

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ястребов Олег Александрович

Должность: Ректор

Дата подписания: 06.05.2026 15:28:59

Уникальный программный ключ:

ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

Институт фармации и биотехнологии

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

(наименование дисциплины/модуля)

Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:

28.04.01 НАНОТЕХНОЛОГИИ И МИКРОСИСТЕМНАЯ ТЕХНИКА

(код и наименование направления подготовки/специальности)

Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):

ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И НАНОТЕХНОЛОГИИ В МЕДИЦИНЕ, ФАРМАЦЕВТИКЕ И БИОТЕХНОЛОГИИ

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

2026 г.

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Методы математического моделирования» входит в программу магистратуры «Инновационные технологии и нанотехнологии в медицине, фармацевтике и биотехнологии» по направлению 28.04.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника» и изучается в 3 семестре 2 курса. Дисциплину реализует Кафедра фармации и биотехнологии. Дисциплина состоит из 6 разделов и 24 тем и направлена на изучение фундаментальных принципов и методов математического моделирования биологических систем и процессов, а также их практического применения для решения задач в области нанотехнологий, фармацевтики и биотехнологии.

Целью освоения дисциплины является формирование у студентов компетенций в области разработки, анализа и применения математических моделей для описания, прогнозирования и оптимизации биологических процессов, значимых для исследований и разработок в сфере инновационных нанотехнологий в медицине, фармацевтике и биотехнологии.

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Методы математического моделирования» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ПК-1	Способен определить физико-химические свойства наноматериалов, их идентифицировать и дать оценку степени их потенциальной опасности согласно используемым в организации методикам	ПК-1.3 Владеет навыками выбора теоретических и экспериментальных методов исследований.;
ПК-5	Способен на основе критического анализа результатов НИР и НИОКР оценивать перспективы их практического применения и продолжения работ в междисциплинарной области	ПК-5.3 Владеет методами планирования и математической обработки результатов исследований;

3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Методы математического моделирования» относится к блоку по выбору блока образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Методы математического моделирования».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ПК-1	Способен определить физико-химические свойства наноматериалов, их идентифицировать и дать оценку степени их потенциальной опасности согласно используемым в организации методикам	Основы квантовой механики и физической химии; Инструментальные и химические методы в анализе биологически активных соединений и нанообъектов; Современная молекулярная биология;	
ПК-5	Способен на основе критического анализа результатов НИР и НИОКР оценивать перспективы их практического применения и продолжения работ в междисциплинарной области	Научно -исследовательская работа;	Преддипломная практика; Охрана объектов интеллектуальной собственности;

* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

** - элективные дисциплины /практики

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Методы математического моделирования» составляет «3» зачетные единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			3
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	36		36
Лекции (ЛК)	18		18
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	18		18
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	54		54
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	18		18
Общая трудоемкость дисциплины	ак.ч.	108	108
	зач.ед.	3	3

