

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ястребов Олег Александрович

Должность: Ректор

Дата подписания: 27.05.2026 14:42:39

Уникальный программный ключ:

ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования**

**«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»**

**Инженерная академия**

(наименование основного учебного подразделения (ОУП) – разработчика ОП ВО)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

### **27.04.04 УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

### **ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ, МАШИННОЕ ОБУЧЕНИЕ И КОСМИЧЕСКИЕ НАУКИ**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Численные методы решения задач математического моделирования» входит в программу магистратуры «Искусственный интеллект, машинное обучение и космические науки» по направлению 27.04.04 «Управление в технических системах» и изучается в 1 семестре 1 курса. Дисциплину реализует Кафедра механики и процессов управления. Дисциплина состоит из 6 разделов и 45 тем и направлена на изучение теории и получение навыков практического применения методов исследования и решения задач на экстремум с использованием ЭВМ. Изучаются конкретные итерационные прямые и не прямые численные методы оптимизации.

Целью освоения дисциплины является получение студентами необходимого запаса исходных базовых знаний по основным методам численного решения задач оптимизации функций одной переменной и многих переменных, методам численной оптимизации для выпуклых функций, методам численного решения задач вариационного исчисления и оптимального управления, получение знаний по рациональному и эффективному использованию полученных знаний при реализации соответствующих алгоритмов на ЭВМ; сформировать у студентов представление о выборе необходимого метода в конкретной ситуации в зависимости от постановки задачи. Основными задачами курса являются:

создание благоприятных условий для саморазвития студентов;

познакомить студентов с базовыми понятиями современной математики;

развитие у студентов навыков численного решения задач оптимизации.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Численные методы решения задач математического моделирования» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-1	Способен анализировать и выявлять естественно-научную сущность проблем управления в технических системах на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики	ОПК-1.1 Знает основные законы, положения и методы в области естественных наук и математики;; ОПК-1.2 Умеет выявлять естественно-научную сущность проблем управления в технических системах руководствуясь законами и методами естественных наук и математики;; ОПК-1.3 Владеет инструментами анализа проблем управления в технических системах.;
ОПК-2	Способен формулировать задачи управления в технических системах и обосновывать методы их решения	ОПК-2.1 Знает основные методы решения задач управления в технических системах;; ОПК-2.2 Умеет обосновывать методы решения задач управления в технических системах;; ОПК-2.3 Владеет методами постановки задач управления в технических системах.;
ОПК-8	Способен выбирать методы и разрабатывать системы управления сложными техническими объектами и технологическими процессами	ОПК-8.1 Знает основные методы, применяемые для разработки систем управления сложными техническими объектами и технологическими процессами;; ОПК-8.2 Умеет разрабатывать системы управления сложными техническими объектами и технологическими процессами;; ОПК-8.3 Имеет навыки выбора методов и разработки систем управления сложными техническими объектами и технологическими процессами.;

## 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Numerical Methods for Solving Mathematical Modeling Problems» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Numerical Methods for Solving Mathematical Modeling Problems».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-1	Способен анализировать и выявлять естественно-научную сущность проблем управления в технических системах на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики		Undergraduate Training; Advanced Methods of Space Flight Mechanics; Advanced Methods of Earth Remote Sensing; Geoinformation Systems and Applications;
ОПК-2	Способен формулировать задачи управления в технических системах и обосновывать методы их решения		Dynamics and Control of Space Systems; Undergraduate Training;
ОПК-8	Способен выбирать методы и разрабатывать системы управления сложными техническими объектами и технологическими процессами		Undergraduate Training;

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Численные методы решения задач математического моделирования» составляет «5» зачетных единиц.  
Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			1
Контактная работа, ак.ч	34		34
Лекции (ЛК)	17		17
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	17		17
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	110		110
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	36		36
Общая трудоемкость дисциплины ак.ч.	ак.ч.	180	180
	зач.ед.	5	5

