

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Российский университет дружбы народов»

Экологический факультет/институт

Рекомендовано МССН/МО

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины Математика

Рекомендуется для направления подготовки/специальности

05.03.06- Экология и природопользование

(указываются код и наименование направления подготовки/специальности)

Направленность программы (профиль)

Управление природными ресурсами

(наименование образовательной программы в соответствии с направленностью (профилем))

1. Цели и задачи дисциплины: Целями освоения дисциплины являются:

- воспитание у студентов определенной культуры мышления, включающей умение аргументировать, обобщать, анализировать и т.п.;
- усвоение студентами основных понятий и методов математического анализа, линейной алгебры, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики;
- формирование у студентов навыков практического решения математических задач и использования различных математических методов;
- овладение студентами математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО:

Дисциплина Математика относится к базовой части блока 1 учебного плана.

В таблице № 1 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП ВО.

Таблица № 1

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Шифр и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины (группы дисциплин)
Общепрофессиональные компетенции			
	ОПК-1 Способен применять базовые знания фундаментальных разделов наук о Земле, естественнонаучного и математического циклов при решении задач в области экологии и природопользования	—	Информатика, Физико-химические методы анализа, дисциплины профессионального цикла и профильной направленности

3. Требования к результатам освоения дисциплины:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1 _____ (указываются в соответствии с ОС ВО РУДН/ФГОС ВО)

Формируемые компетенции

Компетенции	Название компетенции	Индикаторы достижения компетенций
ОПК - 1	Способен применять базовые знания фундаментальных разделов наук о Земле, естественнонаучного и математического циклов при решении задач в области экологии и природопользования	ОПК-1.1. Знать базовые основы фундаментальных разделов наук о Земле, естественнонаучного и математического циклов при решении задач в области экологии и природопользования ОПК-1.2. Уметь применять базовые знания фундаментальных разделов наук о Земле, естественнонаучного и математического циклов при решении задач в области экологии и природопользования ОПК-1.3. Владеть базовыми знаниями фундаментальных разделов наук о Земле,

		естественнонаучного и математического циклов при решении задач в области экологии и природопользования
--	--	--

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные фундаментальные основы высшей математики, включая основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, дискретной математики, теории дифференциальных уравнений, теории вероятности и математической статистики.

Уметь: проводить анализ функций, решать основные задачи теории вероятности и математической статистики, уравнения и системы дифференциальных уравнений применительно к реальным процессам; применять математические методы при изучении других дисциплин

Владеть: первичными навыками и основными методами решения математических задач из дисциплин профессионального цикла и профильной направленности, типовых профессиональных задач

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1	2	3	4
Аудиторные занятия (всего)	105	51	48		
В том числе:	-	-	-	-	-
<i>Лекции</i>	33	9	9	9	6
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	66	18	18	18	12
<i>Семинары (С)</i>					
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>					
Самостоятельная работа (всего)	79		37	36	6
Общая трудоемкость	216 час 6 зач. ед.				

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1.	Линейная и векторная алгебра	<p>Определители второго и третьего порядков и их свойства. Вычисление определителей третьего порядка разложением по строке (столбцу). Понятие об определителе n-го порядка.</p> <p>Матрицы и действия над ними. Решение системы алгебраических линейных уравнений методом Гаусса, с помощью обратной матрицы, по формулам Крамера.</p> <p>Собственные значения и собственные векторы матриц</p> <p>Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Разложение вектора по базису. Орт вектора.</p> <p>Векторы в прямоугольной системе координат. Скалярное векторное и смешанное произведения векторов; их определения, основные свойства, способы вычисления и применения к решению физических и геометрических</p>

		задач
2.	Аналитическая геометрия	Прямая на плоскости (различные виды уравнений прямой). Взаимное расположение двух прямых. Плоскость и прямая в пространстве, их уравнения и взаимное расположение. Кривые и поверхности 2-го порядка; их канонические уравнения и построение
3.	Введение в анализ и дифференциальное исчисление функций одной переменной.	Множества и действия над ними. Диаграммы Эйлера-Венна. Числовые и точечные множества. Функция одной переменной. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых. Признаки существования пределов. Приращение функции. Непрерывность функции в точке и на интервале. Точки разрыва, их классификация. Производная функции, ее геометрический и механический смыслы. Правила дифференцирования. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Лагранжа) и их геометрическая иллюстрация. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функции на интервале. Экстремум, наибольшее и наименьшее значение функции одной переменной на интервале. Выпуклость, точки перегиба кривой. Асимптоты. Общая схема исследования и построения графика функции одной переменной
4.	Функции нескольких переменных	Функция нескольких переменных, область определения. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции в точке и в области. Частные производные; их геометрический смысл. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал и его геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Сложные и неявные функции нескольких переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности (определение, уравнения). Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Производная по направлению и градиент функции нескольких переменных (определения, вычисление, свойства).
5.	Интегральное исчисление	Первообразная, неопределенный интеграл. Методы интегрирования, использование таблиц интегралов. Задача о площади криволинейной трапеции, приводящая к понятию определенного интеграла по отрезку. Определенный интеграл по отрезку (определение, основные свойства, вычисление, формула Ньютона – Лейбница, приложения). Задачи об объеме тела и массе геометрической фигуры, приводящие к понятиям

