

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ястребов Олег Александрович

Должность: Ректор

Дата подписания: 21.05.2026 17:01:16

Уникальный программный ключ:

ca953a01204891083f939673078ef1a989aae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования**

**«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»**

**Факультет физико-математических и естественных наук**

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

#### **01.03.02 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

#### **ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ПРОГРАММИРОВАНИЕ**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2026 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Функциональный анализ» входит в программу бакалавриата «Прикладная математика и программирование» по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и изучается в 4, 5 семестрах 2, 3 курсов. Дисциплину реализует Математический институт имени академика С.М. Никольского. Дисциплина состоит из 4 разделов и 8 тем и направлена на изучение основ теории меры, функциональных пространств и (в основном) линейных операторов.

Целью освоения дисциплины является формирование у учащихся универсального языка математики, которым уже давно стал функциональный анализ, объединив общие теории, выросшие из основных понятий математического анализа, Основное содержание дисциплины связано с линейной теорией, хотя исследованию нелинейных отображений также уделяется внимание, при этом элементы нелинейного функционального анализа более подробно освещаются в последующих дисциплинах. Курс необходим для усвоения практически всех математических дисциплин направления, прежде всего, теории уравнений с частными производными.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Функциональный анализ» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

*Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)*

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как некоторую математическую систему, выявляя ее составляющие и связи между ними; УК-1.2 Определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению; УК-1.3 Критически оценивает надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников;
ОПК-4	Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-4.1 Представляет результаты работы в виде научной публикации (тезисы доклада, статья, обзор) на русском и английском языке; ОПК-4.2 Представляет результаты своей работы в устной форме на русском и английском языке;
ПК-1	Способен к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	ПК-1.1 Планирует отдельные стадии исследования при наличии общего плана НИР; ПК-1.2 Готовит элементы документации, проекты планов и программ отдельных этапов НИР; ПК-1.3 Выбирает методы исследования для решения поставленных задач НИР; ПК-1.4 Проводит первичный поиск информации по заданной тематике; ПК-1.5 Способен изучать математическую структуру с применением расчётных методов; ПК-1.6 Способен публично представлять известные научные исследования; ПК-1.7 Способен представлять собственные научные достижения;

### 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Функциональный анализ».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Математический анализ; Линейная алгебра и аналитическая геометрия; Основы проектной деятельности;	Научно-исследовательская работа; Преддипломная практика; Дифференциальные уравнения на многообразиях; Научный семинар по апостериорным оценкам;
ОПК-4	Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности		Введение в классическую дифференциальную геометрию; Математическая логика;
ПК-1	Способен к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Дискретная математика;	Научно-исследовательская работа; Преддипломная практика; Научный семинар по дифференциальным и функционально-дифференциальным уравнениям; <i>Основы топологии</i> **; Введение в классическую дифференциальную геометрию; Математическая логика; Численные методы; Исследования операций и компьютерные технологии; Методы оптимизации; Нелинейные модели математической физики; Моделирование процессов с последствием;

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Функциональный анализ» составляет «8» зачетных единиц.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)	
			4	5
Контактная работа, ак.ч.	136		68	68
Лекции (ЛК)	68		34	34
Лабораторные работы (ЛР)	0		0	0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	68		34	34
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	107		49	58
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	45		27	18
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>ак.ч.</b>	<b>288</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
	<b>зач.ед.</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>

Общая трудоемкость дисциплины «Функциональный анализ» составляет «8» зачетных единиц.