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы\*

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Методы минимизации функций одной переменной	1.1	Постановка задачи. Классический метод	Определение задачи минимизации функции одной переменной как нахождения точки, в которой функция достигает наименьшего значения. Описание классического метода: нахождение производной функции, приравнивание её к нулю для определения стационарных точек и проверка знака второй производной для идентификации минимума.	ЛК, СЗ
		1.2	Метод бисекции	Определение метода бисекции как метода последовательного деления отрезка, содержащего минимум, пополам. Описание алгоритма: выбор двух внутренних точек на отрезке, вычисление значений функции в этих точках, сравнение результатов и сокращение отрезка с одной из сторон. Характеристика линейной скорости сходимости метода.	ЛК, СЗ
		1.3	Метод золотого сечения	Определение метода золотого сечения как метода поиска минимума с использованием золотой пропорции. Описание алгоритма: деление отрезка в отношении золотого сечения, последовательное исключение частей отрезка, где минимум заведомо отсутствует. Характеристика метода как оптимального среди методов последовательного поиска.	ЛК, СЗ
		1.4	Метод ломаных	Определение метода ломаных как метода глобальной оптимизации для функций с ограниченной второй производной. Описание построения кусочно-линейной ломаной, которая ограничивает исходную функцию снизу. Характеристика последовательного уточнения нижней оценки функции и нахождения глобального минимума.	ЛК, СЗ
		1.5	Метод покрытий	Определение метода покрытий как метода глобальной минимизации путём равномерного перебора точек на заданном отрезке. Описание алгоритма: построение сетки с определённым шагом, вычисление значений функции в узлах сетки, выбор наименьшего значения. Характеристика зависимости точности результата от количества точек и длины шага.	ЛК, СЗ
		1.6	Выпуклые функции одной переменной	Определение выпуклой функции как функции, у которой отрезок между любыми двумя точками графика лежит не ниже самого графика. Характеристика свойств выпуклых функций: любой локальный минимум одновременно является глобальным. Описание критерия выпуклости через знак второй производной.	ЛК, СЗ
		1.7	Метод касательных	Определение метода касательных как метода минимизации выпуклых функций с использованием производной. Описание алгоритма: построение касательных к графику функции в текущих точках и нахождение точки пересечения касательных с горизонтальной осью. Характеристика высокой квадратичной скорости сходимости метода.	ЛК, СЗ
		Раздел 2	Классическая теория экстремума функций многих переменных	2.1	Постановка задачи
2.2	Теорема Вейерштрасса			Формулировка теоремы Вейерштрасса: непрерывная функция на замкнутом и ограниченном множестве обязательно достигает своего наибольшего и наименьшего значений. Описание условий применимости теоремы. Характеристика следствий для	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				задач оптимизации.	
		2.3	Классический метод решения задач на безусловный экстремум	Описание классического метода: приравнивание всех частных производных целевой функции к нулю для нахождения стационарных точек. Характеристика использования матрицы вторых частных производных. Описание критериев для проверки достаточных условий экстремума.	ЛК, СЗ
		2.4	Задачи на условный экстремум	Определение задачи на условный экстремум как минимизации функции при наличии ограничений типа равенств. Описание метода исключения переменных. Формулировка метода множителей Лагранжа: введение вспомогательной функции, включающей исходную функцию и ограничения, с последующим поиском её стационарных точек.	ЛК, СЗ
		2.5	Необходимые условия первого и второго порядка	Описание необходимых условий первого порядка: равенство нулю всех частных производных вспомогательной функции Лагранжа в точке экстремума. Характеристика необходимых условий второго порядка: определённая знакоопределённость матрицы вторых производных вспомогательной функции.	ЛК, СЗ
		2.6	Достаточные условия экстремума	Описание достаточных условий экстремума: положительная определённость матрицы вторых производных для минимума и отрицательная определённость для максимума. Характеристика проверки условий Лежандра. Описание достаточных условий для задач с ограничениями и без ограничений.	ЛК, СЗ
Раздел 3	Методы минимизации функций многих переменных	3.1	Градиентный метод	Определение градиентного метода как метода спуска по направлению наискорейшего убывания функции, то есть в сторону, противоположную градиенту. Описание итерационного процесса: последовательное перемещение из текущей точки в новую в направлении антиградиента. Характеристика выбора длины шага: постоянный шаг, дробление шага или наискорейший спуск.	ЛК, СЗ
		3.2	Метод проекции градиента	Определение метода проекции градиента для задач с ограничениями. Описание алгоритма: вычисление антиградиента, выполнение шага в этом направлении и последующее проектирование полученной точки обратно на допустимую область. Характеристика применения для выпуклых допустимых множеств.	ЛК, СЗ
		3.3	Метод условного градиента	Определение метода условного градиента как метода Франка-Вулфа для задач с линейными ограничениями. Описание алгоритма: линейризация целевой функции в текущей точке, решение задачи линейного программирования для нахождения направления спуска, выполнение шага вдоль найденного направления.	ЛК, СЗ
		3.4	Метод возможных направлений	Определение метода возможных направлений как метода спуска с учётом ограничений. Описание алгоритма: поиск такого направления, которое образует острый угол с антиградиентом и при этом не выводит точку за пределы допустимой области. Характеристика условий Зойтендейка для построения направлений.	ЛК, СЗ
