

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ястребов Олег Александрович

Должность: Ректор

Дата подписания: 02.05.2026 18:01:51

Уникальный программный ключ:

ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

Институт мировой экономики и бизнеса

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

(наименование дисциплины/модуля)

Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:

38.03.01 ЭКОНОМИКА

(код и наименование направления подготовки/специальности)

Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):

БИЗНЕС-КОНСАЛТИНГ, ЦИФРОВОЙ УЧЕТ И АУДИТ

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

2026 г.

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Линейная алгебра» входит в программу бакалавриата «Бизнес-консалтинг, цифровой учет и аудит» по направлению 38.03.01 «Экономика» и изучается в 1 семестре 1 курса. Дисциплину реализует Институт мировой экономики и бизнеса. Дисциплина состоит из 7 разделов и 33 тем и направлена на изучение теории матриц, начала теории алгебраических структур, начала линейной алгебры (включая теорию определителей и систем линейных уравнений), начала алгебры многочленов, теории линейных операторов в конечномерных векторных пространствах, векторной алгебры.

Целью освоения дисциплины является овладение обучающимися основными понятиями и методами линейной алгебры: теорией матриц, началами теории алгебраических структур, началами линейной алгебры (включая теорию определителей и систем линейных уравнений), началами алгебры многочленов, теорией линейных операторов в конечномерных векторных пространствах, векторной алгебры.

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Линейная алгебра» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов; УК-1.2 Анализирует и контекстно обрабатывает информацию для решения поставленных задач с формированием собственных мнений и суждений; УК-1.3 Предлагает варианты решения задачи, анализирует возможные последствия их использования;
ОПК-2	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1 Определяет методы сбора информации, способы и вид ее представления, применяя современное программное обеспечение; ОПК-2.2 Выбирает соответствующие содержанию профессиональных задач инструментарий обработки и анализа данных, современные информационные технологии и программное обеспечение; ОПК-2.3 Осуществляет визуализацию данных и презентацию решений в информационной среде;

3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Линейная алгебра».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач		<p>Ознакомительная практика; Преддипломная практика; Математический анализ; Экономическая статистика; Основы аудита; Интегрированные услуги: консалтинг, учет, аудит; Бухгалтерская финансовая отчетность; <i>Экологический консалтинг и аудит**;</i> <i>Учетные инструменты зеленой экономики**;</i> Бизнес-симуляции и учетные практики (мастер классы); Мировая экономика; Международные экономические отношения; Маркетинг; Теория вероятностей и математическая статистика; Кейс-стади в бизнес-консалтинге; Макроэкономика;</p>
ОПК-2	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач		<p>Преддипломная практика; Теория бухгалтерского учета; Экономическая статистика; Формирование и контроль налогооблагаемых баз; Оценка бизнеса; Теория вероятностей и математическая статистика; Математический анализ; Эконометрика; Продвинутый Excel; Введение в Python и SQL;</p>

* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

** - элективные дисциплины /практики

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Линейная алгебра» составляет «4» зачетные единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			1
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	51		51
Лекции (ЛК)	17		17
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	34		34
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	57		57
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	36		36
Общая трудоемкость дисциплины	ак.ч.	144	144
	зач.ед.	4	4

