

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»*

*Факультет физико-математических и естественных наук*

*Рекомендовано МСЧН  
«Математика и механика»*

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Наименование дисциплины**

Вычислительные методы в дифференциальной геометрии и топологии

**Рекомендуется для направления подготовки/специальности**

01.04.02 Прикладная математика и информатика

**Квалификация (степень выпускника) Магистр**

### 1. Цели и задачи дисциплины:

Сформировать представление о комплексе идей и методов классической дифференциальной геометрии, развить математическую культуру студента и подготовить его к усвоению других основных математических курсов. Реализация указанной цели включает последовательное изложение теоретического материала на лекциях, при котором все основные результаты снабжаются строгими доказательствами; отработку приемов решения задач на семинарских занятиях; промежуточный и итоговый контроль выявляют степень усвоения полученных навыков.

### 2. Место дисциплины в структуре ООП:

Блок 1, вариативная часть, дисциплина по выбору.

Необходимо знание геометрии в объеме школьного курса и университетских курсов математического анализа, аналитической и дифференциальной геометрии

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

#### Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Общепрофессиональные компетенции			
1	ОПК-3. Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	Нелинейные задачи математической физики	Нейронные сети, Междисциплинарный экзамен
Профессиональные компетенции			
1	ПК.11. способностью разрабатывать аналитические обзоры состояния области прикладной математики и информационных технологий	-	Междисциплинарный экзамен

### 3. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен:

#### **Знать:**

- основные понятия и методы исследования кривых и поверхностей методами математического анализа и геометрии;
- основные понятия, конструкции и результаты общей топологии и многомерной дифференциальной геометрии.

#### **Уметь:**

- решать задачи по дифференциальной геометрии кривых и поверхностей – вычисление основных дифференциально-геометрических характеристик кривых и поверхностей; анализ кривых и поверхностей;
- решать теоретические задачи по многомерной дифференциальной геометрии и общей топологии.

**Владеть:**

- методикой применения дифференциальной геометрии и топологии к решению математических и прикладных задач, касающихся свойств кривых и поверхностей в трехмерном пространстве;
- владеть языком общей топологии применительно к другим областям математики.

**4. Объем дисциплины и виды учебной работы**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

№	Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
			1	2	3	4
<b>1.</b>	<b>Аудиторные занятия (ак. часов)</b>				27	
	В том числе:					
1.1.	Лекции				9	
1.2.	Прочие занятия				18	
	<i>В том числе:</i>					
1.2.1.	<i>Практические занятия (ПЗ)</i>				18	
1.2.2.	<i>Семинары (С)</i>					
1.2.3.	<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>					
	<i>Из них в интерактивной форме (ИФ):</i>				9	
<b>2.</b>	<b>Самостоятельная работа студентов (ак. часов)</b>				81	
	В том числе:					
2.1.	Курсовой проект (работа)					
2.2.	Расчетно-графические работы					
2.3.	Реферат					
2.4.	Подготовка и прохождение промежуточной аттестации				27	
	<i>Другие виды самостоятельной работы</i>				54	
<b>3.</b>	<b>Общая трудоемкость (ак. часов)</b>				108	
	<i>Общая трудоемкость (зачетных единиц)</i>				3	

**5. Содержание дисциплины**

**5.1. Содержание разделов дисциплины**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Дифференциальная геометрия кривых	Длина дуги, кривизна и кручение кривой, формулы Серре-Френе
2.	Дифференциальная геометрия поверхностей	Кривизна кривых на поверхности. Первая и вторая квадратичные формы. Главные кривизны поверхности. Полная кривизна поверхности. Девивационные формулы. Геодезические линии.
3.	Метрические пространства	Изучение основных свойств и примеров метрических пространств, открытых и замкнутых подмножеств в них
4.	Топологические пространства	Изучение основных топологических понятий (связность, компактность, аксиомы отделимости) и основных топологических конструкций

5.	Многомерная дифференциальная геометрия	Многообразия, касательное пространство. Тензоры. Метрика на гладком многообразии, основные метрические понятия и конструкции. Геодезические на многообразиях.
----	--	---

