

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 26.05.2026 16:34:06  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»  
Факультет физико-математических и естественных наук**

(наименование основного учебного подразделения (ОУП) – разработчика ОП ВО)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

#### **01.04.02 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

#### **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Функционально-дифференциальные уравнения» входит в программу магистратуры «Математические модели в междисциплинарных исследованиях» по направлению 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» и изучается в 1 семестре 1 курса. Дисциплину реализует Математический институт имени академика С.М. Никольского. Дисциплина состоит из 4 разделов и 10 тем и направлена на изучение некоторых типов неклассических краевых задач для уравнений с частными производными.

Целью освоения дисциплины является знакомство с основными свойствами и современными методами качественного исследования эллиптических уравнений с нелокальными краевыми условиями и краевых задач для функционально-дифференциальных уравнений. Подробно изучаются эллиптические дифференциально-разностные уравнения, а также функционально-дифференциальные уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов в старших производных.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Функционально-дифференциальные уравнения» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-4	Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности	ОПК-4.1 Формулирует способность комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач, в том числе с учетом требований информационной безопасности.;
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности	ПК-3.1 Систематизирует информацию, полученную в ходе НИР, анализирует ее и сопоставляет с литературными данными; ПК-3.2 Определяет возможные направления развития работ и перспективы практического применения полученных результатов;
ПК-5	Способен управлять проектами, планировать научно-исследовательскую деятельность, анализировать риски, управлять командой проекта	ПК-5.1 Способен к планированию при организации научно-исследовательской деятельности;

## 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Функционально-дифференциальные уравнения» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Функционально-дифференциальные уравнения».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-4	Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области		

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
	профессиональной деятельности с учетом требований информационной безопасности		
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности		Алгебраические методы теории многогранников**;
ПК-5	Способен управлять проектами, планировать научно-исследовательскую деятельность, анализировать риски, управлять командой проекта		

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Функционально-дифференциальные уравнения» составляет «4» зачетные единицы

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			1
Контактная работа, ак.ч	72		72
Лекции (ЛК)	36		36
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	36		36
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	54		54
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	18		18
Общая трудоемкость дисциплины ак.ч.	ак.ч.	144	144
	зач.ед.	4	4

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы\*

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Краевые задачи для функционально-дифференциальных уравнений. Вводная часть	1.1	Источники краевых задач для функционально-дифференциальных уравнений	Вариационные и краевые задачи с отклоняющимся аргументом. Разрешимость и регулярность обобщенных решений. Краевые задачи для дифференциально-разностных уравнений в одномерном случае. Сведение краевой задачи для дифференциально-разностного уравнения на отрезке к дифференциальному уравнению с нелокальными краевыми условиями. Задача Н.Н. Красовского об успокоении системы управления с запаздыванием нейтрального типа	ЛК, СЗ
		1.2	Эллиптические уравнения второго порядка в цилиндре с нелокальными краевыми условиями	Эллиптические уравнения второго порядка в цилиндре с нелокальными краевыми условиями	ЛК, СЗ
Раздел 2	Сильно эллиптические системы дифференциальных уравнений	2.1	Анализ неравенства Гординга	Исследование неравенства Гординга для уравнений и систем уравнений с частными производными. Вывод необходимых и достаточных условий. Случай переменных коэффициентов. Метод локализации. Сравнение условий эллиптичности и сильной эллиптичности	ЛК, СЗ
		2.2	Разрешимость и спектральные свойства задачи Дирихле для сильно эллиптической системы дифференциальных уравнений	Разрешимость и спектральные свойства задачи Дирихле для сильно эллиптической системы дифференциальных уравнений	ЛК, СЗ
Раздел 3	Краевые задачи для эллиптических дифференциально-разностных уравнений	3.1	Разностные операторы в ограниченных областях евклидова пространства	Разностные операторы в ограниченных областях евклидова пространства. Разбиение области, порожденное разностным оператором. Матричное описание разностных операторов, сравнение с символом разностного оператора. Теорема об изоморфизме пространств Соболева, осуществляемом разностным оператором.	ЛК, СЗ
		3.2	Первая краевая задача для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения в ограниченной области. Проблема коэрцитивности, разрешимость и спектр	Решение задачи коэрцитивности (исследование неравенства типа Гординга) для дифференциально-разностных операторов. Получение достаточных условий и необходимых условий сильной эллиптичности в алгебраической форме. Постановка первой краевой задачи для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения, обобщенные решения. Исследование разрешимости и структуры спектра	ЛК, СЗ
		3.3	Гладкость обобщенных решений	Исследование гладкости обобщенных решений первой краевой задачи для сильно эллиптических дифференциально-разностных уравнений. Внутренняя гладкость в подобластях. Эффект нарушения гладкости при подходе к границе подобласти. Примеры сохранения гладкости в подобластях, а также во всей области	ЛК, СЗ
Раздел 4	Краевые задачи для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений с растяжениями и сжатиями	4.1	Функциональные операторы с растяжениями и сжатиями аргументов	Функциональные операторы с растяжениями и сжатиями аргументов, их свойства в пространствах Соболева. Описание при помощи преобразования Гельфанда. Модельная краевая задача для эллиптического функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями в звездной области. Эффект появления бесконечномерного ядра/коядра	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
	аргументов	4.2	Первая краевая задача для сильно эллиптического функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов	Проблема коэрцитивности для функционально-дифференциального оператора с растяжениями и сжатиями в ограниченной области, содержащей центр сжатий. Получение алгебраического критерия сильной эллиптичности в виде положительности скалярного символа оператора (комбинации преобразований Фурье и Гельфанда). Приложение к дифференциально-разностным операторам. Разрешимость и спектр первой краевой задачи для сильно эллиптического функционально-дифференциального уравнения с растяжениями и сжатиями аргументов	ЛК, СЗ
		4.3	Гладкость обобщенных решений	Исследование гладкости обобщенных решений в частных случаях. Особенности обобщенных решений первой краевой задачи для сильно эллиптического уравнения вблизи начала координат (центра сжатия)	ЛК, СЗ

\* - заполняется только по ОЧНОЙ форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	нет
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	нет
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	нет

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература:

1. Скубачевский А.Л. Краевые задачи для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений и их приложения. Успехи математических наук 71 (2016), 3-112.
2. Россовский Л.Е. Эллиптические функционально-дифференциальные уравнения со сжатием и растяжением аргументов неизвестной функции. Современная математика. Фундаментальные направления 54 (2014), 3-138.

### Дополнительная литература:

1. Skubachevskii A.L. Elliptic functional differential equations and applications. Basel-Boston-Berlin: Birkhauser, 1996.
2. Л.Е. Россовский. Качественная теория дифференциальных и функционально-дифференциальных уравнений. Изд-во РУДН, Москва, 2008.

### Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров
  - Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН <http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>
  - ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
  - ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>
  - ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)
  - ЭБС «Троицкий мост»
2. Базы данных и поисковые системы
  - электронный фонд правовой и нормативно-технической документации <http://docs.cntd.ru/>
  - поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>
  - поисковая система Google <https://www.google.ru/>
  - реферативная база данных SCOPUS <http://www.elsevierscience.ru/products/scopus/>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:

1. Курс лекций по дисциплине «Функционально-дифференциальные уравнения».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

**РАЗРАБОТЧИКИ**

Профессор

---

Должность

**РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО**

Профессор

---

Должность

**РУКОВОДИТЕЛЬ БУП**

Директор

---

Должность

Россовский Л.Е.

---

Фамилия И.О

Фаминский А.Б.

---

Фамилия И.О

Муравник А.Б.

---

Фамилия И.О