

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 28.05.2026 10:28:14  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»**

**Инженерная академия**

(наименование основного учебного подразделения (ОУП) – разработчика ОП ВО)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

### **27.03.04 УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

### **DATA SCIENCE И КОСМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Комплексный анализ» входит в программу бакалавриата «Data Science и космические системы» по направлению 27.03.04 «Управление в технических системах» и изучается в 4 семестре 2 курса. Дисциплину реализует Кафедра механики и процессов управления. Дисциплина состоит из 6 разделов и 17 тем и направлена на изучение методов и областей применения теории функций комплексного переменного.

Целью освоения дисциплины является развитие математической культуры студента и подготовка его к усвоению других основных математических курсов

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Комплексный анализ» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-1	Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики	ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук; ОПК-1.2 Умеет использовать их в профессиональной деятельности; ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний;
ОПК-3	Способен использовать фундаментальные знания для решения базовых задач управления в технических системах с целью совершенствования в профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Знает теоретические основы и принципы математического моделирования; ОПК-3.2 Умеет разрабатывать и использовать методы математического моделирования, информационные технологии для решения задач прикладной математики; ОПК-3.3 Владеет практическими навыками решения задач прикладной математики, методами математического моделирования, информационными технологиями и основами их использования в профессиональной деятельности, навыками профессионального мышления и арсеналом методов и подходов, необходимыми для адекватного использования методов современной математики в теоретических и прикладных задачах;

## 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Complex analysis» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Complex analysis».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-1	Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и	Mathematical analysis; Space Flight Mechanics; Algebra and Geometry; Physics;	Research work / Научно-исследовательская работа; Technological Training;

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
	методов в области естественных наук и математики		Undergraduate Training; Research Work; Space Flight Mechanics;
ОПК-3	Способен использовать фундаментальные знания для решения базовых задач управления в технических системах с целью совершенствования в профессиональной деятельности	Mathematical analysis; Space Flight Mechanics; Theoretical Mechanics; Algebra and Geometry; Theory of Probability and Mathematical Statistics; Differential equations;	Research work / Научно-исследовательская работа; Technological Training; Undergraduate Training; Space Flight Mechanics; Numerical Methods; Automatic Control Theory; Equations of mathematical physics; Optimal Control Methods; Analysis of Geoinformation Data;

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Комплексный анализ» составляет «3» зачетные единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			4
Контактная работа, ак.ч	51		51
Лекции (ЛК)	17		17
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	34		34
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	57		57
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	0		0
Общая трудоемкость дисциплины ак.ч.	ак.ч.	108	108
	зач.ед.	3	3

Общая трудоемкость дисциплины «Комплексный анализ» составляет «3» зачетные единицы.

Таблица 4.2. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			4
Контактная работа, ак.ч	51		51
Лекции (ЛК)	17		17
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	34		34
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	57		57
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	0		0
Общая трудоемкость дисциплины ак.ч.	ак.ч.	108	108
	зач.ед.	3	3

Общая трудоемкость дисциплины «Комплексный анализ» составляет «3» зачетные единицы.

Таблица 4.3. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			4
Контактная работа, ак.ч	51		51
Лекции (ЛК)	17		17
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	34		34
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	57		57
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	0		0
Общая трудоемкость дисциплины ак.ч.	ак.ч.	108	108
	зач.ед.	3	3

