

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 26.05.2026 12:50:47  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»**

**Инженерная академия**

(наименование основного учебного подразделения (ОУП) – разработчика ОП ВО)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **MATHEMATICAL MODELLING**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

### **08.04.01 СТРОИТЕЛЬСТВО**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

### **СТРОИТЕЛЬНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ И ПОСТРОЕННАЯ СРЕДА**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Mathematical Modelling» входит в программу магистратуры «Строительная инженерия и построенная среда» по направлению 08.04.01 «Строительство» и изучается в 1 семестре 1 курса. Дисциплину реализует Кафедра технологий строительства и конструкционных материалов. Дисциплина состоит из 9 разделов и 20 тем и направлена на изучение математических и физических расчетов конструкций и сооружений. Студенты учатся решать сложные математические задачи, классифицировать их и применять на практике с учетом различных граничных условий, включая временные факторы и уравнения в частных производных.

Целью освоения дисциплины является получение знаний, умений, навыков и опыта в области правильного расчета конструкций, характеризующих этапы формирования компетенций и обеспечивающих достижение запланированных результатов освоения образовательной программы.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Mathematical Modelling» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяет ее составляющие и связи между ними; УК-1.2 Собирает, систематизирует и анализирует информацию для решения поставленной задачи; УК-1.3 Выбирает способы решения задачи, анализирует возможные последствия их использования;
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ, математического аппарата фундаментальных наук	ОПК-1.1 Выбирает подходящую для решаемой профессиональной задачи математическую модель, задает требуемые параметры, граничные условия; ОПК-1.2 Решает задачи математического моделирования, используя для этого подходящие аналитические, численные, или численно-аналитические методы; ОПК-1.3 Решает профессиональные задачи с использованием современных программных комплексов для математического, цифрового моделирования сооружений;
ОПК-3	Способен ставить и решать научно-технические задачи в области строительства, строительной индустрии и жилищно-коммунального хозяйства на основе знания проблем отрасли и опыта их решения	ОПК-3.1 Способен ставить и решать научно-технические задачи в области проектирования строительных конструкций;
ОПК-6	Способен осуществлять исследования объектов и процессов в области строительства и жилищно-коммунального хозяйства	ОПК-6.2 Способен выбирать подходящие методики выполнения исследования и осуществлять исследование согласно выбранной методике; ОПК-6.3 Способен проводить обработку, анализ и оформление результатов исследования;

## 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Mathematical Modelling» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Mathematical Modelling».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий		Introductory Practice; Technological practice; Independent Research Work (obtaining basic skills of research work); Independent Research Work; Design Practice; Geoinformation Systems and Applications;
ОПК-6	Способен осуществлять исследования объектов и процессов в области строительства и жилищно-коммунального хозяйства		Independent Research Work (obtaining basic skills of research work); Independent Research Work; Geoinformation Systems and Applications;
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ, математического аппарата фундаментальных наук		Independent Research Work (obtaining basic skills of research work); Independent Research Work; Design Practice;
ОПК-3	Способен ставить и решать научно-технические задачи в области строительства, строительной индустрии и жилищно-коммунального хозяйства на основе знания проблем отрасли и опыта их решения		BIM-Technology in Construction Management; Independent Research Work (obtaining basic skills of research work); Independent Research Work; Design Practice; Technological practice;

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Mathematical Modelling» составляет «3» зачетные единицы

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			1
Контактная работа, ак.ч	36		36
Лекции (ЛК)	18		18
Лабораторные работы (ЛР)	18		18
Практические/семинарские занятия (СЗ)	0		0
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	72		72
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	0		0
Общая трудоемкость дисциплины ак.ч.	ак.ч.	108	108
	зач.ед.	3	3