Таблица 4.2. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очно-заочной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)	
			6	7
Контактная работа, ак.ч.	70		36	34
Лекции (ЛК)	35		18	17
Лабораторные работы (ЛР)	0		0	0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	35		18	17
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	191		90	101
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	27		18	9
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>ак.ч.</b>	<b>288</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
	<b>зач.ед.</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>4</b>

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Теория меры и интеграла Лебега	1.1	Построение меры Лебега. Построение интеграла по измеримому множеству для произвольной комплекснозначной измеримой функции. Свойства интеграла Лебега.	Аддитивные и счетно-аддитивные функции. Мера элементарных множеств в евклидовом пространстве. Регулярность меры. Внешняя мера множества. Продолжение меры с кольца элементарных множеств на $\sigma$ -кольцо измеримых множеств. Измеримые функции и действия над ними. Интеграл Лебега от простой функции. Построение интеграла для произвольной неотрицательной измеримой функции. Интеграл Лебега от знакопеременных и комплексных функций. Простейшие свойства интеграла Лебега. Счетная аддитивность и линейность интеграла Лебега.	ЛК, СЗ
		1.2	Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла. Теорема Фубини. Лебеговы пространства	Теорема Леви о монотонной сходимости. Теорема Фату. Теорема Лебега об ограниченной сходимости. Теорема Фубини. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана-Стилтьеса. Критерий Лебега интегрируемости функции по Риману.	
Раздел 2	Метрические пространства	2.1	Основные понятия метрического пространства, полнота, компактность. Теорема Стоуна-Вейерштрасса о приближении.	Метрическое пространство. Основные понятия. Примеры. Счетно нормированные пространства. Полнота метрического пространства. Теорема о вложенных шарах. Полное метрическое пространство не является объединением счетного числа нигде неплотных множеств (теорема Бэра). Компактные множества в метрических пространствах. Эквивалентные определения компактности. Пространство непрерывных функций. Теорема Арцела-Асколи. Алгебры функций. Банахова алгебра $C(K)$ . Теорема Стоуна. Теоремы Вейерштрасса об аппроксимации.	ЛК, СЗ
		2.2	Непрерывные отображения метрических пространств. Неподвижные точки. Принцип сжимающих отображений и его применения. Принцип Шаудера и его применения.	Непрерывные отображения метрических пространств. Оператор Немыцкого. Принцип сжимающих отображений, примеры применения. Теоремы Брауэра и Шаудера.	
Раздел 3	Банаховы и гильбертовы пространства	3.1	Нормированные и банаховы пространства. Неравенства Гельдера и Минковского. Сопряженное пространство. Слабая	Неравенства Гельдера и Минковского для сумм и интегралов. Нормированные и банаховы пространства. Примеры: лебеговы пространства, пространства последовательностей, пространства	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
			сходимость. Представление линейных непрерывных функционалов в банаховых пространствах. Теорема Хана-Банаха.	непрерывных и непрерывно дифференцируемых функций. Сопряженное к нормированному пространству, его полнота. Изометрическое вложение нормированного пространства во второе сопряженное. Рефлексивные банаховы пространства. Слабая сходимость в нормированном пространстве. Свойства слабого предела. Связь между замкнутостью и слабой замкнутостью в нормированном пространстве. Теорема Мазура. Слабая компактность ограниченных множеств в рефлексивном банаховом пространстве (доказательство для сепарабельного пространства).	
		3.2	Пространства со скалярным произведением. Гильбертовы пространства. Ряды Фурье.	Понятие гильбертова пространства. Ортогональные системы в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса-Фишера. Полные ортогональные системы в сепарабельном гильбертовом пространстве. Ряд Фурье. Равенство Парсеваля. Пространство $l_2$ . Теорема об изоморфизме. Лебегово пространство $L_2(X)$ . Плотность непрерывных функций в $L_2(Q)$ . Ортогональные базисы в $L_2(Q)$ . Ряд Фурье по тригонометрической системе. Гладкость функции и скорость убывания ее коэффициентов Фурье. Исследование сходимости тригонометрического ряда в точке. Ядро Дирихле, лемма Римана, условие Дини. Суммирование ряда Фурье методом средних арифметических. Теорема Фейера. Преобразование Фурье. Определение, простейшие свойства, преобразование Фурье свертки. Преобразование Фурье в пространстве быстро убывающих функций. Формула обращения для преобразования Фурье. Преобразование Фурье в $L_2(R^n)$ . Теорема Планшереля.	ЛК, СЗ
Раздел 4	Линейные операторы в банаховых и гильбертовых пространствах	4.1	Пространство линейных ограниченных операторов, норма оператора. Теорема Банаха-Штейнгауза и ее применения. Теорема Банаха об обратном операторе. Замкнутые операторы, теорема о замкнутом графике. Резольвента, спектр, собственные значения линейного ограниченного оператора в банаховом пространстве, формула спектрального радиуса.	Линейные операторы в нормированных пространствах. Непрерывность, ограниченность и норма линейного оператора. Пространство линейных ограниченных операторов, виды сходимости. Теорема Банаха-Штейнгауза. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе. Замкнутые линейные операторы. Норма графика. Теорема о замкнутом графике. Разложение гильбертова пространства в ортогональную сумму подпространств. Теорема Рисса о представлении линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве. Представление линейных непрерывных функционалов в	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				пространства Лебега, в пространствах последовательностей, в пространстве непрерывных функций на отрезке. Теорема Хана-Банаха и следствия из нее. Дополняемость конечномерных подпространств. Сопряженный оператор (в смысле банахова пространства). Определение и свойства. Компактность сопряженного оператора.	
		4.2	Уравнения с компактным оператором, теоремы Фредгольма. Сопряженный к линейному ограниченному оператору в гильбертовом пространстве. Самосопряженные операторы, унитарные операторы, неотрицательные и положительно определенные операторы, ортопроекторы. Спектральные свойства компактных самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. Теорема Гильберта-Шмидта.	Априорная оценка для замкнутого линейного оператора в банаховых пространствах. Связь с конечномерностью нуль-пространства и замкнутостью образа. Свойства компактных операторов. Образ компактного оператора. Канонический фредгольмов оператор (тождественный минус компактный), конечномерность нуль-пространства и замкнутость образа. Альтернатива Фредгольма. Спектр компактного оператора. Сопряженный оператор в смысле гильбертова пространства. Теоремы Фредгольма для уравнения с компактным оператором в гильбертовом пространстве. Самосопряженные компактные операторы в гильбертовом пространстве. Теорема Гильберта Шмидта.	ЛК, СЗ

\* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	нет
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	нет
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	нет

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

*Основная литература:*

1. Рудин У. Основы математического анализа. – М.: Мир, 1976. – 320 с.
2. Треногин В.А. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1980. – 496 с.
3. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. – М.: Наука, 1984. – 256 с.

*Дополнительная литература:*

1. Рудин У. Функциональный анализ. – М.: Мир, 1975. – 445 с.
2. Ниренберг Л. Лекции по нелинейному функциональному анализу. – М.: Мир, 1977. – 232 с.

*Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН

<https://mega.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

- ЭБС «Знаниум» <https://znanium.ru/>

2. Базы данных и поисковые системы

- Sage <https://journals.sagepub.com/>
- Springer Nature Link <https://link.springer.com/>
- Wiley Journal Database <https://onlinelibrary.wiley.com/>
- Научометрическая база данных Lens.org <https://www.lens.org>

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине «Функциональный анализ».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

**РАЗРАБОТЧИК:**

Профессор

*Должность, БУП*

*Подпись*

Россовский Леонид

Ефимович

*Фамилия И.О.*

**РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:**

Директор

*Должность БУП*

*Подпись*

Муравник Андрей

Борисович

*Фамилия И.О.*

**РУКОВОДИТЕЛИ ОП ВО:**

Научный руководитель

*Должность, БУП*

*Подпись*

Скубачевский Александр

Леонидович

*Фамилия И.О.*

Доцент

*Должность, БУП*

*Подпись*

Галахов Евгений

Игоревич

*Фамилия И.О.*