

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 28.05.2026 10:28:14  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»**

**Инженерная академия**

(наименование основного учебного подразделения (ОУП) – разработчика ОП ВО)

---

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

---

### **27.03.04 УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

---

### **DATA SCIENCE И КОСМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Уравнения математической физики» входит в программу бакалавриата «Data Science и космические системы» по направлению 27.03.04 «Управление в технических системах» и изучается в 7 семестре 4 курса. Дисциплину реализует Кафедра механики и процессов управления. Дисциплина состоит из 2 разделов и 17 тем и направлена на изучение основа теории дифференциальных уравнений, основных методов аналитического, приближенно-аналитического и численного интегрирования дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, основных методов анализа устойчивости решений, примеров применения теории и методов решения дифференциальных уравнений в различных прикладных задачах.

Целью освоения дисциплины является изучение студентами теории дифференциальных уравнений и освоение методов их решения, повышение общего уровня математической культуры студентов.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Уравнения математической физики» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-2	Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний, профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)	ОПК-2.1 Владеет математическими методами, основами программирования и специализированными системами программирования для реализации алгоритмов решения прикладных задач; ОПК-2.2 Умеет осуществлять выбор и адаптацию математических методов и программного обеспечения к решению практических задач; ОПК-2.3 Владеет навыками разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
ОПК-3	Способен использовать фундаментальные знания для решения базовых задач управления в технических системах с целью совершенствования в профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Знает теоретические основы и принципы математического моделирования; ОПК-3.2 Умеет разрабатывать и использовать методы математического моделирования, информационные технологии для решения задач прикладной математики; ОПК-3.3 Владеет практическими навыками решения задач прикладной математики, методами математического моделирования, информационными технологиями и основами их использования в профессиональной деятельности, навыками профессионального мышления и арсеналом методов и подходов, необходимыми для адекватного использования методов современной математики в теоретических и прикладных задачах;

## 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Equations of mathematical physics» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Equations of mathematical physics».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-2	Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний, профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)	Research work / Научно-исследовательская работа; Technological Training; Mathematical analysis; Space Flight Mechanics; Numerical Methods; Automatic Control Theory; Algebra and Geometry; Analysis of Geoinformation Data;	Technological Training; Undergraduate Training;
ОПК-3	Способен использовать фундаментальные знания для решения базовых задач управления в технических системах с целью совершенствования в профессиональной деятельности	Mathematical analysis; Space Flight Mechanics; Theoretical Mechanics; Numerical Methods; Automatic Control Theory; Algebra and Geometry; Theory of Probability and Mathematical Statistics; Differential equations; Complex analysis; Optimal Control Methods; Analysis of Geoinformation Data; Research work / Научно-исследовательская работа; Technological Training;	Technological Training; Undergraduate Training;

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Уравнения математической физики» составляет «8» зачетных единиц.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			7
Контактная работа, ак.ч	108		108
Лекции (ЛК)	54		54
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	54		54
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	153		153
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	27		27
<b>Общая трудоемкость дисциплины ак.ч.</b>	<b>ак.ч.</b>	<b>288</b>	<b>288</b>
	<b>зач.ед.</b>	<b>8</b>	<b>8</b>

Общая трудоемкость дисциплины «Уравнения математической физики» составляет «8» зачетных единиц.

Таблица 4.2. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			7
Контактная работа, ак.ч	108		108
Лекции (ЛК)	54		54
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	54		54
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	153		153
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	27		27
<b>Общая трудоемкость дисциплины ак.ч.</b>	<b>ак.ч.</b>	<b>288</b>	<b>288</b>
	<b>зач.ед.</b>	<b>8</b>	<b>8</b>

Общая трудоемкость дисциплины «Уравнения математической физики» составляет «8» зачетных единиц.

Таблица 4.3. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			7
Контактная работа, ак.ч	108		108
Лекции (ЛК)	54		54
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	54		54
Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.	153		153
Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.	27		27
<b>Общая трудоемкость дисциплины ак.ч.</b>	<b>ак.ч.</b>	<b>288</b>	<b>288</b>
	<b>зач.ед.</b>	<b>8</b>	<b>8</b>