		двойного, криволинейного, поверхностного и тройного интегралов. Основные свойства и вычисление.
6.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Определение дифференциального уравнения, его порядка и решения. Задача Коши и теорема Коши для уравнений 1-го порядка. Общее и частное решения. Основные типы дифференциальных уравнений 1 -го порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Методы решения линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
7.	Теория вероятности и основы математической статистики	Случайные события. Алгебра событий. Классическое, геометрическое, статистическое определение вероятности. Формулы комбинаторики. Основные теоремы теории вероятностей. Формула полной вероятности. Схема Бернулли. Дискретные и непрерывные случайные величины. Числовые характеристики. Некоторые законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Закон больших чисел. Генеральная совокупность и выборка. Полигон частот, гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Нахождение неизвестных параметров распределения по выборке. Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Метод наименьших квадратов. Корреляция и регрессия. Проверка статистических гипотез. Параметрические и непараметрические критерии.

5.2. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	Семина	СРС	Всего час.
1.	Линейная и векторная алгебра	6	10			10	26
2.	Аналитическая геометрия	2	4			8	14
3.	Введение в анализ и дифференциальное исчисление функций одной переменной.	8	16			16	40
4.	Функции нескольких переменных	2	4			8	14
5.	Интегральное исчисление	6	12			12	30
6.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	4	10			16	30
7.	Теория вероятности и основы математической статистики	5	10			9	24

6. Лабораторный практикум не предусмотрен

7. Практические занятия (семинары)

№ п/п	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоемкость (час.)
1.	1	Матрицы и действия над ними. Определители. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.	2
2	1	Обратная матрица. Матричные уравнения. Метод элементарных преобразований строк	3
3	1	Векторы и действия над ними.	1
4	1	Векторная алгебра	2
5	1	Контрольная работа	2
6.	2	Аналитическая геометрия на плоскости	2
7	2	Аналитическая геометрия в пространстве.	2
8	3	Вычисление пределов последовательностей и функций на бесконечности.	2
9	3	Вычисление предела функции в точке. Эквивалентности.	2
10	3	Табличное дифференцирование. Производная сложной функции.	4
11	3	Дифференциал. Приложения производной и дифференциала. Вычисление пределов по правилу Лопиталья.	2
12	3	Исследование функции по первой производной и построение графика.	4
13	3	Контрольная работа	2
14	4	Функции двух переменных	2
15	4	Приложения производных функций двух переменных	2
16	5	Табличное интегрирование. Метод подведения под дифференциал	2
17	5	Метод замены переменной. Формула интегрирования по частям.	2
18	5	Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен. Интегрирование рациональных выражений	2
19	5	Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений.	2
20	5	Определенный интеграл. Несобственные интегралы.	2
21	5	Контрольная работа.	2
22	6	Уравнения с разделяющимися переменными и однородные уравнения.	2
23	6	Линейные дифференциальные уравнения 1 порядка и уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.	2
24	6	Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами	2
25	6	Неоднородные линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.	2
26	6	Контрольная работа	2
27	7	Вероятность. Классическое определение вероятности.	2

		Теоремы сложения и умножения событий	
28	7	Формула полной вероятности. Схема Бернулли.	2
29	7	Случайные величины, распределения и характеристики	2
30	7	Первичная обработка статистических данных	2
31	7	Проверка статистических гипотез	2

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Наличие лекционных курсов и прочих материалов из пакета методической литературы с использованием компьютерных технологий и тестирующих программ.

9. Информационное обеспечение дисциплины

а) программное обеспечение не требуется

б) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы не требуется

10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины:

а) основная литература

1. Т.Н. Ледащева, А.Ю. Потапова, В.И. Чемоданова, О.Л. Карелова. Высшая математика: конспект лекций. М., Изд-во РУДН, 2013.

