

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Ястребов Олег Александрович
Должность: Ректор
Дата подписания: 19.05.2026 14:53:01
Уникальный программный ключ:
ca953a01204891083f939673078ef1a983aae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»
Факультет физико-математических и естественных наук**
(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

(наименование дисциплины/модуля)

Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:

01.03.01 МАТЕМАТИКА

(код и наименование направления подготовки/специальности)

Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):

МАТЕМАТИКА

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

2026 г.

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Методы оптимизации» входит в программу бакалавриата «Математика» по направлению 01.03.01 «Математика» и изучается в 7 семестре 4 курса. Дисциплину реализует Математический институт имени академика С.М. Никольского. Дисциплина состоит из 3 разделов и 17 тем и направлена на изучение аналитических и численных методов безусловной и условной оптимизации функций многих переменных и основ вариационного исчисления.

Целью освоения дисциплины является Целью освоения дисциплины «Методы оптимизации» является формирование у студентов представления о комплексе идей и математическом аппарате методов оптимизации.

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Методы оптимизации» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Использует существующие и разрабатывает новые методики решения задач в математике; ОПК-1.2 Использует современное оборудование, программное обеспечение и профессиональные базы данных для решения математических задач;
ПК-1	Способен к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	ПК-1.1 Планирует отдельные стадии исследования при наличии общего плана НИР; ПК-1.2 Готовит элементы документации, проекты планов и программ отдельных этапов НИР; ПК-1.3 Выбирает методы исследования для решения поставленных задач НИР;

3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Методы оптимизации» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Методы оптимизации».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или)	Высшая алгебра; Уравнения с частными производными; Теория вероятностей и	

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
	естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	математическая статистика; Дифференциальная геометрия и топология; Численные методы; Дифференциальные уравнения; Комплексный анализ; Дискретная математика; Линейная алгебра и аналитическая геометрия; Математический анализ; Математическая логика; Основы экономики и менеджмента; Дифференциальные уравнения на многообразиях; Научный семинар по апостериорным оценкам;	
ПК-1	Способен к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	Функциональный анализ и его приложения; Научный семинар по дифференциальным и функционально-дифференциальным уравнениям; Уравнения с частными производными; Теоретическая механика; Физика (электродинамика); Дифференциальная геометрия и топология; Численные методы; Физика (механика); Введение в математическое моделирование и пакеты прикладных программ; Дифференциальные уравнения; Функциональный анализ; Комплексный анализ; Линейная алгебра и аналитическая геометрия; Математическая логика; Основы проектной деятельности;	Научно-исследовательская работа; Преддипломная практика;

* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

** - элективные дисциплины /практики

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Методы оптимизации» составляет «5» зачетных единиц.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			7
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	68		68
Лекции (ЛК)	34		34
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	34		34
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	76		76
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	36		36
Общая трудоемкость дисциплины	ак.ч.	180	180
	зач.ед.	5	5