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы\*

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Предмет и задачи курса "математическое моделирование пространственных структур"	1.1	Место, назначение и преимущества математического моделирования в процессе познания объектов и явлений природы. Модель, как инструмент исследования объектов и явлений и как инструмент управления ими. Предпосылки для успешного применения математического моделирования. Абстрактная модель Р. Калмана. Классификация объектов по типу поведения. Аналитические и аналогичные модели.	Место, назначение и преимущества математического моделирования в процессе познания объектов и явлений природы. Модель, как инструмент исследования объектов и явлений и как инструмент управления ими. Предпосылки для успешного применения математического моделирования. Абстрактная модель Р. Калмана. Классификация объектов по типу поведения. Аналитические и аналогичные модели.	ЛК, ЛР
		1.2	Этапы математического моделирования. Его практический опыт в формировании математических моделей и решении практических задач с помощью математика. Задача о траектории луча света, отражающегося от зеркала. Задача о траектории рефракционной задачи брахистохрона. Модели, основанные на принципе наименьшего действия и принципе равновесия.	Этапы математического моделирования. Его практический опыт в формировании математических моделей и решении практических задач с помощью математика. Задача о траектории луча света, отражающегося от зеркала. Задача о траектории рефракционной задачи брахистохрона. Модели, основанные на принципе наименьшего действия и принципе равновесия.	ЛК, ЛР
Раздел 2	Основные фундаментальные законы механики	2.1	Принципы причинно-следственной связи. Уравнения состояния. Постулаты о пространстве и времени.	Принципы причинно-следственной связи. Уравнения состояния. Постулаты о пространстве и времени. Закон сохранения.	ЛК, ЛР

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы*	
			Закон сохранения.		
		2.2	Наименьшее действие. Принцип Лагранжа. Принцип Гамильтона-Остроградского.	Наименьшее действие. Принцип Лагранжа. Принцип Гамильтона-Остроградского.	ЛК, ЛР
		2.3	Устойчивое и неустойчивое равновесие. Уравнения Эйлера. Принцип д'Аламбера.	Устойчивое и неустойчивое равновесие. Уравнения Эйлера. Принцип д'Аламбера.	ЛК, ЛР
Раздел 3	Понятие математической модели	3.1	Понятие модели объекта или явления. Математическая модель. Требования для математической модели.	Понятие модели объекта или явления. Математическая модель. Требования для математической модели.	ЛК, ЛР
		3.2	Общая технология решения практических задач с использованием математики. Последовательность построения и проверки математических моделей на примерах простейших задач механики: растяжения и сжатия балки. Изгиб балки, потеря устойчивости балки.	Общая технология решения практических задач с использованием математики. Последовательность построения и проверки математических моделей на примерах простейших задач механики: растяжения и сжатия балки. Изгиб балки, потеря устойчивости балки.	ЛК, ЛР
		3.3	Проверка математической модели-это оценка состояния объекта. Модели управления параметрами объектов и явлений. Множественность вопросов о проявлениях объектов и явлений и общность моделей. Проверка адекватности математических моделей. Упрощенные модели.	Проверка математической модели-это оценка состояния объекта. Модели управления параметрами объектов и явлений. Множественность вопросов о проявлениях объектов и явлений и общность моделей. Проверка адекватности математических моделей. Упрощенные модели.	ЛК, ЛР
Раздел 4	Формирование математических моделей	4.1	Идеи, используемые в качестве основы математических моделей. Отражение свойств и характеристик объектов в	Идеи, используемые в качестве основы математических моделей. Отражение свойств и характеристик объектов в математической модели. Идеализация и абстракция. Математический язык формирования практической задачи. Характерные понятия для описания объектов и явлений ((энергия, масса, сила, пространство, время и т.д.) и качественное и количественное представление в моделях	ЛК, ЛР

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы*
		<p>математической модели. Идеализация и абстракция. Математический язык формирования практической задачи. Характерные понятия для описания объектов и явлений ((энергия, масса, сила, пространство, время и т.д.) и качественное и количественное представление в моделях</p>		
		<p>4.2 Ковариационные задачи анализа и синтеза. Определение взаимосвязей и эмпирических зависимостей в математических моделях. Измерение количеств и формул, выражающих проблему. Упрощение и уточнение математической модели. Размерность задач. Анализ влияния упрощений и уточнений.</p>	<p>Ковариационные задачи анализа и синтеза. Определение взаимосвязей и эмпирических зависимостей в математических моделях. Измерение количеств и формул, выражающих проблему. Упрощение и уточнение математической модели. Размерность задач. Анализ влияния упрощений и уточнений.</p>	<p>ЛК, ЛР</p>
<p>Раздел 5</p>	<p>Формирование. Типы математических моделей</p>	<p>5.1 Структурные и функциональные модели. Дискретные и непрерывные, линейные и нелинейные модели. Моделирование уравнений в частных производных. Проблема формы зеркала прожектора. Линеаризация. Вариационные модели. Вероятные модели. Другие типы моделей. Иерархия математических моделей. Закрытие математического режима</p>	<p>Структурные и функциональные модели. Дискретные и непрерывные, линейные и нелинейные модели. Моделирование уравнений в частных производных. Проблема формы зеркала прожектора. Линеаризация. Вариационные модели. Вероятные модели. Другие типы моделей. Иерархия математических моделей. Закрытие математического режима</p>	<p>ЛК, ЛР</p>
<p>Раздел 6</p>	<p>Методы решения задач, сформулированных с помощью математических</p>	<p>6.1 Исследование математической задачи, порожденной созданной</p>	<p>Исследование математической задачи, порожденной созданной математической моделью. Существование, множественность и уникальность решений. Выбор математических методов решения поставленной задачи. Точное и близкое решение.</p>	<p>ЛК, ЛР</p>

