

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Российский университет дружбы народов»

Факультет физико-математических и естественных наук

Рекомендовано МССН

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Введение в маломерную топологию

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

01.04.01 Математика

(указываются код и наименование направления подготовки/специальности)

Направленность программы (профиль)

магистратура «Неклассические задачи анализа и дифференциальных уравнений,
математическое моделирование и машинное обучение»

(наименование образовательной программы в соответствии с направленностью (профилем))

1. Цели и задачи дисциплины: «Введение в маломерную топологию» относится к числу специальных дисциплин, расширяющих профессиональный кругозор студента-математика, способствующих его знакомству с рядом как ставших уже классическими, так и современных идей, востребованных во многих развивающихся областях математики, в том числе, как правило, и в той из них, которая избрана студентом в качестве своей специализации.

Основная цель курса – овладение обучающимися понятиями и методами теории классических и виртуальных узлов.

2. Место дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Введение в маломерную топологию» относится к дисциплине по выбору студента блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Профессиональные компетенции			
	ПК.1. способностью проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива	Современные проблемы математики и и прикладной математики, Неевклидовы геометрии и их приложения	Преддипломная практика, Государственный экзамен

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: Основные понятия гомотопической топологии (клеточный (CW) комплекс, фундаментальная группа, гомотопические группы, расслоения, точная последовательность, категория, функтор, гладкие многообразия и др.) и теории узлов; постановки некоторых основных задач алгебраической топологии; формулировки и идеи доказательства ряда теорем, присутствующих в программе курса.

Уметь: Решать задачи по всем разделам курса на уровне, задаваемом прилагаемыми примерами.

Владеть: Началами каждого из излагаемых в курсе разделов.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

№	Вид учебной работы	Всего часов	Модули			
			2	3	4	5
1.	Аудиторные занятия (ак. часов)					36
	В том числе:					
1.1.	Лекции					18
1.2.	Прочие занятия					18
	В том числе:					

1.2.1.	Практические занятия (ПЗ)					
1.2.2.	Семинары (С)					18
1.2.3.	Лабораторные работы (ЛР)					
	<i>Из них в интерактивной форме (ИФ):</i>					
2.	Самостоятельная работа студентов (ак. часов)					72
	В том числе:					
2.1.	Курсовой проект (работа)					
2.2.	Расчетно-графические работы					
2.3.	Реферат					
2.4.	Подготовка и прохождение промежуточной аттестации					
	<i>Другие виды самостоятельной работы</i>					72
3.	Общая трудоемкость (ак. часов)					108
	<i>Общая трудоемкость (зачетных единиц)</i>					3

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Гомотопические методы в теории классических узлов	Основные понятия теории классической теории узлов и зацеплений. Полиномиальные инварианты узлов и зацеплений (полином Джонса, Кауфмана, Александера и др.) и их свойства. Инварианты Васильева конечного порядка. Гомотопические инварианты узлов и зацеплений (группа узла, техника вычисления фундаментальных групп дополнений к узлам и зацеплениям).
2.	Гомотопические методы в теории виртуальных узлов	Основные понятия теории виртуальных узлов и зацеплений. Полиномиальные инварианты виртуальных узлов и зацеплений и их свойства. Инварианты виртуальных зацеплений со значениями на графах. Скобка Куперберга и «спайдеры». Элементы теории свободных узлов. Скобка четности. Элементы теории групп кос.

5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Лекц.	Практические занятия и лабораторные работы			СРС	Всего
			ПЗ/С	ЛР	из них в ИФ		
1.	Гомотопические методы в теории классических узлов	10	10			36	56
2.	Гомотопические методы в теории виртуальных узлов	8	8			36	52
	ИТОГО	18	18			72	108

6. Лабораторный практикум

Отсутствует.

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	Наименование раздела	Сем.
1	Гомотопические методы в теории классических узлов	10
2	Гомотопические методы в теории виртуальных узлов	8
	ИТОГО	18

8. Примерная тематика курсовых работ

Курсовые работы не предусмотрены дисциплиной.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Коснёвски Ч. «Начальный курс алгебраической топологии». М., «Мир», 1983.
2. Милнор Дж., Уоллес А. «Дифференциальная топология. Начальный курс». М., «Мир», 1972.
3. Постников М.М. «Лекции по геометрии, семестр III. Гладкие многообразия». М., «Наука», 1987.
4. Прасолов В.В. «Элементы комбинаторной и дифференциальной топологии». М., МЦНМО, 2005.
5. Фукс Д.Б., Фоменко А.Т., Гутенмахер В.Л. «Гомотопическая топология». М. Изд-во МГУ, 1969.

б) дополнительная литература

1. Болтянский В.Г., Ефремович В.А. «Начальная топология». М., «Наука», 1982.
2. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. «Современная геометрия». М., «Наука», 1979.
3. Масси У., Столингс Дж. «Алгебраическая топология. Введение». М., «Мир», 1977.
4. Хирш М. «Дифференциальная топология». М., «Мир», 1979.
5. Ху Сы-Цзян. «Теория гомотопий». М., «Мир», 1964.

в) программное обеспечение: пакет набора и вёрстки математических текстов TeX (например, MikTeX 2.7), пакеты OpenOffice.org версии не ниже 2.2, MSOffice версии не ниже 2000 и т.д.