2. Ледащева Т.Н., Брагина Л.В., Чемоданова В.И.,

Сорокина М.В. Краткий конспект лекций и практикум по курсу высшей математики. 1 семестр. Темы «Линейная алгебра», «Векторная алгебра и аналитическая геометрия», «Основы математического анализа». М., МАКС Пресс, 2013

3. Т.Н. Ледащева, М.В. Сорокина, Л.В. Брагина, В.И. Чемоданова,

Краткий конспект лекций и практикум по курсу высшей математики. 2 семестр. Темы «Интегральное исчисление», «Ряды», «Дифференциальные уравнения». М., МАКС Пресс 2013

б) дополнительная литература

1. Ледащева Т.Н., Брагина Л.В., Чемоданова В.И., Конспект лекций по курсу «Статистический анализ экосистем».

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. 7-ое издание. М., Высшее образование, 2011

3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: М.: Высшая школа, 2008

4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. М.: Айрис-пресс, 2013, 2014, 2015

11. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Важным условием успешного освоения дисциплины «Математика» является самостоятельная работа студентов. В частности, выполнение как домашних заданий по пройденному на практическом занятии материалу, так и предлагаемые задания для подготовки к практическим занятиям, при выполнении которых обучающиеся самостоятельно отвечают на вопросы по лекции, рассматривают приведенные примеры и выполняют простые упражнения, направленные на усвоение базовых понятий и навыков.

Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Обучение по дисциплине инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (далее ОВЗ) осуществляется преподавателем с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Для студентов с нарушениями опорно-двигательной функции и с ОВЗ по слуху предусматривается сопровождение лекций мультимедийными средствами, раздаточным материалом.

Для студентов с ОВЗ по зрению предусматривается применение технических средств усиления остаточного зрения, а также предусмотрена возможность разработки аудиоматериалов.

По данной дисциплине обучение инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья может осуществляться как в аудитории, так и дистанционно с использованием возможностей электронной образовательной среды (Учебного портала) и электронной почты.

В ходе аудиторных учебных занятий используются различные средства интерактивного обучения, в том числе, групповые дискуссии, мозговой штурм, деловые игры, проектная работа в малых группах, что дает возможность включения всех участников образовательного процесса в активную работу по освоению дисциплины. Такие методы обучения направлены на совместную работу, обсуждение, принятие группового решения, способствуют сплочению группы и обеспечивают возможности коммуникаций не только с преподавателем, но и с другими обучаемыми, сотрудничество в процессе познавательной деятельности.

Обучение инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья может производиться по утвержденному индивидуальному графику с учетом особенностей их психофизического развития и состояния здоровья, что подразумевает индивидуализацию содержания, методов, темпа учебной деятельности обучающегося, возможность следить за конкретными действиями студента при решении конкретных задач, внесения, при необходимости, требуемых корректировок в процесс обучения.

Предусматривается проведение индивидуальных консультаций (в том числе консультирование посредством электронной почты), предоставление дополнительных учебно-методических материалов (в зависимости от диагноза).

12. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

В соответствии с требованиями ФГОС ВО для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений планируемым результатам обучения по дисциплине созданы фонды оценочных средств (ФОС представлен в Приложении 1).

Преподаватель имеет право изменять количество и содержание заданий, выдаваемых обучающимся (обучающемуся), исходя из контингента (уровня подготовленности).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО.

Разработчики:

Доцент кафедры
прикладной экологии
должность, название кафедры


подпись

Т.Н. Ледацева
инициалы, фамилия

Руководитель программы

должность, название кафедры

подпись

инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой

Прикладной экологии

название кафедры

название кафедры



подпись

подпись

М.М. Редина

инициалы, фамилия

инициалы, фамилия

Экологический факультет

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИКА

05.03.06 ЭКОЛОГИЯ И ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИЕ

код и наименование направления подготовки

УПРАВЛЕНИЕ ПРИРОДНЫМИ РЕСУРСАМИ

наименование образовательной программы

Бакалавр

квалификация (степень) выпускника

**Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Математика»
Направление/Специальность: 05.03.06 «Экология и природопользование»**

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности характеризующих этапы формирования компетенций

Балльно-рейтинговая система контроля знаний (1 семестр)

