

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 19.05.2026 14:53:01  
Уникальный программный ключ:  
ca953a01204891083f939673078ef1a989aae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»  
Факультет физико-математических и естественных наук  
(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)**

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

### **01.03.01 МАТЕМАТИКА**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

### **МАТЕМАТИКА**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2026 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Функциональный анализ» входит в программу бакалавриата «Математика» по направлению 01.03.01 «Математика» и изучается в 4, 5 семестрах 2, 3 курсов. Дисциплину реализует Математический институт имени академика С.М. Никольского. Дисциплина состоит из 4 разделов и 8 тем и направлена на изучение основ теории меры, функциональных пространств и (в основном) линейных операторов.

Целью освоения дисциплины является формирование универсального языка математики, которым уже давно стал функциональный анализ, объединив общие теории, выросшие из основных понятий математического анализа, Основное содержание дисциплины связано с линейной теорией, хотя исследованию нелинейных отображений также уделяется внимание, при этом элементы нелинейного функционального анализа более подробно освещаются в последующих дисциплинах. Курс необходим для усвоения практически всех математических дисциплин направления, прежде всего, теории уравнений с частными производными.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Функциональный анализ» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

*Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)*

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как некоторую математическую систему, выявляя ее составляющие и связи между ними; УК-1.2 Определяет пробелы в информации, необходимой для решения проблемной ситуации, и проектирует процессы по их устранению; УК-1.3 Критически оценивает надежность источников информации, работает с противоречивой информацией из разных источников;
ПК-1	Способен к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	ПК-1.1 Планирует отдельные стадии исследования при наличии общего плана НИР; ПК-1.2 Готовит элементы документации, проекты планов и программ отдельных этапов НИР; ПК-1.3 Выбирает методы исследования для решения поставленных задач НИР;
ПК-2	Проведение работ в сфере профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования	ПК-2.1 Проводит работы в сфере профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования;

## 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Функциональный анализ».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Линейная алгебра и аналитическая геометрия; Математический анализ;	Математическое моделирование в междисциплинарных исследованиях; Научно-исследовательская работа; Преддипломная практика;
ПК-1	Способен к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Введение в математическое моделирование и пакеты прикладных программ; Дифференциальные уравнения; Линейная алгебра и аналитическая геометрия; Основы проектной деятельности;	Научно-исследовательская работа; Преддипломная практика; Функциональный анализ и его приложения; <i>Additional chapters of functional analysis**</i> ; <i>Дополнительные главы функционального анализа**</i> ; Научный семинар по дифференциальным и функционально-дифференциальным уравнениям; <i>Введение в теорию нейронных сетей**</i> ; <i>Элементы теории обратных задач**</i> ; Distributions; Уравнения с частными производными; Физика (электродинамика); Дифференциальная геометрия и топология; Методы оптимизации; Численные методы; Физика (квантовая механика); Математическая логика;
ПК-2	Проведение работ в сфере профессионального обучения, профессионального образования и дополнительного профессионального образования	Введение в математическое моделирование и пакеты прикладных программ;	<i>Additional chapters of functional analysis**</i> ; <i>Дополнительные главы функционального анализа**</i> ; <i>Введение в теорию нейронных сетей**</i> ; <i>Элементы теории обратных задач**</i> ; Научно-исследовательская работа;

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Функциональный анализ» составляет «9» зачетных единиц.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)	
			4	5
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	136		68	68
Лекции (ЛК)	68		34	34
Лабораторные работы (ЛР)	0		0	0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	68		34	34
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	143		49	94
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	45		27	18
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>ак.ч.</b>	<b>324</b>	<b>144</b>	<b>180</b>
	<b>зач.ед.</b>	<b>9</b>	<b>4</b>	<b>5</b>