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы\*

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Введение	1.1	Определение комплексного числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами. Свойства операций.	Понятие мнимой единицы. Алгебраическая форма. Действительная и мнимая части. Сопряженные числа. Арифметические операции: сложение, вычитание, умножение, деление. Свойства коммутативности, ассоциативности, дистрибутивности. Модуль и аргумент комплексного числа.	ЛК, СЗ
		1.2	Геометрическая интерпретация комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Извлечение корня из комплексного числа.	Представление точек на комплексной плоскости. Векторная интерпретация. Тригонометрическая форма. Формула Эйлера. Показательная форма. Формула Муавра. Извлечение корня $n$ -й степени из комплексного числа. Многозначность корня, геометрический смысл расположения корней на окружности.	ЛК, СЗ
Раздел 2	Функции комплексного переменного	2.1	Последовательности и ряды комплексных чисел. Расширенная комплексная плоскость. Стереографическая проекция. Сфера Римана. Кривые и области на комплексной плоскости.	Понятия сходимости последовательности и суммы ряда комплексных чисел. Введение бесконечно удаленной точки и расширенной комплексной плоскости. Стереографическая проекция как способ отображения плоскости на сферу. Сфера Римана как геометрическая модель расширенной комплексной плоскости. Кривые на комплексной плоскости: гладкие, кусочно-гладкие, жордановы. Области: односвязные и многосвязные.	ЛК, СЗ
		2.2	Непрерывные комплекснозначные функции действительного переменного. Непрерывные функции комплексного переменного. Показательные, тригонометрические и гиперболические функции.	Комплекснозначные функции действительного аргумента и их параметрическая интерпретация как кривых. Понятия предела и непрерывности функции комплексного переменного. Определение показательной функции на комплексной плоскости и её основные свойства. Тригонометрические и гиперболические функции комплексного аргумента, их связь между собой и с показательной функцией.	ЛК, СЗ
Раздел 3	Дифференцирование и интегрирование	3.1	Интегрирование функций комплексного переменного. Определение интеграла. Свойства интегралов. Оценки интегралов.	Определение интеграла от функции комплексного переменного по кривой как предела интегральных сумм. Основные свойства: линейность, аддитивность по кривой, зависимость от направления обхода. Лемма об оценке модуля интеграла.	ЛК, СЗ
		3.2	Дифференцирование функций комплексного переменного. Определение производной. Правила	Определение производной для функции комплексного переменного, её аналитический и геометрический смысл. Правила дифференцирования: линейность, производная произведения, частного, сложной функции. Производные основных элементарных функций.	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы*	
			дифференцирования.		
		3.3	Условия Коши-Римана. Дифференцируемые функции в точке и в области. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке.	Условия Коши-Римана, связывающие частные производные действительной и мнимой частей функции. Необходимость и достаточность этих условий для дифференцируемости функции в точке. Понятие функции, аналитической (регулярной) в области.	ЛК, СЗ
		3.4	Геометрический смысл производной. Понятие конформности отображения. Теорема об обратной функции. Многозначные функции “корень” и логарифм. Интегральная теорема Коши. Теорема о составном контуре.	Геометрическая интерпретация производной: коэффициент растяжения и угол поворота в точке. Конформные отображения как сохраняющие углы. Теорема о существовании обратной функции. Многозначные функции корня натуральной степени и логарифма: выделение однозначных ветвей. Интегральная теорема Коши для односвязной области и её обобщение на многосвязные области. Теорема о деформации контура (составной контур).	ЛК, СЗ
		3.5	Первообразная. Формула Ньютона–Лейбница.	Понятие первообразной для функции комплексного переменного. Условия независимости интеграла от пути интегрирования в области. Формула Ньютона-Лейбница для вычисления интегралов от аналитических функций.	ЛК, СЗ
Раздел 4	Регулярные функции	4.1	Регулярные функции. Степенные ряды. Абсолютная и равномерная сходимость степенного ряда. Теорема Абеля. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов.	Понятие регулярной (аналитической) функции. Степенные ряды по степеням разности переменной и центра. Круг и радиус сходимости. Теорема Абеля о непрерывности суммы ряда. Возможность почленного интегрирования и дифференцирования степенного ряда внутри круга сходимости.	ЛК, СЗ
		4.2	Интегральная формула Коши. Свойства регулярных в области функций. Гармонические функции.	Интегральная формула Коши, выражающая значение регулярной функции внутри контура через её значения на контуре. Бесконечная дифференцируемость регулярных функций. Принцип максимума модуля. Гармонические функции: определение и связь с аналитическими функциями (действительная и мнимая части аналитической функции являются гармоническими)	ЛК, СЗ
		4.3	Теоремы о среднем. Достаточные условия регулярности функции в области. Теорема Морера. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Теорема единственности.	Теорема о среднем для гармонических функций. Теорема Морера как обращение интегральной теоремы Коши. Теоремы Вейерштрасса о равномерно сходящихся последовательностях регулярных функций. Теорема единственности аналитической функции.	ЛК, СЗ
		4.4	Аналитическое продолжение регулярных функций. Изолированные	Понятие аналитического продолжения функции вдоль кривой. Принцип непрерывности. Классификация изолированных особых точек однозначного характера: устранимые особые точки, полюса, существенно особые точки. Их характеристика по	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
			особые точки однозначного характера.	поведению функции в окрестности.	
Раздел 5	Ряд Лорана	5.1	Разложение регулярной функции в ряд Лорана. Единственность разложения. Исследование особых точек с помощью рядов Лорана. Критерии существования устранимой особой точки, полюса, существенно особой точки. Поведение функции в окрестности существенно особой точки. Теоремы Сохоцкого и Пикара.	Разложение функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана, содержащий как неотрицательные, так и отрицательные степени. Правильная и главная части ряда. Единственность разложения. Критерии типа изолированной особой точки по виду ряда Лорана: отсутствие главной части (устраняемая точка), конечное число членов главной части (полюс), бесконечное число членов главной части (существенно особая точка). Характер поведения функции вблизи каждого типа особых точек.	ЛК, СЗ
		5.2	Целые функции. Теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры.	Определение целых функций как функций, аналитических на всей комплексной плоскости. Теорема Лиувилля: всякая ограниченная целая функция является постоянной. Доказательство основной теоремы алгебры о существовании корня у любого многочлена ненулевой степени с помощью теоремы Лиувилля.	ЛК, СЗ
Раздел 6	Теория вычетов и ее применение	6.1	Теория вычетов и её применение. Основная теорема теории вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.	Понятие вычета функции в изолированной особой точке. Формулы для вычисления вычетов в полюсах различного порядка. Основная теорема о вычетах: интеграл от функции по замкнутому контуру выражается через сумму вычетов внутри контура.	ЛК, СЗ
		6.2	Интегралы по замкнутому контуру. Вычисление несобственных интегралов от действительного переменного. Лемма Жордана	Применение теоремы о вычетах к вычислению интегралов по замкнутым контурам. Методика вычисления несобственных интегралов от рациональных функций действительного переменного. Вычисление интегралов от тригонометрических функций по полному периоду. Лемма Жордана и её использование для интегралов специального вида.	ЛК, СЗ