		3.5	Проксимальный метод	Определение проксимального метода как метода с добавлением квадратичной добавки, штрафующей удаление от предыдущей точки. Описание итерационного процесса: на каждом шаге решается вспомогательная задача минимизации суммы целевой функции и квадрата расстояния до предыдущей точки. Характеристика устойчивости метода к негладкости целевой функции.	ЛК, СЗ
		3.6	Метод линейризации	Определение метода линейризации как метода замены нелинейной задачи последовательностью линейных задач. Описание алгоритма: линейризация целевой функции и ограничений в текущей точке, решение полученной линейной задачи для определения следующего приближения. Характеристика сходимости и области	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы*
			применимости метода.	
		3.7 Квадратичное программирование	Определение квадратичного программирования как задачи минимизации квадратичной целевой функции при линейных ограничениях. Описание методов решения: симплекс-метод для задач с квадратичной функцией, метод активных ограничений. Характеристика условий оптимальности Карша-Куна-Таккера для квадратичного программирования.	ЛК, СЗ
		3.8 Метод сопряженных направлений	Определение метода сопряженных направлений как метода, использующего систему направлений, сопряженных относительно матрицы вторых производных. Описание алгоритма: последовательный спуск вдоль сопряженных направлений, что обеспечивает нахождение минимума квадратичной функции за конечное число шагов. Характеристика высокой эффективности метода.	ЛК, СЗ
		3.9 Метод Ньютона	Определение метода Ньютона как метода второго порядка, использующего как первые, так и вторые производные целевой функции. Описание алгоритма: построение квадратичной аппроксимации функции в текущей точке и нахождение её минимума. Характеристика квадратичной скорости сходимости, но высокая вычислительная стоимость из-за вычисления и обращения матрицы вторых производных.	ЛК, СЗ
		3.10 Непрерывные методы с переменной метрикой	Определение методов с переменной метрикой как методов, аппроксимирующих обратную матрицу вторых производных, избегая её прямого вычисления. Описание алгоритмов Давидона-Флетчера-Пауэлла и Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно. Характеристика сочетания высокой скорости сходимости метода Ньютона и умеренной вычислительной сложности градиентных методов.	ЛК, СЗ
		3.11 Метод покоординатного спуска	Определение метода покоординатного спуска как метода, на каждом шаге изменяющего только одну координату вектора переменных. Описание алгоритма: поочередная минимизация функции вдоль каждой координатной оси. Характеристика простоты реализации и низкой скорости сходимости, особенно вблизи минимума.	ЛК, СЗ
		3.12 Метод покрытия в многомерных задачах	Определение метода покрытия как метода глобальной оптимизации путём равномерного перебора точек в многомерной области. Описание алгоритма: построение многомерной сетки, вычисление значений функции в узлах, выбор наилучшей точки. Характеристика экспоненциального роста числа точек с увеличением размерности проблемы.	ЛК, СЗ
		3.13 Метод модифицированных функций Лагранжа	Определение метода модифицированных функций Лагранжа как метода решения задач с ограничениями путём добавления квадратичных штрафных членов к функции Лагранжа. Описание алгоритма: последовательное решение вспомогательных задач с уточнением множителей Лагранжа и штрафного параметра. Характеристика преодоления проблемы неограниченного роста штрафного параметра.	ЛК, СЗ
		3.14 Метод штрафных функций	Определение метода штрафных функций как метода сведения задачи с ограничениями к последовательности задач без ограничений. Описание алгоритма: добавление к целевой функции штрафного члена, который увеличивается при нарушении ограничений. Характеристика необходимости увеличения штрафного параметра до бесконечности для точного выполнения ограничений.	ЛК, СЗ
		3.15 Доказательство необходимых условий экстремума первого и	Описание использования метода штрафных функций для доказательства необходимых условий экстремума. Характеристика подхода: построение штрафной задачи, аппроксимирующей исходную, и анализ условий оптимальности для штрафной задачи	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
			второго порядков с помощью штрафных функций	с последующим предельным переходом. Описание получения условий первого порядка в виде равенства нулю градиента функции Лагранжа.	
		3.16	Метод барьерных функций	Определение метода барьерных функций как метода решения задач с ограничениями-неравенствами. Описание алгоритма: добавление барьерного члена, который стремится к бесконечности при приближении к границе допустимой области. Характеристика применения для задач, где недопустимы точки на границе. Описание логарифмического и обратного барьеров.	ЛК, СЗ
		3.17	Метод нагруженных функций	Определение метода нагруженных функций как метода глобальной оптимизации, использующего модификацию целевой функции для преодоления локальных минимумов. Описание алгоритма: добавление к исходной функции специальных добавок, которые изменяют рельеф функции в области найденных локальных минимумов. Характеристика применения для поиска глобального минимума.	ЛК, СЗ
		3.18	Метод случайного поиска	Определение метода случайного поиска как метода, использующего случайные направления и случайные шаги для исследования области поиска. Описание алгоритмов: случайный поиск с возвратом, наилучшего пробы, адаптивный случайный поиск. Характеристика эффективности для многомерных задач с овражным рельефом и разрывными функциями.	ЛК, СЗ