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Теория меры и интеграла Лебега	1.1	Построение меры Лебега. Построение интеграла по измеримому множеству для произвольной комплекснозначной измеримой функции. Свойства интеграла Лебега.	Аддитивные и счетно-аддитивные функции. Мера элементарных множеств в евклидовом пространстве. Регулярность меры. Внешняя мера множества. Продолжение меры с кольца элементарных множеств на $\sigma$ -кольцо измеримых множеств. Измеримые функции и действия над ними. Интеграл Лебега от простой функции. Построение интеграла для произвольной неотрицательной измеримой функции. Интеграл Лебега от знакопеременных и комплексных функций. Простейшие свойства интеграла Лебега. Счетная аддитивность и линейность интеграла Лебега.	ЛК, СЗ
		1.2	Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла. Теорема Фубини. Лебеговы пространства	Теорема Леви о монотонной сходимости. Теорема Фату. Теорема Лебега об ограниченной сходимости. Теорема Фубини. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана-Стилтьеса. Критерий Лебега интегрируемости функции по Риману.	
Раздел 2	Метрические пространства	2.1	Основные понятия метрического пространства, полнота, компактность. Теорема Стоуна-Вейерштрасса о приближении.	Метрическое пространство. Основные понятия. Примеры. Счетно нормированные пространства. Полнота метрического пространства. Теорема о вложенных шарах. Полное метрическое пространство не является объединением счетного числа нигде неплотных множеств (теорема Бэра). Компактные множества в метрических пространствах. Эквивалентные определения компактности. Пространство непрерывных функций. Теорема Арцела-Асколи. Алгебры функций. Банахова алгебра $C(K)$ . Теорема Стоуна. Теоремы Вейерштрасса об аппроксимации.	ЛК, СЗ
		2.2	Непрерывные отображения метрических пространств. Неподвижные точки. Принцип сжимающих отображений и его применения. Принцип Шаудера и его применения.	Непрерывные отображения метрических пространств. Оператор Немыцкого. Принцип сжимающих отображений, примеры применения. Теоремы Брауэра и Шаудера.	
Раздел 3	Банаховы и гильбертовы пространства	3.1	Нормированные и банаховы пространства. Неравенства Гельдера и Минковского. Сопряженное пространство. Слабая	Неравенства Гельдера и Минковского для сумм и интегралов. Нормированные и банаховы пространства. Примеры: лебеговы пространства, пространства последовательностей, пространства	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
			сходимость. Представление линейных непрерывных функционалов в банаховых пространствах. Теорема Хана-Банаха.	непрерывных и непрерывно дифференцируемых функций. Сопряженное к нормированному пространству, его полнота. Изометрическое вложение нормированного пространства во второе сопряженное. Рефлексивные банаховы пространства. Слабая сходимость в нормированном пространстве. Свойства слабого предела. Связь между замкнутостью и слабой замкнутостью в нормированном пространстве. Теорема Мазура. Слабая компактность ограниченных множеств в рефлексивном банаховом пространстве (доказательство для сепарабельного пространства).	
		3.2	Пространства со скалярным произведением. Гильбертовы пространства. Ряды Фурье.	Понятие гильбертова пространства. Ортогональные системы в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса-Фишера. Полные ортогональные системы в сепарабельном гильбертовом пространстве. Ряд Фурье. Равенство Парсеваля. Пространство $l_2$ . Теорема об изоморфизме. Лебегово пространство $L_2(X)$ . Плотность непрерывных функций в $L_2(Q)$ . Ортогональные базисы в $L_2(Q)$ . Ряд Фурье по тригонометрической системе. Гладкость функции и скорость убывания ее коэффициентов Фурье. Исследование сходимости тригонометрического ряда в точке. Ядро Дирихле, лемма Римана, условие Дини. Суммирование ряда Фурье методом средних арифметических. Теорема Фейера. Преобразование Фурье. Определение, простейшие свойства, преобразование Фурье свертки. Преобразование Фурье в пространстве быстро убывающих функций. Формула обращения для преобразования Фурье. Преобразование Фурье в $L_2(R^n)$ . Теорема Планшереля.	ЛК, СЗ
Раздел 4	Линейные операторы в банаховых и гильбертовых пространствах	4.1	Пространство линейных ограниченных операторов, норма оператора. Теорема Банаха-Штейнгауза и ее применения. Теорема Банаха об обратном операторе. Замкнутые операторы, теорема о замкнутом графике. Резольвента, спектр, собственные значения линейного ограниченного оператора в банаховом пространстве, формула спектрального радиуса.	Линейные операторы в нормированных пространствах. Непрерывность, ограниченность и норма линейного оператора. Пространство линейных ограниченных операторов, виды сходимости. Теорема Банаха-Штейнгауза. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе. Замкнутые линейные операторы. Норма графика. Теорема о замкнутом графике. Разложение гильбертова пространства в ортогональную сумму подпространств. Теорема Рисса о представлении линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве. Представление линейных непрерывных функционалов в	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				<p>пространства Лебега, в пространствах последовательностей, в пространстве непрерывных функций на отрезке. Теорема Хана-Банаха и следствия из нее. Дополняемость конечномерных подпространств. Сопряженный оператор (в смысле банахова пространства). Определение и свойства. Компактность сопряженного оператора.</p>	
		4.2	<p>Уравнения с компактным оператором, теоремы Фредгольма. Сопряженный к линейному ограниченному оператору в гильбертовом пространстве. Самосопряженные операторы, унитарные операторы, неотрицательные и положительно определенные операторы, ортопроекторы. Спектральные свойства компактных самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. Теорема Гильберта-Шмидта.</p>	<p>Априорная оценка для замкнутого линейного оператора в банаховых пространствах. Связь с конечномерностью нуль-пространства и замкнутостью образа. Свойства компактных операторов. Образ компактного оператора. Канонический фредгольмов оператор (тождественный минус компактный), конечномерность нуль-пространства и замкнутость образа. Альтернатива Фредгольма. Спектр компактного оператора. Сопряженный оператор в смысле гильбертова пространства. Теоремы Фредгольма для уравнения с компактным оператором в гильбертовом пространстве. Самосопряженные компактные операторы в гильбертовом пространстве. Теорема Гильберта Шмидта.</p>	ЛК, СЗ

\* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	-
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	-
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	-

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Рудин У. Основы математического анализа. – М.: Мир, 1976. – 320 с.
2. Треногин В.А. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1980. – 496 с.
3. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. – М.: Наука, 1984. – 256 с.

Дополнительная литература:

1. Рудин У. Функциональный анализ. – М.: Мир, 1975. – 445 с.
2. Ниренберг Л. Лекции по нелинейному функциональному анализу. – М.: Мир, 1977. – 232 с.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН

<http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

- ЭБС «Троицкий мост»

## 2. Базы данных и поисковые системы

- электронный фонд правовой и нормативно-технической документации

<http://docs.cntd.ru/>

- поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>

- поисковая система Google <https://www.google.ru/>

- реферативная база данных SCOPUS

<http://www.elsevier.com/locate/scopus/>

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине «Функциональный анализ».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

**РАЗРАБОТЧИК:**

Профессор

*Должность, БУП*

*Подпись*

Россовский Леонид

Ефимович

*Фамилия И.О.*

**РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:**

Директор

*Должность БУП*

*Подпись*

Муравник Андрей

Борисович

*Фамилия И.О.*

**РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:**

Профессор

*Должность, БУП*

*Подпись*

Фаминский Андрей

Вадимович

*Фамилия И.О.*