Код контролируемой компетенции или ее части	Контролируемый раздел дисциплины	Контролируемая тема дисциплины	Форма контроля					Баллы раздела
			Работа на занятии	Выполнение лабораторных	Выполнение контрольных	Выполнение расчетно-	Экзамен	
ОПК-1	Линейная и векторная алгебра	Матрицы и действия над ними. Определители. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.	1		18			2
		Обратная матрица. Матричные уравнения. Метод элементарных преобразований строк	1					2
		Векторы и действия над ними.	1					
		Векторная алгебра	1					
ОПК-1	Аналитическая геометрия	Аналитическая геометрия на плоскости	1			17		2
		Аналитическая геометрия в пространстве.	1					0
ОПК-1	Введение в анализ и дифференциальное исчисление функций одной переменной.	Вычисление пределов последовательностей и функций на бесконечности.	1		18	9		3
		Вычисление предела функции в точке. Эквивалентности.	1					4
		Табличное дифференцирование. Производная сложной функции.	2					
		Дифференциал. Приложения производной и дифференциала. Вычисление пределов по правилу Лопиталя.	1					
		Исследование функции по первой производной и построение графика.	2					
	Функции нескольких	Функции двух переменных	1			8		1
		Приложения производных функций двух переменных	1					0

	переменных							
		Итого	100	16	36	34	14	

Балльно-рейтинговая система контроля знаний (2 семестр)

ОПК-1	№ раздела	Тема	Форма контроля					Баллы раздела
			Работа на занятии	Выполнение лабораторных	Выполнение контрольных	Выполнение расчетно-	Экзамен	
ОПК-1	Интегральное исчисление	Табличное интегрирование. Метод подведения под дифференциал	1		18	9		32
		Метод замены переменной. Формула интегрирования по частям.	1					
		Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен. Интегрирование рациональных выражений	1					
		Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений.	1					
		Определенный интеграл. Несобственные интегралы.	1					
ОПК-1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Уравнения с разделяющимися переменными и однородные уравнения.	1		18	9		31
		Линейные дифференциальные уравнения 1 порядка и уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.	1					
		Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами	1					
		Неоднородные линейные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.	1					
ОПК-1	Теория вероятности и основы математической статистики	Вероятность. Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения событий	1			18		23
		Формула полной вероятности. Схема Бернулли.	1					

	Случайные величины, распределения и характеристики	1				
	Первичная обработка статистических данных	1				
	Проверка статистических гипотез	1				
	Итого	100	14		36	36
					14	

Шкалы оценивания

Оценочное средство	Шкала оценивания			
	Ниже порогового	Пороговый	Базовый	Высокий
Работа на семинаре, групповое обсуждение, решение общих задач	Отсутствие участия 0	Единичное высказывание 0,5	Активное участие в обсуждении 1	Высказывание неординарных суждений 1
Работа на семинаре, решение индивидуальных задач	Неправильное решение 0	Решение с ошибками 0,5	Решение с вычислительной ошибкой 1	Решение без ошибок 1
Контрольная работа, расчетно-графическая работа	Отсутствие решения, неправильное решение 0-4	Неполное решение, решение с ошибками 5-12	Решение с вычислительными ошибками 13-17	Решение без ошибок 18
Экзамен	Отсутствие ответа, ответ с грубыми ошибками 0-5	Ответ с ошибками 6-9	Неполный ответ, ответ с замечаниями 10-13	Ответ без замечаний 14

Контрольные вопросы

1. Что такое матрица? Что такое сумма, произведение матриц?
2. Что такое определитель? Как вычислить определитель 2 порядка? 3 порядка?
3. Что такое обратная матрица? Как найти обратную матрицу?
4. Что такое вектор? Координаты вектора?
5. Что такое скалярное произведение векторов? Как его вычислить, если векторы заданы своими координатами? Как найти угол между векторами?
6. Что такое векторное произведение векторов? Как его найти, если векторы заданы своими координатами? В чем состоит геометрический смысл векторного произведения?
7. Как написать уравнение прямой на плоскости, проходящей через две данные точки? Через данную точку перпендикулярно данному вектору? Через данную точку с данным угловым коэффициентом?
8. Как выглядят канонические уравнения и графики эллипса, гиперболы, параболы?
9. Дайте определение предела последовательности.
10. Дайте определение предела функции в точке.
11. Таблица эквивалентностей
12. Определение производной функции
13. Таблица производных
14. Правила дифференцирования
15. В чем состоит геометрический смысл производной?