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

обеспечиваемые свободным доступом в Интернет в учебных лабораториях факультета и читальных залах РУДН

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

учебная аудитория для проведения семинарских занятий, большая аудитория (лекционный зал) для чтения лекций, ноутбук - 1шт., проектор - 1шт., экран - 1шт., ксерокс - 1 шт., принтер - 1шт., сканер - 1 шт.

11. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

Соответствие систем оценок (используемых ранее оценок итоговой академической успеваемости, оценок ECTS и балльно-рейтинговой системы (БРС) оценок текущей успеваемости) (В соответствии с Приказом Ректора №996 от 27.12.2006 г.):

Баллы БРС	Традиционные оценки в РФ	Баллы для перевода оценок	Оценки	Оценки ECTS
86 – 100	5	95 - 100	5+	A

		86 - 94	5	B
69 – 85	4	69 - 85	4	C
51 – 68	3	61 - 68	3+	D
		51 - 60	3	E
0 – 50	2	31 - 50	2+	FX
		0 - 30	2	F

1. Студенты обязаны сдавать все задания в сроки, установленные преподавателем.
2. В балльно-рейтинговую систему оценки знаний в течение семестра входят работа на занятии, выполнение домашних заданий и проработка текущего материала. Выдается 4 домашних задания на обозначенные в ФОС темы, каждое из которых оценивается из 10 баллов. По указанным разделам проводится опрос, который максимально оценивается 20 баллами.
3. Студент допускается к итоговому контролю с любым количеством баллов, набранным в семестре. Итоговый контроль содержит 2 задания. На подготовку к ответу отводится 1 час, после чего производится устный опрос студента. Оценивается работа из 50 баллов независимо от количества баллов, полученных в течение семестра.
4. Если после итогового контроля студент получил менее 31 балла, то ему выставляется оценка F и он должен повторить дисциплину в установленном порядке. Если же в итоге студент получил не менее 31 балла, т.е. FX, то ему разрешается добор необходимого (до 51) количества баллов путём повторного одноразового выполнения предусмотренных итоговых контрольных мероприятий; при этом аннулируются, по усмотрению преподавателя, соответствующие предыдущие результаты. Ликвидация задолженностей проводится в период с 07.02 по 28.02 (с 07.09 по 28.09) по согласованию с деканатом.

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) – прилагается.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС 3++ РУДН.

Разработчик

к.ф.-м.н., ст. преподаватель



В.А. Краснов

Директор Математического института,
д.ф.-м.н., профессор



А.Л. Скубачевский

Математический институт им. С.М. Никольского
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕН

на заседании института

«__» _____ 20__ г., протокол №__

Директор Математического института

_____ А.Л. Скубачевский

(подпись)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Введение в маломерную топологию
(наименование дисциплины)

01.04.01 «Математика»

магистр

Квалификация (степень) выпускника

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Введение в маломерную топологию»

Направление/Специальность: 01.04.01 «Математика»

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Наименование оценочного средства													Баллы темы	Баллы раздела			
			Текущий контроль											Промежуточная аттестация						
			Опрос	Тест	Коллоквиум	Контрольная работа	Выполнение ЛР	Выполнение КР/КП	Выполнение ДЗ	Реферат	Выполнение РГР	Работа на инт. зан.	Экзамен/Зачет			
ПК-1	Введение в маломерную топологию	Гомотопические методы в теории классических узлов				15			10							25				
		Гомотопические методы в теории виртуальных узлов				15			10								25			
		ИТОГО:				30			20							50				

Вопросы итогового контроля (2 вопроса по 25 баллов каждый)

1. Полигональные узлы и зацепления. Изотопия гладких узлов. Движения Рейдемейстера.
2. Примеры инвариантов Васильева высших порядков.
3. Скобка Кауфмана. Определение и примеры вычислений.
4. Инварианты Васильева нулевого и первого порядка.
5. Инвариантность скобки Кауфмана относительно движений Рейдемейстера.
6. Производная по Васильеву. Определение инвариантов Васильева конечных порядков.
7. Число закрученности и полином Джонса-Кауфмана. Примеры вычислений.
8. Понятие о сингулярных (особых) узлах.
9. Полином Джонса от одной переменной. Определение и примеры вычислений.
10. Теорема о преобразовании диаграммы классического зацепления в диаграмму тривиального зацепления путем замены типов некоторых перекрестков.
11. Длина полинома Джонса. Теорема Кауфмана-Мурасуги.
12. Полином Джонса и проблема распознавания узлов-мутантов.
13. Полином Джонса от связной суммы и дизъюнктивного объединения диаграмм.
14. Структура полинома Джонса для зацеплений с четным (нечетным) числом компонент.
15. Виртуальные узлы.
16. Инварианты виртуальных узлов со значениями на графах.

Задания для контрольной работы 1

1. Вычислить скобку Кауфмана для диаграммы классического узла (5 баллов).
2. Вычислить полином Джонса для ориентированной диаграммы классического узла (10 баллов).

Задания для контрольной работы 2

1. Вычислить скобку Куперберга для виртуальной диаграммы (5 баллов).
2. Проверить, является ли скобка Куперберга инвариантом виртуальных узлов (10 баллов).

Вариант заданий для домашней самостоятельной работы

1. Доказать эквивалентность двух диаграмм, используя теорему Рейдемейстера (10 баллов).
2. Для заданной диаграммы вычислить длину ее полинома Джонса и на данном примере проверить справедливость теоремы Кауфмана-Мурасуги (10 баллов).