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Матрицы и действия с ними	1.1	Сложение и умножение на число	В этой теме рассматривается сложение матриц одинаковой размерности (каждый элемент суммы — это сумма соответствующих элементов слагаемых матриц) и умножение матрицы на число (каждый элемент произведения равен произведению соответствующего элемента матрицы на это число). Изучаются свойства этих операций, например, ассоциативность и коммутативность сложения, а также дистрибутивность умножения на число относительно сложения матриц.	ЛК, СЗ
		1.2	Линейные пространства	Тема посвящена понятию линейного (векторного) пространства — набора векторов, для которых определены операции сложения и умножения на скаляр, подчиняющиеся восьми аксиомам. Рассматриваются ключевые характеристики: размерность (максимальное число линейно независимых элементов), базис, подпространства. Обсуждаются примеры линейных пространств, включая трёхмерное евклидово пространство и функциональные пространства.	ЛК, СЗ
		1.3	Умножение квадратных матриц	Здесь изучается правило умножения квадратных матриц одинакового порядка: элемент произведения матриц вычисляется как сумма произведений элементов строки первой матрицы на соответствующие элементы столбца второй. Рассматриваются свойства операции (например, ассоциативность, отсутствие коммутативности в общем случае), а также особые случаи (умножение на единичную и нулевую матрицы). Особое внимание уделяется алгоритму вычислений и условиям, при которых умножение возможно.	ЛК, СЗ
		1.4	Умножение неквадратных матриц	Тема посвящена умножению матриц разного размера. Ключевое условие — количество столбцов первой матрицы должно совпадать с количеством строк второй. Результат — матрица, у которой столько же строк, сколько у первой матрицы, и столько же столбцов, сколько у второй. Рассматриваются примеры умножения прямоугольных матриц, особенности вычислений и применение в решении систем	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				линейных уравнений.	
		1.5	Кольцо матриц 2×2	В этой теме анализируется множество матриц размера 2×2 как алгебраическая структура (кольцо). Изучаются операции сложения и умножения матриц, их свойства (ассоциативность, дистрибутивность), а также понятия нейтрального элемента (нулевая и единичная матрицы), обратного элемента (обратная матрица для невырожденных случаев). Обсуждается, почему множество невырожденных матриц 2×2 образует некоммутативную группу относительно умножения.	ЛК, СЗ
		1.6	Множество матриц 2×2 как кольцо	В этой теме рассматривается множество матриц размера 2×2 как алгебраическая структура — кольцо. Изучаются операции сложения и умножения матриц, их свойства (ассоциативность, дистрибутивность), а также понятия нейтрального элемента (нулевая и единичная матрицы) и обратного элемента (обратная матрица для невырожденных случаев). Анализируется, почему множество невырожденных матриц 2×2 образует некоммутативную группу относительно умножения.	ЛК, СЗ
		1.7	Обратная матрица	Тема посвящена понятию обратной матрицы — матрицы, при умножении на которую исходная квадратная матрица даёт единичную матрицу ($A \times A^{-1} = A^{-1} \times A = I$). Рассматриваются условия существования обратной матрицы (определитель матрицы должен быть отличен от нуля, $\det(A) \neq 0$), методы её нахождения (через алгебраические дополнения, метод Гаусса-Жордана), а также основные свойства (например, $(A^{-1})^{-1} = A$, $(A \times B)^{-1} = B^{-1} \times A^{-1}$). Приводятся примеры вычисления обратной матрицы для матриц размера 2×2 и 3×3 .	ЛК, СЗ
Раздел 2	Системы линейных уравнений и определители	2.1	Системы из двух уравнений	В теме изучаются системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Рассматриваются методы их решения: подстановка, сложение, графический метод. Обсуждаются случаи единственного решения, отсутствия решений и бесконечного множества решений. Приводятся примеры составления и решения систем, возникающих в практических задачах.	ЛК, СЗ
		2.2	Системы с тремя неизвестными	Тема посвящена системам трёх линейных уравнений с тремя неизвестными. Изучаются методы решения таких систем: метод Крамера (с использованием определителей), метод	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				Гаусса (приведение к треугольному виду), метод обратной матрицы. Рассматриваются особенности систем: совместимость, определённость, неопределённость. Анализируются примеры экономических, физических и инженерных задач, сводящихся к таким системам.	
		2.3	Правило Крамера	Тема посвящена методу Крамера — способу решения систем линейных уравнений, при котором неизвестные находятся через определители матриц. Изучается алгоритм: вычисление главного определителя D матрицы коэффициентов, замена столбцов матрицы на столбец свободных членов для нахождения D_1, D_2, \dots, D_n , расчёт неизвестных по формуле $x_i = D_i/D$. Рассматриваются условия применимости метода: квадратная матрица системы, $\det(D) \neq 0$. Анализируются случаи, когда метод неприменим ($\det(D) = 0$) — тогда требуется использовать метод Гаусса.	ЛК, СЗ
		2.4	Вычисление определителя по первой строке	В этой теме рассматривается способ нахождения определителя матрицы путём разложения по элементам первой строки. Изучается формула разложения: определитель равен сумме произведений элементов первой строки на их алгебраические дополнения. Рассматриваются примеры для матриц $2 \times 2, 3 \times 3$ и более высоких порядков. Обсуждаются приёмы упрощения вычислений (выбор строки с наибольшим числом нулей, использование правил треугольников и Саррюса для матриц 3×3).	ЛК, СЗ
		2.5	Системы n уравнений	Тема посвящена системам из n линейных уравнений с n неизвестными. Изучается матричная форма записи системы ($AX = B$), где A — матрица коэффициентов, X — вектор неизвестных, B — вектор свободных членов. Рассматриваются понятия совместности и определённости системы, связь между рангом матрицы и количеством решений. Анализируются методы решения: метод Крамера, метод Гаусса, метод обратной матрицы. Обсуждаются критерии существования единственного решения (ранг матрицы равен числу неизвестных).	ЛК, СЗ