16. Правило Лопитала
17. Что такое дифференциал функции?
18. Что такое неопределенный интеграл?
19. Свойства неопределенного интеграла (правила интегрирования)
20. Формула интегрирования по частям
21. Таблица интегралов (12)
22. Что такое определенный интеграл?
23. Формула Ньютона-Лейбница для определенного интеграла
24. Геометрический смысл определенного интеграла
25. Замена переменной в определенном интеграле
26. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла
27. Что такое несобственный интеграл 1 рода? Что такое сходимость несобственного интеграла?
28. Что такое обыкновенное дифференциальное уравнение n -го порядка?
29. Что такое решение ОДУ?
30. Что такое задача Коши для ОДУ 1 порядка? n -го порядка?
31. Что такое частное решение ОДУ? Общее решение ОДУ?
32. Что такое уравнение с разделяющимися переменными? Как его решать?
33. Что такое однородное уравнение? Как его решать?
34. Что такое линейное дифференциальное уравнение 1 порядка? Как его решать?
35. Что такое уравнение в полных дифференциалах? Как его решать?
36. Что такое линейное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами?
37. Как найти общее решение однородного линейного уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами?
38. В чем состоит метод вариации произвольных постоянных для решения линейного n -го порядка с постоянными коэффициентами?
39. Как подобрать частное решение для линейного уравнения с правой частью специального вида?
40. Пространство элементарных исходов. События, действия над ними.
41. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики.
42. Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Независимость событий попарно и в совокупности. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
43. Схема Бернулли, формула Бернулли.
44. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Бернулли (закон больших чисел в форме Бернулли).
45. Случайная величина. Функция распределения и ее свойства. Дискретная случайная величина. Ряд распределения.
46. Биномиальное, пуассоновское, геометрическое распределения.
47. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения и ее свойства. Равномерное, экспоненциальное, нормальное,.
48. Многомерная случайная величина (на примере 2-мерной). Совместная функция распределения и ее свойства.
49. Математическое ожидание случайной величины, его свойства.
50. Дисперсия случайной величины, ее свойства.
51. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин, их свойства. Матрица ковариаций.
52. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин.
53. Основные понятия математической статистики: генеральная совокупность; теоретическая функция распределения; выборка; вариационный и статистический ряды; эмпирическая функция распределения.

54. Статистические оценки и их свойства: состоятельность; несмещенность; неравенство Рао-Крамера; эффективность.
55. Доверительные интервалы. Построение доверительного интервала для параметра биномиального распределения. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения
56. Статистическая гипотеза; основная и конкурирующая, простая, сложная, параметрическая и непараметрическая гипотезы. Критерий, допустимая и критическая области, статистика критерия, ошибки первого и второго рода, уровень значимости, размер, оперативная характеристика и мощность критерия.

Контрольные задания

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений, используя правило Крамера, обратную матрицу, метод Гаусса:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}; \begin{cases} 5x + y = 4 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}; \begin{cases} 5x + y - 3z = 4 \\ 3x - 2y - 5z = 5 \\ 2x - y + z = 3 \end{cases}; \begin{cases} x - 2y - z = -3 \\ 2x + 3y - 5z = -5 \\ x + 5y - 3z = 4 \end{cases}$$

2. Даны векторы: $a(-1, 2, 2)$, $b(6, -8, 0)$. Найти площадь треугольника, который образуют эти векторы, отложенные из одной точки
3. Даны векторы: $a(-1, 3, 2)$, $b(-3, 1, -1)$. Найти: векторное произведение $[(a+b); (a-b)]$; скалярное произведение $((a+b); (a-b))$
4. Вычислить пределы:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 2n^3 - 1} - 2n^2}{3n^2 + 15n}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^3 + 1}{3x^3 + x^5 - 4}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - e^{\sin x}}{\operatorname{tg} 3x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x)}{\operatorname{arctg} 3x + x^2};$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{x - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin 3x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1 - 3x)}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + 2x^2 - 3x}{x^3 - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x - 3}}{\sqrt[5]{x^5 + 3} + x};$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 - x)^3 (2x + 3)^2}{\sqrt{x^4 - x^2} (5x^3 - 3)^2}$$

5. Дана функция $y=y(x)$. Найти: первую производную y' ; первый дифференциал dy

$$y = \ln(\sqrt{1 + e^x} - 1); \quad y = \ln \sqrt{1 + x + x^2}; \quad y = \sqrt{\cos 2x + 1}; \quad y = \cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right); \quad y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1});$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}; \quad y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}); \quad y = \sin^3 \frac{x}{3}; \quad y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}; \quad y = \operatorname{tg}^6 \frac{x}{6}; \quad y = \operatorname{tg}^2 \sqrt{x};$$

$$y = \operatorname{arctg} \sqrt{1 + x^2};$$

$$y = \arcsin \sqrt{x - x^2}; \quad y = \ln \frac{1 + 2x}{1 - 2x}; \quad y = \operatorname{arctg} \frac{\ln x}{3}; \quad y = 2^{\sqrt{3x+1}}; \quad y = \ln(\sqrt{2 \sin x + 1} + \sqrt{2 \sin x - 1});$$

$$y = e^{x^2} \cdot (2x + 1); \quad y = \arcsin \frac{2x^2}{1 + x^4}; \quad y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x}$$