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
	моделей		<p>математической моделью. Существование, множественность и уникальность решений. Выбор математических методов решения поставленной задачи. Точное и близкое решение. Вариационные задачи.</p>	Вариационные задачи.	
6.2		<p>Краевая задача и задача Коши. Аналитическое решение. Асимптотические разложения. Метод Рунге. Метод Бунднова-Галеркина - од. Дискретизация задач. Метод Эйлера. Сведение решения к решению задач линейной алгебры. Метод конечных разностей и метод конечных элементов.</p>	<p>Краевая задача и задача Коши. Аналитическое решение. Асимптотические разложения. Метод Рунге. Метод Бунднова-Галеркина - од. Дискретизация задач. Метод Эйлера. Сведение решения к решению задач линейной алгебры. Метод конечных разностей и метод конечных элементов.</p>	ЛК, ЛР	
6.3		<p>Системы линейных уравнений и их решение. Проблема собственных значений. Поиск экстремума функций и функционалов. Метод Ньютона для решения нелинейных задач. Исследовательские решения. Выбор и контроль точности решения. Контроль размеров. Верификация моделей.</p>	<p>Системы линейных уравнений и их решение. Проблема собственных значений. Поиск экстремума функций и функционалов. Метод Ньютона для решения нелинейных задач. Исследовательские решения. Выбор и контроль точности решения. Контроль размеров. Верификация моделей.</p>	ЛК, ЛР	
Раздел 7	Использование вычислительной техники в математическом моделировании	7.1	<p>Понятие вычислительного эксперимента. Триада "модель-алгоритм-программа". Численное моделирование. Предварительное исследование математических моделей. Качественный анализ. Безразмерный анализ проблемы.</p>	<p>Понятие вычислительного эксперимента. Триада "модель-алгоритм-программа". Численное моделирование. Предварительное исследование математических моделей. Качественный анализ. Безразмерный анализ проблемы.</p>	ЛК, ЛР

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
		7.2	<p>Приближенные решения. Точные решения. Алгоритмические решения. Программное обеспечение для программирования и решения проблем. Проведение компьютерных расчетов и их анализ. Плановые расчеты. Обработка результатов расчетов. Уточнение вычислительных моделей.</p>	<p>Приближенные решения. Точные решения. Алгоритмические решения. Программное обеспечение для программирования и решения проблем. Проведение компьютерных расчетов и их анализ. Плановые расчеты. Обработка результатов расчетов. Уточнение вычислительных моделей.</p>	ЛК, ЛР
Раздел 8	Математическое моделирование в задачах механики деформируемого твердого тела	8.1	<p>Представление твердого тела в виде континуума. Другие упрощающие гипотезы и предположения. Упругое тело Пластическое тело Внутренние силы, напряжения, деформации, перемещения. Напряженно-деформированное состояние твердого тела. Тензор деформаций, тензор напряжений и главное напряжение. Закон Гука как уравнение состояния. Уравнения статического равновесия и уравнения равновесия в движении. Уравнения совместности деформаций.</p>	<p>Представление твердого тела в виде континуума. Другие упрощающие гипотезы и предположения. Упругое тело Пластическое тело Внутренние силы, напряжения, деформации, перемещения. Напряженно-деформированное состояние твердого тела. Тензор деформаций, тензор напряжений и главное напряжение. Закон Гука как уравнение состояния. Уравнения статического равновесия и уравнения равновесия в движении. Уравнения совместности деформаций.</p>	ЛК, ЛР
		8.2	<p>Выражение изменения энергии. Постановка и решение задач статики и динамики твердого тела. Двумерный и одномерные задачи теории упругости.</p>	<p>Выражение изменения энергии. Постановка и решение задач статики и динамики твердого тела. Двумерный и одномерные задачи теории упругости.</p>	ЛК, ЛР
		8.3	<p>Построение математических моделей и решение задач механики жидкостей и газов. Идеальная несжимаемая жидкость. Вязкая жидкость. Идеальный газ. Постановка целей. Уравнение Эйлера для движения идеальной жидкости. Задачи гидростатики. Эффективное движение жидкости и движение вязкой жидкости. Уравнение Навье-Стокса. Волны в жидкости и газе.</p>	<p>Построение математических моделей и решение задач механики жидкостей и газов. Идеальная несжимаемая жидкость. Вязкая жидкость. Идеальный газ. Постановка целей. Уравнение Эйлера для движения идеальной жидкости. Задачи гидростатики. Эффективное движение жидкости и движение вязкой жидкости. Уравнение Навье-Стокса. Волны в жидкости и газе.</p>	ЛК, ЛР