### 5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин							
		1	2	3	4	5			
1.	Дифференциальные уравнения	+	+						
2.	Комплексный анализ		+						
3.	Физика	+							
4.	Функциональный анализ	+	+						
5.	Комплексный анализ	+							
6.	Теория функций действительной переменной	+	+						

### 5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Лекц.	Практические занятия и лабораторные работы			СРС	Всего
			ПЗ/С	ЛР	из них в ИФ		
1.	Дифференциальная геометрия кривых	2	4			10	16
2.	Дифференциальная геометрия поверхностей	2	4			14	20
3.	Метрические пространства	2	4			10	16
4.	Топологические пространства	2	4			10	16
5.	Многомерная дифференциальная геометрия	1	2			10	13
6.	Итоговый контроль знаний						27
	<b>Итого:</b>	18	36			54	108

### 5.4. Описание интерактивных занятий

№ п/п	№ раздела	Тема интерактивного занятия	Вид занятия	Трудоемкость (час.)
1.	1	Дифференциальная геометрия кривых	беседа	2
2.	2	Дифференциальная геометрия поверхностей	беседа	2
3.	3	Метрические пространства	беседа	2
4.	4	Топологические пространства	беседа	2
5.	5	Многомерная дифференциальная геометрия	беседа	1

**6. Лабораторный практикум:** Не предусмотрен.

**7. Практические занятия (семинары)**

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)
1.	Дифференциальная геометрия кривых	Вычисление основных дифференциально-геометрических характеристик кривых и изучение кривых с их помощью	4
2.	Дифференциальная геометрия поверхностей	Вычисление основных дифференциально-геометрических характеристик поверхностей и изучение поверхностей с их помощью	4
3.	Метрические пространства	Свойства метрических пространств, открытых и замкнутых подмножеств в них. Точки прикосновения, операция замыкания.	4
4.	Топологические пространства	Примеры топологий. Связные топологические пространства. Компактность, компактификация. Фактор-топология. Топология прямого произведения.	4
5.	Многомерная дифференциальная геометрия	Топологические и гладкие многообразия. Касательное пространство. Гладкие отображения, дифференциал. Метрика на многообразии. Деривационные формулы. Геодезические линии и их свойства.	2

**8. Примерная тематика курсовых проектов (работ):** не предусмотрены.

**9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:**

*а) основная литература*

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия, М.1979.
2. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия, М.: МГУ, 1990.
3. Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии, М.: ГИТТЛ, 1956.
4. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ, М.: Наука, 1967.
5. Борисович Ю.Г., Близняков Н.М., Израилевич Я.А., Фоменко Т.Н. Введение в топологию, М.: Наука, 1995.
6. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М.: Наука, 1977.

*б) дополнительная литература*

1. Вернер А.Л., Кантор Б.Е., Франгулов С.А. Геометрия, часть II, СПб.: Специальная литература, 1997.
2. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия, М.: Наука, 1974.
3. Тайманов А.И. Лекции по дифференциальной геометрии, М. 2002.
4. Келли Дж. Общая топология, М.: Наука, 1968.

в) программное обеспечение: Windows, Microsoft Office, Maple, TeX, WinEdt.

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы: Yandex, Google, MathNet.

**10. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Общий аудиторный фонд: поточные аудитории Зал № 1, Зал № 2, 485, 495, 497 в учебном корпусе РУД, ул. Орджоникидзе, д. 3 (проекторы –3 шт.); групповые аудитории в учебном корпусе РУДН, ул. Орджоникидзе, д. 3 на 3, 4 и 5 этажах.

**11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:**

Рекомендуется в течение семестра несколько раз проводить короткие (на 10–15 минут) контрольные работы с целью контроля процесса усвоения студентами изучаемого материала. Также рекомендуется очень строго контролировать посещаемость студентами всех без исключения занятий.