		2.6	Метод Гаусса. Решение СЛАУ в вырожденных случаях	Здесь изучается метод Гаусса — алгоритм решения систем линейных уравнений путём приведения матрицы к	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				треугольному виду. Рассматриваются шаги: прямой ход (исключение переменных, выбор ведущего элемента, элементарные преобразования строк), обратный ход (обратная подстановка для нахождения неизвестных). Особое внимание уделяется вырожденным случаям: системам с бесконечным числом решений или без решений. Изучаются способы определения ранга матрицы, нахождения базисных и свободных переменных.	
		2.7	Базис и ФСР	Тема посвящена понятиям базиса и фундаментальной системы решений (ФСР) для однородных систем линейных уравнений. Изучается определение базиса как набора линейно независимых векторов, образующих подпространство решений. Рассматривается алгоритм нахождения ФСР: приведение матрицы к ступенчатому виду, выделение свободных переменных, построение линейно независимых решений. Анализируется связь между рангом матрицы, числом неизвестных и размерностью пространства решений ($\dim U = n - r(A)$). Обсуждаются примеры записи общего решения системы через базис ФСР.	ЛК, СЗ
Раздел 3	Резольвента и задача на собственные значения	3.1	Резольвента матрицы	В этой теме рассматривается понятие резольвенты матрицы — операторной функции $R(\lambda, A) = (A - \lambda I)^{-1}$, где A — матрица, λ — параметр, I — единичная матрица. Изучается способ вычисления резольвенты с использованием присоединённой матрицы и характеристического многочлена. Обсуждаются свойства резольвенты: аналитичность вне спектра матрицы, связь с собственными значениями и векторами.	ЛК, СЗ
		3.2	Особые точки резольвенты и собственные значения матрицы	Тема посвящена анализу особых точек функции резольвенты — точек, где резольвента не определена (полюса). Доказывается, что особые точки резольвенты совпадают с собственными значениями матрицы A , т. е. корнями характеристического уравнения $\det(A - \lambda I) = 0$. Рассматривается геометрический и алгебраический смысл собственных значений, их роль в разложении резольвенты на простые дроби. Анализируется связь между кратностью полюсов резольвенты и кратностью собственных значений.	ЛК, СЗ
		3.3	Кратность собственного значения	Рассматривается алгоритм определения кратности: вычисление	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				характеристического многочлена, нахождение корней и размерности нулевого пространства матрицы $(A - \lambda I)$. Обсуждаются случаи, когда алгебраическая и геометрическая кратности не совпадают, и их влияние на диагонализацию матрицы.	
		3.4	Собственные векторы	Тема посвящена собственным векторам матрицы — ненулевым векторам v , которые при умножении на матрицу A лишь масштабируются, но не меняют направления: $Av = \lambda v$, где λ — собственное значение. Изучается метод нахождения собственных векторов.	ЛК, СЗ
		3.5	Однородная система линейных уравнений	Тема посвящена системам линейных уравнений, в которых все свободные члены равны нулю (вид: $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = 0$ и т. д.). Изучается матричное представление такой системы ($Ax = 0$, где A — матрица коэффициентов, x — вектор-столбец переменных). Рассматриваются два случая: если $\det(A) \neq 0$ — система имеет только тривиальное решение (все переменные равны нулю); если $\det(A) = 0$ — система имеет бесконечно много решений (тривиальное + нетривиальные).	ЛК, СЗ
		3.6	Множество решений однородной системы линейных уравнений	В этой теме анализируется множество решений однородной системы как векторное пространство. Ключевой концепцией является фундаментальная система решений (ФСР) — базис этого пространства.	ЛК, СЗ
		3.7	Задача на собственные значения	Тема посвящена нахождению таких значений λ (собственные значения) и ненулевых векторов v (собственные векторы), при которых выполняется равенство $Av = \lambda v$, где A — квадратная матрица.	ЛК, СЗ
Раздел 4	Квадратичные формы. Задача об экстремуме квадратичной формы на единичной сфере	4.1	Квадратичные формы	Тема вводит понятие квадратичной формы — многочлена второй степени от n переменных (например, $q(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum a_{ij}x_i x_j$).	ЛК, СЗ
		4.2	Задача об экстремальных значениях квадратичной формы на сфере	В теме рассматривается задача нахождения максимального и минимального значений квадратичной формы $Q(x) = x^T A x$ (где A — симметричная матрица, x — вектор) при условии, что вектор x лежит на единичной сфере ($ x = 1$, т. е. $x^T x = 1$).	ЛК, СЗ
		4.3	Задача на условный экстремум	Тема посвящена нахождению экстремумов функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ при наличии ограничений $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_i$ ($i = 1, \dots, m$).	ЛК, СЗ
		4.4	Метод множителей Лагранжа	Здесь рассматривается один из основных методов решения задач	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				на условный экстремум. Изучается: формулировка метода: построение функции Лагранжа $L(x, \lambda) = f(x) - \lambda \cdot g(x)$, где λ — множитель Лагранжа.	
Раздел 5	Квадратичные функции. Задача об экстремуме	5.1	Параболоид	Тема посвящена изучению параболоида — поверхности, задаваемой квадратичной функцией трёх переменных.	ЛК, СЗ
		5.2	Задачи на минимум и максимум	Тема посвящена решению задач, в которых требуется найти наибольшее или наименьшее значение функции при заданных ограничениях.	ЛК, СЗ
		5.3	Достаточные условия экстремума	В теме изучаются критерии, позволяющие однозначно определить тип экстремума (максимум, минимум или седловая точка) в критической точке функции.	ЛК, СЗ
		5.4	Задачи на экстремум	Тема объединяет теоретические знания и практические навыки решения задач на нахождение экстремумов.	ЛК, СЗ
		5.5	Критерий Сильвестра	Тема посвящена критерию, позволяющему определить тип квадратичной формы (положительно/отрицательно определённая, знакопеременная) по угловым минорам её матрицы.	ЛК, СЗ
Раздел 6	Приведение матрицы к диагональному виду	6.1	Функции от матриц	Тема изучает расширение скалярных функций на множество матриц.	ЛК, СЗ
		6.2	Эрмитовы матрицы	Тема посвящена классу матриц, играющих важную роль в линейной алгебре и квантовой механике.	ЛК, СЗ
Раздел 7	Метод наименьших квадратов	7.1	Метод наименьших квадратов	Тема детально разбирает применение метода для линейной регрессии.	ЛК, СЗ

* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций. Проектор, компьютер/ноутбук с доступом сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета, браузер, ПО для просмотра PDF/PowerPoint, MS Teams.
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций. Компьютер/ноутбук, доска и маркеры.
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с

		доступом в ЭИОС. ОС Windows или ОС Linux, офисный пакет MS Office или LibreOffice, ПО для просмотра pdf (например, acrobat reader или evince).
--	--	--

* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Васильев С.А., Малых М.Д., Севастьянов Л.А. Учебно-методический комплекс по дисциплине «Линейная алгебра». – М.: Изд-во РУДН, 2017
2. Галахов Е.И. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Е.И. Галахов, О.А. Салиева. - М.: Изд-во РУДН, 2010. - 48 с. - ISBN 978-5-209-03853-5: 0.00.
3. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д.Т. Письменный. - 11, 12, 13, 14-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2013, 2014, 2015 - 608 с.: ил. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-4866-7. - ISBN 978-5-8112-5257-2. - ISBN 978-5-8112-6043-0. - ISBN 978-5-8112-2374-9.: 500.00

Дополнительная литература:

1. Сборник задач по математике для втузов: Учебное пособие для втузов: в 4-х ч. Ч.1 : Линейная алгебра и основы математического анализа / В.А. Болгов; Под общ. ред. А.В.Ефимова, Б.П.Демидовича. - 3-е изд., испр.; Репринтное воспроизведение издания 1993 года. - М.: Альянс, 2014. - 480 с. : ил. - ISBN 978-5-91872-051-6 : 832.00.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров
 - Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН <https://mega.rudn.ru/MegaPro/Web>
 - ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
 - ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>
 - ЭБС «Консультант студента» www.studentlibrary.ru
 - ЭБС «Знаниум» <https://znanium.ru/>
2. Базы данных и поисковые системы
 - Sage <https://journals.sagepub.com/>
 - Springer Nature Link <https://link.springer.com/>
 - Wiley Journal Database <https://onlinelibrary.wiley.com/>
 - Научометрическая база данных Lens.org <https://www.lens.org>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля*:

1. Курс лекций по дисциплине «Линейная алгебра».

* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

РАЗРАБОТЧИК:

Ассистент кафедры
математического
моделирования и
искусственного интеллекта

Должность, БУП

Подпись

Кройтор Олег
Константинович

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:

Должность БУП

Подпись

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:

Доцент

Должность, БУП

Подпись

Абуева Милана Магомед-
Салиевна

Фамилия И.О.