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Безусловная оптимизация и элементы теории выпуклых функций	1.1	Основные понятия и теоремы методов оптимизации и теории выпуклых функций. Лемма Ферма. Необходимые условия оптимальности второго порядка. Достаточные условия оптимальности второго порядка.	Даются понятия оптимизационной задачи, классификация таких задач и определения точек глобального и локального минимума (максимума). Выделяются две основные задачи методов оптимизации и дается общий метод построения их решения. В завершении дается теорема Вейерштрасса об условиях сходимости минимизирующей последовательности к точке оптимального множества. Рассмотрено решение задачи безусловной оптимизации при помощи аппарата необходимых и достаточных условий.	ЛК, СЗ
		1.2	Элементы теории выпуклых функций. Унимодальные функции. Основные понятия численных методов оптимизации.	Даются понятия выпуклости и вогнутости функций, унимодальности функции и их связь с задачами оптимизации. Рассматривается общая схема построения минимизирующей последовательности.	ЛК, СЗ
		1.3	Методы минимизации нулевого порядка. Случай функций одного переменного.	Рассматриваются одномерные методы минимизации нулевого порядка: равномерный поиск, метод деления отрезка пополам, метод золотого сечения.	ЛК, СЗ
		1.4	Методы минимизации первого порядка. Метод градиентного спуска. Методы сопряженных градиентов.	Рассматриваются методы минимизации первого порядка: метод градиентного и наискорейшего спуска, метод покоординатного спуска и метод Гаусса-Зейделя, методы сопряженных градиентов (Флетчера-Ривса и Полака-Рибьера).	ЛК, СЗ
		1.5	Методы минимизации второго порядка. Метод Ньютона и его модификации. Методы переменной метрики.	Рассматриваются методы минимизации второго порядка: метод Ньютона и Ньютона-Рафсона, метод Марквардта, метод Дэвидона-Флетчера-Пауэлла.	ЛК, СЗ
		1.6	Методы минимизации нулевого порядка. Метод конфигураций. Метод деформируемого многогранника.	Рассматриваются методы минимизации нулевого порядка: метод конфигураций и метод деформируемого многогранника.	ЛК, СЗ
Раздел 2	Условная оптимизация	2.1	Задача условной оптимизации с ограничениями типа равенств. Метод множителей Лагранжа. Необходимые и достаточные условия экстремума. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.	Дается постановка задачи условной оптимизации с ограничениями типа равенств и понятия регулярного и нерегулярного экстремума. Формулировка необходимых и достаточных условий экстремума при ограничениях типа равенств. Функция Лагранжа.	ЛК, СЗ
		2.2	Подходы к численному решению задач	Рассматриваются общие численные подходы к решению задачи	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
			условной оптимизации с ограничениями типа равенств. Функция Хестенса.	оптимизации с ограничениями типа равенств. Связь задачи условной оптимизации с ограничениями типа равенств и безусловной оптимизации. Функция Хестенса.	
		2.3	Метод штрафных функций и метод проекции градиента для решения задач условной оптимизации с ограничениями типа равенств.	Рассматриваются методы штрафных функций и проекции градиента для задачи условной оптимизации с ограничениями типа равенств.	ЛК, СЗ
		2.4	Задача условной оптимизации с ограничениями типа неравенств. Теорема Куна-Таккера.	Дается постановка задачи условной оптимизации с ограничениями типа неравенств и понятия регулярного и нерегулярного экстремума. Формулировка необходимых и достаточных условий экстремума при ограничениях типа неравенств.	ЛК, СЗ
		2.5	Методы последовательной безусловной оптимизации для решения задач условной оптимизации с ограничениями типа неравенств: метод штрафных функций.	Рассматриваются методы штрафных функций и барьерных функций для задачи условной оптимизации с ограничениями типа неравенств.	ЛК, СЗ
		2.6	Методы непосредственного решения задач условной оптимизации с ограничениями типа неравенств: метод проекции градиента, метод Зойтендейка.	Рассматриваются методы Зойтендейкой и проекции градиента для задачи условной оптимизации с ограничениями типа неравенств.	ЛК, СЗ
Раздел 3	Элементы вариационного исчисления	3.1	Основные понятия и теоремы вариационного исчисления. Задача Дидоны. Задача о брахистохроне. Необходимое условие оптимальности.	Дается постановка задач, приводящих к понятию вариационных проблем: задача Дидоны и задача о брахистохроне. Даются определения вариационной задачи, экстремальной кривой, сильного и слабого экстремума функционала, вариации кривой и функционала. Сформулировано необходимое условие экстремума функционала.	ЛК, СЗ
		3.2	Простейшая вариационная задача с закрепленными концами. Необходимое условие оптимальности первого порядка. Уравнение Эйлера. Теорема о дифференцируемости экстремалей.	Дается постановка простейшей вариационной задачи с закрепленными концами и доказываются необходимые условия экстремума первого порядка для нее (уравнение Эйлера-Лагранжа). Сформулирована теорема о дифференцируемости экстремалей.	ЛК, СЗ
		3.3	Простейшая вариационная задача с закрепленными концами. Необходимые условия оптимальности второго порядка. Условие Лежандра. Условие Якоби.	Доказываются необходимые условия экстремума второго порядка для простейшей вариационной задачи с закрепленными концами: условие Лежандра, условие Якоби и условие Вейерштрасса. Доказываются достаточные условия	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
			Условие Вейерштрасса. Достаточные условия сильного и слабого экстремума.	экстремума для простейшей вариационной задачи с закрепленными концами.	
		3.4	Простейшая вариационная задача с закрепленными концами. Случаи векторного аргумента и производных высшего порядка. Уравнение Эйлера-Пуассона.	Дается постановка простейшей вариационной задачи с закрепленными концами в векторном случае и при наличии производных высших порядков. Формулируются необходимого условия экстремума первого порядка для данных задач (уравнение Эйлера-Пуассона), необходимые условия второго порядка и достаточные условия экстремума.	ЛК, СЗ
		3.5	Простейшая вариационная задача со свободными концами и границами. Условие трансверсальности.	Дается постановка простейшей вариационной задачи со свободными концами и границами. Доказываются необходимые условия экстремума первого порядка для нее (условия трансверсальности) и дается алгоритм проверки экстремали на минимум и максимум.	ЛК, СЗ

* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Нет
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Нет
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	Нет

* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Тихомиров В.М., Алексеев В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Физматлит, 2007. 192 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67593>
2. Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2005. 544 с.
3. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002. 824 с.
4. Сухарев А.Г., Тихомиров А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. М.: Физматлит, 2005 368 с.

Дополнительная литература:

1. Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. М.: Наука, 1974., все годы издания.
2. Васильев, Ф.П. Методы оптимизации. Ч. 1. Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума. Динамическое программирование. М.: МЦНМО, 2011. 620 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63313>
3. Гладких, Б.А. Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики. Ч. 2. Нелинейное и динамическое программирование. Томск: Издательство "НТЛ", 2011. 264 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL:

<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=200917>

4. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. 424 с.

5. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи. М.: Физматлит, 2005. 256 с.

6. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 1986. 319 с.

7. Калихман И.Л. Сборник задач по математическому программированию. М.: Высшая школа, 1975. 270 с.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН

<https://mega.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» www.studentlibrary.ru

- ЭБС «Знаниум» <https://znanium.ru/>

2. Базы данных и поисковые системы

- Sage <https://journals.sagepub.com/>

- Springer Nature Link <https://link.springer.com/>

- Wiley Journal Database <https://onlinelibrary.wiley.com/>

- Научометрическая база данных Lens.org <https://www.lens.org>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля:*

1. Курс лекций по дисциплине «Методы оптимизации».

* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

РАЗРАБОТЧИК:

Доцент, Математический
институт им. академика С.М.
Никольского

Должность, БУП

Подпись

Леонов Сергей Сергеевич

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:

Директор, Математический
институт им. академика С.М.
Никольского

Должность БУП

Подпись

Муравник Андрей

Борисович

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:

Профессор, Математический
институт им. академика С.М.
Никольского

Должность, БУП

Подпись

Фаминский Андрей

Вадимович

Фамилия И.О.