**Разработчик**

к.ф.-м.н., ст. преподаватель



**В.А. Краснов**

Директор Математического института,  
д.ф.-м.н., профессор



**А.Л. Скубачевский**

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»*

Факультет физико-математических и естественных наук

**Математический институт имени С.М.Никольского**

УТВЕРЖДЕН  
На заседании института  
« » 2021 г.,  
протокол №  
Директор института

\_\_\_\_\_  
А.Л.Скубачевский

## **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по учебной дисциплине Вычислительные методы дифференциальной геометрии и топологии

**Рекомендуется для направления подготовки**

01.04.02 Прикладная математика и информатика

**Квалификация (степень) выпускника** Магистр

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине Вычислительные методы дифференциальной геометрии и топологии

название

Направление/Специальность: 01.04.02  
шифр

Прикладная математика и информатика  
название

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства													Баллы темы	Баллы раздела		
			Текущий контроль											Промежуточная аттестация					
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	Выполнение ДЗ	Реферат	Выполнение РГР	Работа на инт. зан.	Проверочная работа	Работа на занятии	Экзамен/Зачет	Прочие формы контроля	...		
ОПК-3, ПК-11	Дифференциальная геометрия кривых	Длина дуги, кривизна и кручение кривой, формулы Серре-Френе						2					1		1	1			5
	Дифференциальная геометрия поверхностей	Кривизна кривых на поверхности. Первая и вторая квадратичные формы						4					2		2	2			10
		Главные кривизны поверхности. Полная кривизна поверхности.						2					1		1	1			5

	Деривационные формулы. Геодезические линии.							2					1		1		1			5	
Метрические пространства	Изучение основных свойств и примеров метрических пространств, открытых и замкнутых подмножеств в них							10					5		5		5			25	
Топологические пространства	Изучение основных топологических понятий (связность, компактность, аксиомы отделимости) и основных топологических конструкций							10					5		5		5			25	
Многомерная дифференциальная геометрия	Многообразия, касательное пространство.							4					2		2		2			10	
	Тензоры.							2					1		1		1			5	
	Метрика на гладком многообразии, основные метрические понятия и конструкции.							2					1		1		1			5	
	Геодезические на многообразиях.							2					1		1		1			5	
	<b>ИТОГО:</b>																			100	100

## Приложение 3 (обязательное)

Дисциплина *Вычислительные аспекты дифференциальной геометрии и топологии*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Векторные функции скалярного аргумента. Техника дифференцирования вектор-функций.
2. Выражение гауссовой кривизны через коэффициенты первой квадратичной формы. Теорема Гаусса.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Геометрический смысл производной вектор-функции. Дифференциал вектор-функции.
2. Вычисление символов Кристоффеля через коэффициенты первой квадратичной формы.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Способы задания кривых. Параметрические уравнения кривых. Гладкие и регулярные кривые.
2. Уравнения Вейнгартена. Уравнения Гаусса-Кодацци.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Длина дуги кривой как натуральный параметр. Натуральное уравнение кривой. Теорема об однозначной определяемости кривой ее натуральным уравнением.
2. Деривационные формулы Гаусса. Символы Кристоффеля.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Плоские кривые. Репер Френе. Уравнения Френе для плоских кривых.
2. Классификация точек на поверхности. Примеры.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

1. Соприкасающаяся окружность для кривой. Ее роль.
2. Гауссова кривизна. Средняя кривизна.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

1. Соприкасающаяся плоскость для пространственной кривой. Ее роль.
2. Главные кривизны и главные направления, их свойства и вычисление.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

1. Кривизна и кручение кривой, их геометрический смысл и вычисление.
2. Нормальная кривизна кривой на поверхности. Теорема Менье, ее геометрический смысл.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

1. Пространственные кривые. Сопровождающий триэдр кривой. Уравнения Френе.
2. Вторая квадратичная форма поверхности. Формула для вычисления кривизны кривых на поверхности.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

1. Способы задания поверхностей. Параметрическое задание поверхностей. Регулярные поверхности.
2. Применение первой квадратичной формы к вычислению углов и площадей на поверхности.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11

1. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
2. Первая квадратичная форма поверхности и вычисление длин кривых на поверхности.