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы\*

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Уравнения математической физики	1.1	Основные уравнения математической физики	Уравнения математической физики как дифференциальные уравнения в частных производных, описывающие физические процессы. Классификация уравнений: гиперболические для волновых процессов, параболические для процессов теплопроводности и диффузии, эллиптические для стационарных процессов. Примеры: волновое уравнение, уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа и Пуассона. Граничные и начальные условия как необходимые дополнения для получения единственного решения.	ЛК, СЗ
		1.2	Задача Коши для уравнения колебаний струны	Задача Коши как постановка задачи с начальными условиями для бесконечной струны. Уравнение колебаний струны как одномерное волновое уравнение. Начальные условия: начальная форма струны и начальное распределение скоростей точек струны. Физическая интерпретация: описание распространения малых поперечных колебаний бесконечной струны.	ЛК, СЗ
		1.3	Формула Даламбера	Формула Даламбера как аналитическое решение задачи Коши для волнового уравнения на бесконечной прямой. Выражение решения через начальные условия: полусумма начальных отклонений, распространённых вправо и влево, плюс интеграл от начальных скоростей. Волны, бегущие вправо и влево, как основная структура решения. Характеристики волнового уравнения как линии, вдоль которых возмущения распространяются с конечной скоростью.	ЛК, СЗ
		1.4	Колебания полуограниченной струны	Полуограниченная струна с одним закреплённым или свободным концом на границе. Метод продолжений для сведения задачи на полупрямой к задаче на всей прямой. Чётное продолжение начальных условий для свободного конца. Нечётное продолжение начальных условий для закреплённого конца. Отражение волны от границы с изменением знака или без изменения знака.	ЛК, СЗ
		1.5	Ряды Фурье	Ряды Фурье как разложение периодических функций в сумму тригонометрических функций. Тригонометрическая система функций: синусы и косинусы кратных дуг. Коэффициенты Фурье как интегралы от произведения функции на соответствующие тригонометрические функции. Сходимость рядов Фурье для кусочно-гладких функций. Разложение по синусам для нечётных функций и по косинусам для чётных функций.	ЛК, СЗ
		1.6	Решение задачи Коши для уравнения колебаний струны с закреплёнными концами	Задача для конечной струны с закреплёнными концами как смешанная задача с начальными и граничными условиями. Метод разделения переменных Фурье для нахождения решения в виде ряда. Нахождение собственных функций в виде синусов с учётом граничных условий. Нахождение собственных частот колебаний струны. Представление решения в виде бесконечного ряда по собственным функциям с коэффициентами, зависящими от времени.	ЛК, СЗ
		1.7	Вынужденные колебания струны	Вынужденные колебания как колебания под действием внешней силы. Добавление неоднородного члена в волновое уравнение. Разложение внешней силы в ряд по собственным функциям. Явление резонанса при совпадении частоты внешней силы с одной из собственных частот струны. Решение задачи вынужденных колебаний через метод вариации постоянных или через функцию Грина.	ЛК, СЗ
		1.8	Уравнение	Уравнение теплопроводности как параболическое дифференциальное уравнение,	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
			распространения тепла в стержне	описывающее распространение тепла в среде. Вывод уравнения из закона сохранения энергии и закона Фурье о тепловом потоке, пропорциональном градиенту температуры. Коэффициент теплопроводности как характеристика материала. Начальное условие как распределение температуры в начальный момент времени. Граничные условия: заданная температура, теплоизоляция или теплообмен с окружающей средой.	
		1.9	Теплопроводность в конечном стержне	Задача теплопроводности в конечном стержне как смешанная задача для параболического уравнения. Метод разделения переменных Фурье для нахождения решения в виде ряда по собственным функциям. Нахождение собственных функций и собственных значений в зависимости от типа граничных условий. Экспоненциальное затухание во времени всех гармоник температуры. Стремление решения к стационарному распределению при больших временах.	ЛК, СЗ
		1.10	Уравнение Лапласа	Уравнение Лапласа как эллиптическое дифференциальное уравнение, описывающее стационарные процессы: электростатический потенциал в отсутствие зарядов, установившееся распределение температуры, потенциал скорости безвихревого течения жидкости. Уравнение Пуассона как неоднородное уравнение Лапласа с правой частью. Свойство среднего арифметического: значение гармонической функции в центре сферы равно её среднему значению на сфере. Принцип максимума для гармонических функций.	ЛК, СЗ
		1.11	Запись в полярных координатах	Уравнение Лапласа в полярных координатах на плоскости. Выражение оператора Лапласа через производные по радиусу и углу. Разделение переменных в полярных координатах с представлением решения в виде произведения радиальной и угловой функций. Уравнения для радиальной и угловой частей. Решения угловой части в виде синусов и косинусов целого числа углов. Решения радиальной части в виде степенных функций и логарифмов.	ЛК, СЗ
		1.12	Метод Фурье для уравнения Лапласа	Метод разделения переменных Фурье для решения краевых задач для уравнения Лапласа в ограниченных областях. Представление решения в виде ряда по собственным функциям, удовлетворяющим однородным граничным условиям на части границы. Нахождение коэффициентов ряда из неоднородных граничных условий. Задача Дирихле с заданным значением функции на границе. Задача Неймана с заданной нормальной производной на границе. Примеры решения для круга, прямоугольника и кольца.	ЛК, СЗ
Раздел 2	Методы решения уравнений математической физики	2.1	Методы теории потенциала	Методы теории потенциала как способ представления решений эллиптических уравнений через интегралы от источников, распределённых по границе или объёму. Потенциал простого слоя с распределением источников по поверхности. Потенциал двойного слоя с распределением диполей по поверхности. Объёмный потенциал от распределённых источников внутри области. Сведение краевых задач к интегральным уравнениям относительно плотности потенциала.	ЛК, СЗ
		2.2	Численные методы	Численные методы как подходы к приближённому решению уравнений математической физики с использованием вычислительных алгоритмов. Метод конечных разностей с заменой производных разностными отношениями на сетке. Метод конечных элементов с разбиением области на малые элементы и аппроксимацией решения кусочно-полиномиальными функциями. Метод граничных элементов для задач с постоянными коэффициентами в неограниченных областях. Оценка погрешности и сходимость численных методов.	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
		2.3	Вариационные методы	Вариационные методы как способы сведения краевой задачи к задаче минимизации некоторого функционала. Функционал энергии для эллиптических уравнений. Принцип минимума потенциальной энергии для равновесных состояний. Метод Рунге с поиском минимума функционала на конечномерном подпространстве пробных функций. Связь вариационных методов с методом конечных элементов. Естественные граничные условия, возникающие из вариационной постановки.	ЛК, СЗ
		2.4	Проекционные методы	Проекционные методы как способы приближённого решения уравнений, основанные на проектировании уравнения на конечномерное подпространство. Метод Галёркина с требованием ортогональности невязки ко всем пробным функциям. Метод наименьших квадратов с минимизацией квадрата невязки. Метод коллокации с обращением уравнения в ноль в заданных точках. Выбор базисных функций с учётом граничных условий.	ЛК, СЗ
		2.5	Асимптотические методы	Асимптотические методы как способы получения приближённых решений при малых или больших значениях параметров. Теория возмущений для задач с малым параметром при старшей производной или в правой части. Регулярные возмущения с разложением решения в ряд по степеням малого параметра. Сингулярные возмущения с появлением пограничных слоев вблизи границ. Метод сращиваемых асимптотических разложений для построения равномерно пригодного приближения.	ЛК, СЗ

