

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 26.05.2026 17:33:18  
Уникальный программный ключ:  
ca953a01204891083f939673078ef1a989aae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»  
Факультет физико-математических и естественных наук**  
(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

#### **02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

#### **МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2026 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математическое моделирование» входит в программу бакалавриата «Математика и компьютерные науки» по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» и изучается в 6 семестре 3 курса. Дисциплину реализует Кафедра теории вероятностей и кибербезопасности. Дисциплина состоит из 2 разделов и 8 тем и направлена на изучение методов математического моделирования.

Целью освоения дисциплины является овладение современным математическим аппаратом реализации вычислительных методов в виде программ и навыками применения их в математическом моделировании.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Математическое моделирование» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

*Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)*

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук; ОПК-1.2 Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности; ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний;
ОПК-3	Способен самостоятельно представлять научные результаты, составлять научные документы и отчеты	ОПК-3.1 Знает принципы построения научной работы, современные методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; ОПК-3.2 Умеет представлять научные результаты, составлять научные документы и отчеты; ОПК-3.3 Имеет практический опыт выступлений и научной аргументации в профессиональной деятельности;
ОПК-4	Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	ОПК-4.1 Знает базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности; ОПК-4.2 Умеет использовать математический аппарат в профессиональной деятельности; ОПК-4.3 Имеет практический опыт применения современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности;
ОПК-6	Способен разрабатывать	ОПК-6.1 Знает базовые принципы по разработке алгоритмов и

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
	алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	компьютерных программ, необходимых в профессиональной деятельности в области математики и компьютерных наук для: изучения и моделирования объектов профессиональной деятельности, анализа данных, представления информации и пр.; ОПК-6.2 Умеет применять необходимые в профессиональной деятельности алгоритмы и методы в области математики и компьютерных наук для: изучения и моделирования объектов профессиональной деятельности, анализа данных, представления информации и пр.; ОПК-6.3 Владеет необходимыми в профессиональной деятельности технологиями и методами в области математики и компьютерных наук для: изучения и моделирования объектов профессиональной деятельности, анализа данных, представления информации и пр.;

### 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Математическое моделирование» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Математическое моделирование».

*Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины*

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-6	Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	Введение в анализ и визуализацию данных; Компьютерная алгебра; Компьютерная геометрия; Основы формальных методов описания бизнес-процессов; Основы машинного обучения и нейронные сети; Вычислительные системы, сети и телекоммуникации; Цифровая грамотность, основы программирования; Цифровая грамотность, технология программирования; Парадигмы программирования; Вычислительные методы;	Эконометрика;
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии,	Символьные методы математического анализа; Алгебра и аналитическая геометрия; Дискретная математика и математическая логика; Теория вероятностей и математическая статистика; Теория конечных графов; Символьные и численные методы	Функциональный анализ и теория аппроксимации; Вариационное исчисление и классическая механика;

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
	дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	интегрирования дифференциальных уравнений; Вычислительные методы; Марковские процессы; Компьютерная геометрия; Компьютерная алгебра; Физика; Основы машинного обучения и нейронные сети; Химия и экология окружающей среды;	
ОПК-3	Способен самостоятельно представлять научные результаты, составлять научные документы и отчеты		
ОПК-4	Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	Вычислительные методы; Алгоритмы и анализ сложности; Компьютерная алгебра; Компьютерная геометрия; Основы машинного обучения и нейронные сети; Парадигмы программирования;	Анализ больших данных; Эконометрика;

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Математическое моделирование» составляет «4» зачетные единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			6
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	54		54
Лекции (ЛК)	18		18
Лабораторные работы (ЛР)	36		36
Практические/семинарские занятия (СЗ)	0		0
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	54		54
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	36		36
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>ак.ч.</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
	<b>зач.ед.</b>	<b>4</b>	<b>4</b>

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Поддержка научных исследований	1.1	Введение в математическое моделирование	Определение математической модели и классифицирует модели по различным признакам: детерминированные и стохастические, непрерывные и дискретные, статические и динамические, аналитические и имитационные. Описываются основные этапы построения модели: содержательная постановка задачи, формализация (выбор переменных и уравнений), верификация (проверка логической правильности), валидация (сравнение с данными). Обсуждаются принципы адекватности, простоты и устойчивости модели. Приводятся примеры из механики, биологии, экономики, демонстрирующие универсальность подхода.	ЛК, ЛР
Раздел 2	Подходы к математическому моделированию	2.1	Модели роста популяций	Рассматриваются простейшие модели динамики численности биологических популяций. Начинается с экспоненциального роста (Мальтус) --- линейное дифференциальное уравнение, решение которого даёт неограниченный рост или вымирание. Затем вводится логистическая модель Ферхюльста с учётом ограниченности ресурсов. Анализируются стационарные точки и их устойчивость. Обсуждается дискретный аналог --- логистическое отображение, приводящее к бифуркациям и детерминированному хаосу при больших $r$ .	ЛК, ЛР
		2.2	Модели в гидродинамике	Математическое описание движения жидкостей и газов. Выводится уравнение неразрывности (сохранение массы) и уравнение Эйлера для идеальной жидкости. Вводится вязкость и получается уравнение Навье--Стокса. Обсуждаются упрощённые модели: течение Пуазейля в цилиндрической трубе (точное решение) и модель мелкой воды (система уравнений гиперболического типа для течений с малой глубиной). Рассматриваются понятия числа Рейнольдса, ламинарного и турбулентного режимов.	ЛК, ЛР
		2.3	Модели распространения волн	Изучаются два классических уравнения в частных производных: волновое уравнение (гиперболического типа) и уравнение теплопроводности (параболического типа). Для волнового уравнения демонстрируется метод характеристик,	ЛК, ЛР