Раздел 4	Динамическое программирование	4.1	Схема Беллмана	Определение динамического программирования как метода решения многошаговых задач оптимизации. Формулировка принципа оптимальности Беллмана: оптимальная политика обладает тем свойством, что каковы бы ни были начальное состояние и решение, последующие решения должны составлять оптимальную политику относительно состояния, возникающего после первого решения. Описание рекуррентного уравнения Беллмана.	ЛК, СЗ
		4.2	Проблема синтеза для дискретных систем	Определение проблемы синтеза как построения управления в виде функции от текущего состояния системы. Описание решения задачи синтеза для дискретных систем с помощью динамического программирования. Характеристика обратного хода по времени для вычисления функции Беллмана и последующего построения управления.	ЛК, СЗ
		4.3	Схема Моисеева	Определение схемы Моисеева как варианта динамического программирования для задач оптимизации управления с непрерывным временем. Описание подхода: дискретизация задачи по времени и сведение к многошаговому процессу. Характеристика применения схемы Моисеева в вычислительной практике.	ЛК, СЗ
		4.4	Проблема синтеза для систем с непрерывным временем	Описание проблемы синтеза управления для непрерывных систем. Определение функции Беллмана как решения уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана. Характеристика трудностей решения этого уравнения в многомерных задачах. Описание связи между принципом оптимальности и принципом максимума Понтрягина.	ЛК, СЗ
		4.5	Достаточные условия оптимальности	Формулировка достаточных условий оптимальности в динамическом программировании. Описание условия на функцию Беллмана: если найдена функция, удовлетворяющая уравнению Гамильтона-Якоби-Беллмана с краевыми условиями, то построенное на её основе управление является оптимальным. Характеристика роли достаточных условий для проверки оптимальности полученного решения.	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 5	Принцип максимума Понтрягина	5.1	Постановка задачи оптимального управления	Определение задачи оптимального управления как задачи поиска такого управления, которое переводит систему из начального состояния в конечное, минимизируя заданный функционал качества. Описание компонентов задачи: фазовые переменные, управляющие переменные, дифференциальные связи, граничные условия, целевой функционал.	ЛК, СЗ
		5.2	Формулировка принципа максимума	Формулировка принципа максимума Понтрягина: для оптимального управления существует ненулевая вектор-функция сопряжённых переменных, удовлетворяющая сопряжённой системе, такая что в каждый момент времени управление доставляет максимум функции Гамильтона. Описание функции Гамильтона и сопряжённой системы дифференциальных уравнений.	ЛК, СЗ
		5.3	Доказательство принципа максимума	Общая характеристика доказательства принципа максимума. Описание метода вариаций управления. Характеристика идеи игольчатой вариации: локальное изменение управления на малом интервале. Описание получения условий оптимальности в виде максимума функции Гамильтона и выполнения трансверсальности на концах траектории.	ЛК, СЗ
		5.4	Принцип максимума для задач оптимального управления с фазовыми ограничениями	Определение задачи с фазовыми ограничениями как задачи, где траектория не должна покидать заданную область фазового пространства. Описание модификации принципа максимума для таких задач. Характеристика появления дополнительных условий на границе фазовых ограничений. Описание условий примыкания и условий касания.	ЛК, СЗ
		5.5	Связь между принципом максимума и классическим вариационным исчислением	Описание связи принципа максимума с классическим вариационным исчислением. Характеристика уравнений Эйлера-Лагранжа как следствия принципа максимума при отсутствии ограничений на управление. Описание условия Вейерштрасса для сильного минимума. Характеристика принципа максимума как обобщения классических условий на случай ограниченных управлений.	ЛК, СЗ
Раздел 6	Применение принципа максимума к задачам оптимизации	6.1	Сведение задачи оптимизации к краевой задаче принципа максимума	Описание процедуры сведения задачи оптимального управления к краевой задаче. Характеристика этапов: построение функции Гамильтона, выписывание сопряжённой системы, нахождение управления из условия максимума Гамильтона, подстановка управления в фазовую и сопряжённую системы. Описание получения двухточечной краевой задачи с граничными условиями, заданными частично в начальный и частично в конечный момент времени.	ЛК, СЗ
		6.2	Метод стрельбы для численного решения краевой задачи принципа максимума	Определение метода стрельбы как итерационного метода решения краевых задач. Описание алгоритма: задание недостающих начальных условий для сопряжённых переменных, интегрирование системы от начального момента до конечного, вычисление невязок конечных условий, корректировка начальных условий по методу Ньютона. Характеристика чувствительности метода к начальному приближению.	ЛК, СЗ
		6.3	Модификации метода Ньютона: модификация Исаева-Сонина, нормировка Федоренко	Описание модификации метода Ньютона Исаева-Сонина для решения краевых задач принципа максимума. Характеристика особенности: использование специальной процедуры пересчёта матрицы производных. Описание нормировки Федоренко как способа устранения вырожденности краевой задачи путём добавления дополнительных уравнений. Характеристика повышения устойчивости вычислений.	ЛК, СЗ
		6.4	Метод Рунге-Кутты решения задач Коши	Определение метода Рунге-Кутты как численного метода интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Описание принципа работы: вычисление приращения функции на шаге как взвешенной суммы значений правой части в нескольких точках внутри шага. Характеристика метода четвёртого порядка	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы*
			точности как наиболее распространённого. Описание применения метода Рунге-Кутты для интегрирования фазовой и сопряжённой систем в методе стрельбы.	