\* - заполняется только по ОЧНОЙ форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература:

1. Тихонов А.Н. Самарский А.А. Уравнения математической физики
2. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики. М. Наука. 1976.
3. Савин А.Ю. Стернин Б.Ю. Уравнения математической физики. Презентация. РУДН. 2012
4. Кириллов А.И. (ред.) - Решебник. Высшая математика. Специальные разделы, 2е изд., ФМЛ, 2006
5. Коршунов Ю.С., Рыновская М.В., Савин А.Ю. Уравнения математической физики. М. РУДН. 2016.

### Дополнительная литература:

1. Фарлоу С.. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров. М.Мир. 1985
2. E. Zauderer Partial differential equations and applied mathematics. 2006
3. Агошков В. И., Дубовский П. Б., Шутяев В. П. Методы решения задач математической физики / Под ред. Г. И. Марчука. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 320 с. - ISBN 5-9221-02457-5

### Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН <http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>
- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)
- ЭБС «Троицкий мост»

2. Базы данных и поисковые системы

- электронный фонд правовой и нормативно-технической документации <http://docs.cntd.ru/>
- поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>
- поисковая система Google <https://www.google.ru/>
- реферативная база данных SCOPUS <http://www.elsevierscience.ru/products/scopus/>

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине «Equations of mathematical physics».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

**РАЗРАБОТЧИКИ**

Доцент

Должность

Салтыкова О.А.

Фамилия И.О

**РАЗРАБОТЧИКИ**

Доцент

Должность

Демидов А.С.

Фамилия И.О

**РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО**

Профессор

Должность

Разумный Ю.Н.

Фамилия И.О

**РУКОВОДИТЕЛЬ БУП**

Заведующий кафедрой

Должность

Разумный Ю.Н.

Фамилия И.О