

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине

2. Видео курс лекций.

- все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

## **8. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Оценочные материалы и балльно-рейтинговая система\* оценивания уровня сформированности компетенций (части компетенций) по итогам освоения дисциплины представлены в Приложении к настоящей Рабочей программе дисциплины.

\* - Ом и БРС формируются на основании требований соответствующего локального нормативного акта РУДН.

**РАЗРАБОТЧИКИ:**

**Проф. Матем. ин-та им. С.М.  
Никольского**



**Савин А.Ю.**

---

Должность, БУП

---

Подпись

---

Фамилия И.О.

**РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:**

**Директор Математического  
института им. С.М. Никольского**



**Муравник А.Б.**

---

Наименование БУП

---

Подпись

---

Фамилия И.О.

**РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:**

**Профессор Математического  
института им. С.М. Никольского**



**Фаминский А.В.**

---

Должность, БУП

---

Подпись

---

Фамилия И.О.