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Введение в математическое моделирование биологических систем	1.1	Роль математического моделирования в биологии и биотехнологии	История и значение математического моделирования в биологии, нанотехнологиях и фармацевтике. Примеры успешного применения математических моделей: фармакокинетика, популяционная динамика, молекулярная биология. Связь математического моделирования с экспериментальными исследованиями. Современные тенденции: системная биология, цифровые двойники биологических систем.	ЛК, СЗ
		1.2	Классификация математических моделей в биологии	Детерминированные и стохастические модели. Дискретные и непрерывные модели. Статические и динамические модели. Пространственно-однородные и распределённые модели. Феноменологические и механистические модели. Критерии выбора типа модели в зависимости от исследовательской задачи	ЛК, СЗ
		1.3	Этапы построения математической модели	Концептуализация биологической системы: определение переменных состояния, параметров и граничных условий. Формализация: запись уравнений модели. Параметризация: способы оценки параметров модели из экспериментальных данных. Анализ модели: аналитические и численные методы. Интерпретация результатов и формулировка биологических выводов.	ЛК, СЗ
		1.4	Верификация и валидация моделей	Верификация модели: проверка корректности математической формулировки и численной реализации. Валидация: сравнение предсказаний модели с независимыми экспериментальными данными. Чувствительностный анализ: влияние параметров на поведение модели. Неопределённость модели и методы её оценки. Ограничения математических моделей в биологии.	ЛК, СЗ
Раздел 2	Динамические модели с разностными уравнениями	2.1	Мальтузианская модель роста популяции	Дискретные динамические системы: разностные уравнения первого порядка. Мальтузианская модель экспоненциального роста: вывод, анализ, ограничения. Геометрическая прогрессия как модель роста. Применение к росту бактериальных культур и клеточных линий. Связь с фармакокинетическими моделями роста опухолей.	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
		2.2	Нелинейные модели популяционной динамики	Нелинейные разностные уравнения: источники нелинейности в биологических системах. Модель Беверто–Холта. Модель Рикера. Анализ стационарных состояний нелинейных моделей. Бифуркационный анализ: переход от устойчивого равновесия к колебаниям. Хаос в биологических системах: диаграмма Фейгенбаума.	ЛК, СЗ
		2.3	Логистическая модель и ее модификации	Логистическая модель роста: вывод, предельная ёмкость среды. Модификации логистической модели: модель Алли-эффекта, модель с задержкой. Применение к описанию роста бактерий, клеточных культур, распространения наноматериалов в биологических средах. Логистическая модель в фармакодинамике: модель Эмакс	ЛК, СЗ
		2.4	Анализ нелинейных моделей: равновесные состояния и их устойчивость	Нахождение стационарных точек нелинейных разностных уравнений. Локальная устойчивость: критерий устойчивости через производную. Бассейны притяжения. Численный анализ динамики: фазовые портреты дискретных систем. Программная реализация анализа устойчивости (Python/MATLAB). Биологическая интерпретация результатов.	ЛК, СЗ
Раздел 3	Линейные модели структурированных популяций	3.1	Линейные модели и матричная алгебра	Матрицы как инструмент описания многокомпонентных биологических систем. Операции с матрицами: сложение, умножение, транспонирование. Обратная матрица и её вычисление. Определитель матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений: методы решения. Применение матричной алгебры в моделировании клеточных популяций и фармакокинетики.	ЛК, СЗ
		3.2	Проекционные матрицы для структурированных моделей	Структурированные популяционные модели: классификация по возрасту, стадии развития, физиологическому состоянию. Матрица Лесли для возрастно-структурированных популяций. Матрица Уткера для стадийно-структурированных популяций. Демографические параметры: выживаемость, фертильность. Применение к моделированию клеточных линий, фазовых переходов клеточного цикла.	ЛК, СЗ
		3.3	Собственные векторы и собственные значения	Определение и геометрический смысл собственных значений и собственных векторов. Характеристическое уравнение. Спектральный радиус матрицы. Теорема Перрона–Фробениуса для неотрицательных матриц. Доминирующее собственное	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				значение и долгосрочная динамика популяции. Чувствительность и эластичность матричных моделей	
		3.4	Расчет собственных векторов и собственных значений	Аналитическое вычисление собственных значений для малоразмерных матриц. Численные методы: степенной метод, алгоритм QR. Программная реализация (NumPy/SciPy, MATLAB). Анализ стабильного возрастного распределения и репродуктивной ценности. Практические задачи: моделирование динамики стволовых клеток, клеточного цикла в культурах	ЛК, СЗ
Раздел 4	Нелинейные модели взаимодействий	4.1	Простая модель хищник-жертва	Система дифференциальных уравнений Лотки–Вольтерра. Биологический смысл параметров. Фазовые портреты: замкнутые траектории. Нейтральная устойчивость равновесия. Аналоги в биологии: модели взаимодействия лекарство–мишень, фермент–субстрат. Численное решение систем ОДУ: методы Эйлера, Рунге–Кутты.	ЛК, СЗ
		4.2	Равновесия в многопопуляционных моделях	Системы нелинейных дифференциальных уравнений для многокомпонентных взаимодействий. Нахождение стационарных состояний: аналитические и численные подходы. Модель «хищник–жертва» с насыщением (Розенцвейг–Маклауэр). Применения: модели взаимодействия наночастиц с биологическими системами, конкуренция клеток за субстрат	ЛК, СЗ
		4.3	Линеаризация и устойчивость	Линеаризация нелинейных систем ОДУ в окрестности стационарной точки. Матрица Якоби. Классификация равновесий по собственным значениям Якобиана: узел, фокус, седло, центр. Критерии устойчивости Рауса–Гурвица. Теорема Ляпунова. Глобальная и локальная устойчивость. Практический анализ биомедицинских моделей.	ЛК, СЗ
		4.4	Положительные и отрицательные взаимодействия	Классификация биологических взаимодействий: хищничество, конкуренция, мутуализм, комменсализм, аменсализм. Математическое описание каждого типа. Модели конкурентного исключения и сосуществования (принцип Гаузе). Модели мутуализма: синергетические эффекты. Применение: микробиом–хозяин, взаимодействие нанолечарств с биомолекулами.	ЛК, СЗ
Раздел 5	Моделирование молекулярной эволюции и	5.1	Матричные модели замещения оснований и филогенетические расстояния	Молекулярные часы и модели нуклеотидных замещений: модели Джукса–Кантора, Кимуры, НКУ85, GTR. Матричная	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
	генетических процессов			формулировка эволюции последовательностей. Вероятностные расстояния между последовательностями ДНК. Построение филогенетических деревьев: методы UPGMA, neighbour-joining, максимального правдоподобия. Применение: молекулярная эпидемиология, отслеживание эволюции патогенов.	
		5.2	Менделевская генетика и вероятностные распределения	Математическое описание законов Менделя: вероятностный подход. Биномиальное и мультиномиальное распределения в задачах расщепления. Распределение Пуассона для редких мутационных событий. Нормальное приближение для количественных признаков. Связь с задачами популяционной генетики и фармакогеномики.	ЛК, СЗ
		5.3	Сцепление генов и частоты аллелей в популяциях	Математическое описание сцепления генов и рекомбинации. Функции картирования: Хальдейна, Котсу. Закон Харди–Вайнберга: вывод и применение. Отклонения от равновесия Харди–Вайнберга: инбридинг, отбор, дрейф генов. Модели изменения частот аллелей под действием отбора. Применение в фармакогеномике и популяционной биологии.	ЛК, СЗ
		5.4	Стохастические модели в генетике: дрейф генов и коалесцентная теория	Стохастический дрейф генов: модель Райта–Фишера. Эффективный размер популяции. Вероятность фиксации нейтральных и селективно значимых аллелей. Теория коалесцента: временные шкалы и генеалогия генов. Связь с молекулярными данными NGS. Применение для оценки времени расхождения видов и популяций, анализа геномного разнообразия.	ЛК, СЗ
Раздел 6	Моделирование распространения инфекционных заболеваний	6.1	Элементарные эпидемические модели	Компартментные модели: SI, SIS, SIR, SEIR. Система дифференциальных уравнений SIR-модели: вывод и биологический смысл параметров (β , γ). Базовое репродуктивное число R_0 : определение и значение. Условие эпидемии. Аналитическое решение для начальной фазы эпидемии. Применение к моделированию распространения инфекционных заболеваний и оценке эффективности наноразмерных систем доставки вакцин.	ЛК, СЗ
		6.2	Пороговые значения и критические параметры	R_0 как порог эпидемии: аналитический вывод через матрицу следующего поколения. Коллективный иммунитет: критический порог охвата вакцинацией. Управление параметрами модели: вмешательства (изоляция, вакцинация,	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				лечение) и их математическое описание. Чувствительностный анализ R_0 к параметрам модели. Практические приложения в биофармацевтике: моделирование фармакокинетики противовирусных препаратов.	
		6.3	Вариации эпидемических моделей	Модели с демографическими процессами (рождаемость и смертность). SEIR-модель: учёт латентного периода. Модели с возрастной структурой. Сезонные модели: периодические параметры. Стохастические эпидемические модели: стохастический SIR, метод Гиллеспи. Сравнение детерминированных и стохастических подходов. Пространственные модели: метапопуляционные подходы.	ЛК, СЗ
		6.4	Множественные популяции и дифференцированная инфекционность	Многогрупповые эпидемические модели: разграничение по возрасту, полу, риску. Матрица контактов. Модели с несколькими штаммами патогена: конкуренция штаммов, коинфекция. Модели «хозяин–вектор» (малярия, денге). Применение в фармакологии: моделирование резистентности к противомикробным препаратам, оценка наностратегий доставки антибиотиков.	ЛК, СЗ

* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций. Мультимедийный проектор Everycom. Ноутбук Lenovo Thinkpad L530 Intel Core i3-2370M_2.4GHz/DDR3 4 GB. Обеспечен выход в интернет
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций. Мультимедийный проектор Everycom. Ноутбук Lenovo Thinkpad L530 Intel Core i3-2370M_2.4GHz/DDR3 4 GB. Обеспечен выход в интернет
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций. Мультимедийный

		проектор Everycom. Ноутбук Lenovo Thinkpad L530 Intel Core i3- 2370M_2.4GHz/DDR3 4 GB. Обеспечен выход в интернет
--	--	--

* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Ризниченко, Г. Ю. Математическое моделирование биологических процессов. Модели в биофизике и экологии : учебное пособие для вузов / Г. Ю. Ризниченко. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 181 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07037-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537454>

2. Прохорова, Н. В. Математическое моделирование в биологии и экологии : учебное пособие / Н. В. Прохорова. — Самара : Самарский университет, 2021. — 64 с. — ISBN 978-5-7883-1690-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/256877>

3. Ризниченко, Г. Ю. Динамика популяций : учебное пособие для вузов / Г. Ю. Ризниченко. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 46 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15543-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/544670>

Дополнительная литература:

1. Звонарев, С. В. Основы математического моделирования : учебное пособие / С. В. Звонарев. — Екатеринбург : УрФУ, 2019. — 112 с. — ISBN 978-5-7996-2576-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/361292>

2. Никитюк, Ю. В. Введение в технологии компьютерного моделирования. Компьютерное и математическое моделирование: практическое руководство : учебное пособие / Ю. В. Никитюк, А. А. Серeda. — Гомель : ГГУ имени Ф. Скорины, 2023. — 34 с. — ISBN 978-985-577-933-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/361007>

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН

<http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» www.studentlibrary.ru

- ЭБС «Троицкий мост»

2. Базы данных и поисковые системы

- электронный фонд правовой и нормативно-технической документации

<http://docs.cntd.ru/>

- поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>

- поисковая система Google <https://www.google.ru/>

- реферативная база данных SCOPUS

<http://www.elsevierscience.ru/products/scopus/>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при

освоении дисциплины/модуля:*

1. Курс лекций по дисциплине «Методы математического моделирования».

* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

РАЗРАБОТЧИК:

Доцент

Должность, БУП

Подпись

Кезимана Парфэ

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:

Должность БУП

Подпись

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:

Директор

Должность, БУП

Подпись

Ромашенко Виктория
Александровна

Фамилия И.О.