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы*
		Идеальный газ. Постановка целей. Уравнение Эйлера для движения идеальной жидкости. Задачи гидростатики. Эффективное движение жидкости и движение вязкой жидкости. Уравнение Навье-Стокса. Волны в жидкости и газе.		
Раздел 9	Задачи поиска оптимального решения и их математическое моделирование	9.1 Идеи, участвующие в построении математических моделей задач оптимизации. Вариационные задачи. Постановка и решение проблемы брахистохрона. Простейшие задачи поиска оптимального решения и их математического решения. Задания на лучший размер консервной банки. Экономические задачи в строительстве. Математическое программирование. Моделирование с помощью целевой функции и неравенств ограничений.	Идеи, участвующие в построении математических моделей задач оптимизации. Вариационные задачи. Постановка и решение проблемы брахистохрона. Простейшие задачи поиска оптимального решения и их математического решения. Задания на лучший размер консервной банки. Экономические задачи в строительстве. Математическое программирование. Моделирование с помощью целевой функции и неравенств ограничений.	ЛК, ЛР

\* - заполняется только по ОЧНОЙ форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Компьютерный класс	Компьютерный класс для проведения занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная персональными компьютерами (в количестве 14 шт.), доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	MS Office MathCAD Lira САПР SCAD Office
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература:

1. Jódar L., Carlos Cortés, Juan, Rodríguez L. A. Mathematical Modelling in Engineering & Human Behaviour 2018 ISBN 9783038978046 URL:<https://mdpi.com/books/pdfview/book/1233>

### Дополнительная литература:

1. Alder M. An Introduction to Mathematical Modelling //Heavenforbooks. com. – 2001  
<http://www.mtm.ufsc.br/~daniel/matap/IntMatMod.pdf>

2. Knox, Gordon D. Engineering / by Gordon D. Knox ; edited by Ellison Hawes 275p.  
URL:<http://dlib.rsl.ru/rsl01004000000/rsl01004445000/rsl01004445020/rsl01004445020.pdf>

3. Jurgita Antuchevičienė (Ed.), Edmundas Kazimieras Zavadskas (Ed.), Jonas Šaparauskas (Ed.). Sustainability in Construction Engineering 2018 1 с. ISBN 9783038971665 URL:  
<http://www.mdpi.com/books/pdfview/book/754>

### Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН <https://mega.rudn.ru/MegaPro/Web>
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
- ЭБС «Юрайт» <http://www.biblio-online.ru>
- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)
- ЭБС «Знаниум» <https://znanium.ru/>

2. Базы данных и поисковые системы

- Sage <https://journals.sagepub.com/>
- Springer Nature Link <https://link.springer.com/>
- Wiley Journal Database <https://onlinelibrary.wiley.com/>

- Наукометрическая база данных Lens.org <https://www.lens.org>

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине «Mathematical Modelling».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

**РАЗРАБОТЧИКИ**

Доцент

---

Должность

**РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО**

Доцент

---

Должность

**РУКОВОДИТЕЛЬ БУП**

Заведующий кафедрой

---

Должность

---

Рынкoвская М.И.

Фамилия И.О

---

Рынкoвская М.И.

Фамилия И.О

---

Языев С.Б.

Фамилия И.О