\* - заполняется только по ОЧНОЙ форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература:

1. Бахвалов Николай Сергеевич. Численные методы : Учебное пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков ; Н.С.Бахвалов и др. - 4-е изд. - М. : Наука, 1987. - 636 с. : ил. - (Классический университетский учебник). - ISBN 5-94774-396-5 : 244.53.
2. Калиткин Николай Николаевич. Численные методы : Учебное пособие для вузов / Н.Н. Калиткин ; Под ред. А.А.Самарского. - М. : Наука, 1978. - 512 с. : ил. - 1.30.
3. Розова Валентина Николаевна. Методы оптимизации : курс лекций: Учебное пособие / В.Н. Розова, И.С. Максимова. - М. : РУДН, 2010. - 109 с. - ISBN 978-5-209-038-72-6
4. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М., Наука, 1988 - 549 с.
5. Васильев Ф. П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002 - 524 с.
6. Алексеев В. М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации: Теория. Примеры. Задачи. - М. : Наука, 1984. - 288 с.
7. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М., Наука.1979. - 429 с
8. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач. М. : Изд-во МГУ, 1989. - 203 с
9. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М., Наука, 1969 - 384 с.

### Дополнительная литература:

1. Федоренко Р.П. Приближенные решения задач оптимального управления. М., Наука, 1978.
2. А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. МГУ им. М. В. Ломоносова. — 7-е изд. — М. : Физматлит, 2004. — 572 с
3. Григорьев К.Г., Григорьев И.С., Заплетин М.П. Практикум по численным методам в задачах оптимального управления. Дополнение 1, М., Издательство Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2007.
4. Григорьев И.С. Методическое пособие по численным методам решения краевых задач принципа максимума в задачах оптимального управления, М., Издательство Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2005
5. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы, М., БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.

6. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000, 176 с.

7. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Особые оптимальные управления. – М.: Наука, 1973. – 256 с. ¶Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»¶

*Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН <http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>
- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)
- ЭБС «Троицкий мост»

2. Базы данных и поисковые системы

- электронный фонд правовой и нормативно-технической документации <http://docs.cntd.ru/>
- поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>
- поисковая система Google <https://www.google.ru/>
- реферативная база данных SCOPUS <http://www.elsevier.com/locate/scopus/>

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине «Numerical Methods for Solving Mathematical Modeling Problems».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

**РАЗРАБОТЧИКИ**

Доцент

---

Должность

**РУКОВОДИТЕЛЬ БУП**

Заведующий кафедрой

---

Должность

**РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО**

Профессор

---

Должность

**РАЗРАБОТЧИКИ**

Доцент

---

Должность

Самохин А.С.

---

Фамилия И.О

Разумный Ю.Н.

---

Фамилия И.О

Разумный Ю.Н.

---

Фамилия И.О

Салтыкова О.А.

---

Фамилия И.О