6. Даны три вектора: $(1, -2, 0)$, $(2, 3, -1)$, $(3, 0, a)$. Найти такое значение параметра a , чтобы эти векторы были компланарны.
7. Даны 3 точки вершины прямоугольной трапеции ABCD (основания AD и BC). Найти четвертую вершину: $A(-4, 5)$, $B(0, 8)$, $C(4, 6)$
8. Даны 3 точки; найти расстояние от точки A до прямой BC: $A(-8, 12)$, $B(2, -3)$, $C(-5, 1)$
9. Даны 2 точки вершины прямоугольного равнобедренного треугольника (угол B – прямой). Найти третью вершину: $A(-2, 1)$, $B(4, -2)$
10. Найти точку M, симметричную точке D относительно плоскости ABC: $A(3, -5, 1)$, $B(0, 1, 4)$, $C(1, -1, 7)$, $D(6, -1, 5)$
11. Найти точку M, симметричную точке C относительно прямой AB: $A(-4, 4, 9)$, $B(-1, 10, 1)$, $C(-7, -10, 11)$
12. Даны уравнения двух прямых. Найти расстояние от начала координат до плоскости, которой принадлежат эти прямые:

$$\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-1}, \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z+2}{-1}$$

13. Даны 3 точки; найти уравнение плоскости, параллельной плоскости ABC и отстоящей от нее на такое же расстояние, на какое плоскость ABC отстоит от начала координат: $A(1, -4, -2)$, $B(0, 1, 3)$, $C(4, 6, 6)$
14. Написать уравнение касательной к эллипсу $x^2 + 4y^2 - 100 = 0$, которая была бы параллельна прямой $3x + 4y - 1 = 0$
15. Дано уравнение кривой $9x^2 - 4y^2 - 36x + 24y - 36 = 0$. Построить эту кривую и написать уравнение касательной к ней, проходящей через точку $(1/3, 5)$
16. Написать уравнение общей касательной к эллипсу $x^2 + 4y^2 - 4 = 0$ и параболу $9x^2 = -320y$

$$\ln(x^2 + y^2) + y = 1, (0, 1); \quad \sin^2(x + y) = y, (\pi, 0); \quad y^3 = 3 \frac{x-y}{x+y}, (2, 1);$$

$$\ln \frac{x}{y} + e^{-\frac{y}{x}} = e, (1, 1); \quad \arcsin(x + y^2) + \frac{x}{y} = 1, (-1, 1); \quad \cos x \cdot \sin y = y^2 - x, (1, 0)$$

17. Исследовать функцию и построить график:

$$y = \frac{x^2}{(x-2)^2}; \quad y = \frac{e^{x^2}}{2x}; \quad y = 2 + \sqrt[3]{x-4}; \quad y = (2x+3)\operatorname{arctg}x; \quad y = \ln \frac{2x}{x-2};$$

$$y = \ln(2x^2 - 3x + 1); \quad y = (x-3)e^x$$

18. Найти неопределенный интеграл: $\int \cos(3-5x)dx$; $\int e^{3-1,5x} dx$; $\int (2+2^{0,5x-1})dx$; $\int (2-3x)^5 dx$;
- $$\int \frac{dx}{\sqrt{3-x}}$$
- ;
- $\int \sqrt{3-5x} dx$
- ;
- $\int \frac{dx}{5x^2+3}$
- ;
- $\int \frac{dx}{8x^2-9}$
- ;
- $\int \frac{dx}{\sqrt{7-9x^2}}$
- ;
- $\int \frac{3x+2}{3x+1} dx$
- ;
- $\int \frac{1-5x}{3x+2} dx$
- ;
- $$\int (2x-1)^3 dx$$
- ;
- $\int \frac{dx}{5x-2}$
- ;
- $\int \sqrt{(8-3x)^5} dx$
- ;
- $\int e^{-x} dx$
- ;
- $\int \cos(\frac{\pi-2x}{3}) dx$
- ;
- $\int \sin(3-2x) dx$
- ;
- $$\int (2+3x)^4 dx$$
- ;
- $\int \sin(3-\pi)x dx$
- ;
- $\int 3^{2x-5} dx$

19. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^{\pi} x \cos 3x dx$; $\int_0^1 (x-1)e^{2x} dx$; $\int_0^{0,5} x \sin 2\pi x dx$; $\int_{-\pi}^{\pi} x \sin \frac{x}{2} dx$;

$$\int_e^{2e} x \ln x dx$$
; $\int_{-1}^1 x e^{1-x} dx$; $\int_{-\pi/2}^0 (x + \frac{\pi}{2}) \sin 5x dx$; $\int_0^2 (2-x) \cos \frac{\pi x}{2} dx$; $\int_1^3 (x-1) \sin \frac{\pi x}{3} dx$;

$$\int_0^1 x \cos \pi x dx$$

20. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:

$$\int_e^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}; \int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt[3]{x}}; \int_5^{\infty} \frac{dx}{x^2-9}; \int_1^{\infty} \frac{dx}{2x^2+5}; \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2-2x+4}; \int_0^{\infty} \frac{xdx}{x^2+4}; \int_1^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x+1)}; \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+3};$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x-5}; \int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+4}}; \int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}; \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+6x}; \int_0^{\infty} xe^{-x} dx; \int_1^{\infty} \frac{xdx}{x^4+1}$$

21. Найти общее решение: $y'' - y = 0$; $3y'' - 2y' - 8y = 0$; $y'' - 4y' + 3y = 0$; $y'' + 2y' + y = 0$;
 $y'' - 2y' - 2y = 0$; $4y'' - 8y' + 5y = 0$; $y'' - 2y' + 2y = 0$; $y'' - 2y' + 3y = 0$; $y'' - 4y' + 4y = 0$;
 $y'' - 2y' - 3y = 0$; $y'' + 4y = 0$; $y'' - 2y' = 0$; $y'' - 4y = 0$; $y'' + y = 0$; $y'' + y' = 0$

22. Указать вид частного решения:

$$y'' + 2y' + y = -2; \quad y''' + y'' = 1; \quad y'' + 9y - 9 = 0; \quad y^{IV} - 6y''' + 6 = 0; \quad y'' - 4y' + 4y = x^2;$$

$$y'' + 8y' = 8x; \quad y'' + 4y' + 4y = 8e^{-2x}; \quad y'' + 4y' + 3y = 9e^{-3x}; \quad y'' + 3y' = 3xe^{-3x};$$

$$y'' + y' + y = (x + x^2)e^x; \quad y''' - y' = -2x; \quad y'' + 4y' - 2y = 8 \sin 2x; \quad y'' + y = 4x \cos x;$$

$$y'' - y' = e^x \sin x; \quad y'' + 2y' = 4e^x (\cos x + \sin x); \quad y' - y'' = xe^x; \quad y'' - 5y' + 6y = (12x - 7)e^{-x};$$

$$y'' + 9y = 6e^{3x}; \quad y'' - 4y' + 5y = 2x^2 e^x; \quad y'' + y = 2 \cos x;$$

23. Исследовать ряд на сходимость

1. Партия из 10 деталей содержит 4 бракованных. Найти вероятность того, что из наудачу взятых двух деталей будут: две стандартных; две бракованных; 1 стандартная и 1 бракованная.

2. В лифт девятиэтажного дома на 1-м этаже зашло 3 пассажира. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом этаже, начиная со 2-го. Найти вероятность того, что все пассажиры:

выйдут на 5-м этаже;

выйдут одновременно на одном из этажей;

выйдут на разных этажах.

3. Из букв разрезанного русского алфавита было составлено слово «АНАНАС», а затем все буквы бросили в урну и тщательно перемешали. Найти вероятность того, что, беря буквы одну за одной и выкладывая их подряд, снова получим это же слово.

4. Стержень длиной L разрубили на две части. Найти вероятность того, что длина меньшей из частей меньше чем $L/5$

5. На двух станках-автоматах изготавливаются одинаковые заготовки.

Производительность второго станка в 1,5 раза больше, чем первого. Первый станок дает 5 % нестандартных заготовок, а второй — 93 % стандартных. Найти вероятность того, что взятая наудачу заготовка будет: 1) стандартной; 2) нестандартной.

6. На конвейер поступают детали с трех автоматов. Первый дает 90 %, второй — 93 %, а третий — 95 % годной продукции. За смену первый автомат изготавливает 60, второй — 50, а третий — 40 деталей. Найти вероятность поступления на конвейер:

1) нестандартной детали; 2) стандартной детали.

7. Вероятность выигрыша облигации составляет 0,6. Куплено 5 облигаций. Найти вероятность следующих событий:

1) выиграют две облигации;

2) выигрыш выпадет хотя бы на одну облигацию;

3) выиграют не более двух облигаций.

8. Доля заготовок с отклонениями от установленного стандарта при оттачивании таких заготовок составляет в среднем 0,11 всего количества отточенных заготовок. Найти вероятность того, что из 70 отточенных заготовок 62 соответствуют стандарту.

9. Пряильщица обслуживает 1000 веретен. Вероятность обрыва нитки на одном веретене в течение 1 мин. равна 0,005. Найти вероятность того, что в течение 1 мин. будет обрыв нитки на двух веретенах.