\* - заполняется только по ОЧНОЙ форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература:

1. Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной : учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. - 6-е изд., стереотип. - Москва: Физматлит, 2010. - 334 с.  
<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=75710>

2. Малышева, Н.Б. Функции комплексного переменного: учебник / Н.Б. Малышева, Э.Р. Розендорн. - Москва: Физматлит, 2010. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-0977-2; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68367>

3. Попов, В.Н. Прикладные вопросы теории функций комплексного переменного : учебное пособие / В.Н. Попов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова. - Архангельск : ИПЦ САФУ, 2013. - 164 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-261-00850-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436400>.

4. Хацкевич В.П. Теория функций комплексного переменного.  
[http://web-local.rudn.ru/web-local/prep/prep\\_2071](http://web-local.rudn.ru/web-local/prep/prep_2071)

5. Хацкевич В.П. Примеры и упражнения по теории функций комплексного переменного.  
[http://web-local.rudn.ru/web-local/prep/prep\\_2071](http://web-local.rudn.ru/web-local/prep/prep_2071)

### Дополнительная литература:

1. Туганбаев, А.А. Функции комплексного переменного : учебное пособие / А.А. Туганбаев. - 2-е изд., стер. - Москва : Издательство «Флинта», 2017. - 48 с. - ISBN 978-5-9765-1406-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115140>

2. Минькова, Р.М. Функции комплексного переменного в примерах и задачах : учебно-методическое пособие / Р.М. Минькова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. - Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2014. - 57 с. : ил., табл., схем. - ISBN 978-5-7996-1216-0; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275814>

3. Араманович И.Г., Лунц Г.Л., Эльсгольц Л.Э. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости.-М.: Наука, 2010.

4. Леонтьев Т.А., Панферов В.С., Серов В.С. Задачи по теории функций комплексного переменного. - М.: Мир, 2015.

5. Шабунин М., Половинкин Е., Карпов М. Сборник задач по теории функций комплексного переменного.-М.: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ, 2016.

6. Шабунин М.И., Сидоров Ю.В. Теория функций комплексного переменного.-М.: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ, 2014.

7. Сборник задач по теории аналитических функций под ред. Евграфова М.А.-М.: Наука, 2012.

*Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН <http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

- ЭБС «Троицкий мост»

2. Базы данных и поисковые системы

- электронный фонд правовой и нормативно-технической документации <http://docs.cntd.ru/>

- поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>

- поисковая система Google <https://www.google.ru/>

- реферативная база данных SCOPUS <http://www.elsevierscience.ru/products/scopus/>

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине «Complex analysis».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

**РАЗРАБОТЧИКИ**

Доцент

---

Должность

**РАЗРАБОТЧИКИ**

Доцент

---

Должность

**РУКОВОДИТЕЛЬ БУП**

Заведующий кафедрой

---

Должность

**РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО**

Профессор

---

Должность

---

Салтыкова О.А.

Фамилия И.О

---

Усовик И.В.

Фамилия И.О

---

Разумный Ю.Н.

Фамилия И.О

---

Разумный Ю.Н.

Фамилия И.О