10. Детали 1-го сорта составляют в среднем $\frac{2}{3}$ всех деталей, изготавливаемых станком-автоматом. Наудачу взяли 300 деталей. Найти вероятность того, что среди них будет от 190 до 210 деталей 1-го сорта.

11. Вероятность того, что деталь, изготовленная станком-автоматом, будет 1-го сорта, равна 0,8. Проверяется качество четырех деталей. Построить ряд распределения, найти математическое ожидание и дисперсию числа обнаруженных деталей 2-го сорта.

12. Вероятность отказа при испытании каждого прибора равна 0,2. Сколько приборов нужно испытать, чтобы с вероятностью не менее чем 0,9 получить не менее 3-х отказов?

13. Стрелок стреляет в мишень до первого промаха, но не более 4 выстрелов. Построить ряд распределения и найти математическое ожидание числа выстрелов, если вероятность промаха при каждом выстреле 0,2

14. В соответствии с техническими условиями предусмотрено, что длина заготовки некоторой детали должна быть между 24 и 25 см. Если длина детали распределена нормально при $\sigma = 0,2$, то какая часть заготовок будет иметь длину, выходящую за пределы, заданные техническими условиями?

20. Система случайных величин (X, Y) задана законом распределения:

	X		
Y	-1	0	1
-1	0,1	0,3	c
0	0,1	0,1	0,05
1	0,05	0,04	0,06

Найти: значение c; числовые характеристики системы.

21. Доля студентов, имеющих неудовлетворительные оценки по предметам гуманитарного цикла составляет 0,15, по предметам естественнонаучного цикла – 0,25. Доля неуспевающих студентов 0,3. Найти коэффициент корреляции неудовлетворительных оценок по предметам гуманитарного и естественнонаучного циклов.

23. Среднее квадратическое отклонение погрешности измерения азимута равна $20'$ (математическое ожидание ее равно нулю). Найти вероятность того, что погрешность среднего арифметического трех измерений не превысит одного градуса.

25. Количество деталей, нужных для ремонта оборудования на неделю, определялось на основании наблюдений, которые проводились в течение 20 недель. В результате были получены такие значения: 0, 1, 1, 1, 0, 0, 2, 3, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 4, 0, 5, 2, 3. Построить статистическую функцию распределения, полигон и кумуляту. Вычислить по выборочным данным.

26. Имеем данные о сроке службы радиоламп (в тысячах часов): 0,45; 0,21; 0,14; 0,15; 1,52; 0,1; 0,52; 1,59; 3,38; 2,25; 0,8; 1,26; 2,31; 0,84; 3,72; 2,11; 1,02; 4,2; 2,53; 0,78; 2,92; 0,71; 4,7; 3,02; 1,58; 4,12; 2,59; 0,88; 0,96; 1,76; 1,93; 4,9; 2,82; 1,14; 5,7; 1,21; 1,47; 3,52; 0,36; 0,64. Построить интервальный ряд и гистограмму. Выдвинуть гипотезу о законе распределения в совокупности. Найти

27. Во время проверки 400 лампочек средний срок их работы составлял 1220 часов. Оценить с надежностью математическое ожидание продолжительности работы, если $\sigma = 100$ часов.

28. На основании 100 наблюдений было определено, что в среднем для изготовления детали нужно 5,5 с, а $\sigma = 0,5$. Найти интервальные оценки для математического ожидания продолжительности изготовления детали с надежностью 0,95 и 0,99.

29. Систематические ошибки измерительного прибора равны нулю, а случайные распределены нормально с $\sigma = 10$ м. Требуется, чтобы абсолютные значения разности между полученным результатом измерений и реальным значением не превышали 10 м. Определить, с какой вероятностью это требование будет выполнено, если берется среднее арифметическое n измерений и $n = 4, 9, 16, 25$.

30. В качестве оценки расстояния до навигационного знака берут среднее арифметическое независимых измерений, которые выполнили n дальномеров. Погрешности

измерения распределены нормально с математическим ожиданием 0 и средним квадратическим отклонением 10 м. Сколько нужно дальномеров, чтобы абсолютная величина погрешности измерения расстояния с вероятностью 0,96 не превышала 15 м?

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО РУДН/ФГОС.

Разработчики:

Доцент кафедры
прикладной экологии
должность, название кафедры



подпись

Т.Н. Ледащева

инициалы, фамилия

Руководитель программы

должность, название кафедры

подпись

инициалы, фамилия

Заведующий кафедрой
Прикладной экологии
название кафедры
название кафедры



подпись

подпись

М.М. Редина

инициалы, фамилия

инициалы, фамилия