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				дающий общее решение Даламбера; обсуждаются бегущие и стоячие волны, отражение от границ. Для уравнения теплопроводности анализируется принцип максимума, затухание начальных возмущений, свойства фундаментального решения (гауссиана). Приводятся примеры: звуковые волны, диффузия тепла.	
		2.4	Модели в химической кинетике	Рассматриваются модели химических реакций, основанные на законе действующих масс. Для простых реакций получаются системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Вводится модель Кольмогорова--Петровского--Пискунова (КПП) --- реакционно-диффузионное уравнение, описывающее распространение доминантного гена или автоволну. Изучается брюсселятор --- модель колебательной реакции (автоколебания, нелинейные химические часы). Анализируются условия возникновения неустойчивости и пространственно-временных структур.	ЛК, ЛР
		2.5	Модели транспортных потоков	Рассматривается макроскопическая моделью Лайтхилла--Уизема--Ричардса (LWR) для одномерного транспортного потока. Выводится уравнение сохранения автомобилей, заданная диаграмма «скорость--плотность» (обычно линейная убывающая). Обсуждается понятие фундаментальной диаграммы «плотность--поток». Рассматриваются разрывные решения (ударные волны) и их интерпретация как светофоров или заторов. Анализируется модель с учётом инерции водителей (модель Пейна).	ЛК, ЛР
		2.6	Модель межвидовой конкуренции	Система Лотки--Вольтерры для двух видов, конкурирующих за общий ресурс. Анализируются особые точки и их устойчивость в зависимости от соотношения параметров. Выделяются четыре сценария: сосуществование, вытеснение одного вида, бистабильность (оба могут победить в зависимости от начальных условий). Обсуждается связь с принципом конкурентного исключения Гаузе.	ЛК, ЛР
		2.7	Модели в экономике и финансах	Математические модели экономической динамики. Рассматривается модель рыночного равновесия Вальраса: система уравнений спроса и предложения, существование равновесной цены. Паутинообразная модель (дискретная)	ЛК, ЛР

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				анализирует сходимость цены к равновесию в зависимости от эластичностей. В финансах изучается модель Блэка--Шоулза для оценки опционов. Обсуждается вывод через стохастическое исчисление и лемму Ито, а также понятие хеджирования.	

\* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Компьютер/ноутбук с доступом к сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета, браузер, ПО для просмотра PDF, MS Teams или аналог.
Компьютерный класс	Компьютерный класс для проведения занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенный персональными компьютерами (в количестве 20 шт.), доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	ОС Linux/ Windows, Python, Julia, OpenModelica. Дополнительное ПО: офисный пакет MS Office или LibreOffice, OBS Studio.
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	ОС Linux/ Windows, Python, Julia, OpenModelica. Дополнительное ПО: офисный пакет MS Office или LibreOffice, OBS Studio.

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Основы математического моделирования: учебное электронное издание / Ю.В. Родионов, А.Д. Нахман. – Тамбов : Тамбовский государственный технический университет (ТГТУ), 2018. – 111 с. : табл., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=570456>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-8265-1886-1. – Текст : электронный.

2. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры [Текст] / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. - 2-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2002. - 320 с. : ил. - ISBN 5-92221-0120-X : 115.94. (ЕТ 20)

3. Введение в математическое моделирование : учебное пособие / В.Н. Ашихмин, М.Б. Гитман, И.Э. Келлер [и др.]; Под ред. П.В. Трусова. - Электронные текстовые данные. - М. : Логос, 2015. - 440 с. : ил. - (Новая Университетская Библиотека). - ISBN 978-5-98704-637-1. URL: <http://lib.rudn.ru/ProtectedView/Book/ViewBook/5847>

4. Документация по системе Modelica – Режим доступа: <https://www.modelica.org/>  
Дополнительная литература:

1. Математическое и компьютерное моделирование оптических наноструктур : учебно-методический комплекс / Л.А. Севастьянов, К.П. Ловецкий. - Электронные текстовые данные. - М. : Изд-во РУДН, 2013. - 107 с. - ISBN 978-5-209-05038-4 : 177.55. URL: <http://lib.rudn.ru/ProtectedView/Book/ViewBook/3449>

2. Ризниченко Г. Ю. Лекции по математическим моделям в биологии (изд. 2-е, испр. и дополн.) Издательство РХД, 2011 г. 560 стр. ISBN 978-5-93972-847-8. Режим доступа <http://www.library.biophys.msu.ru/LectMB/>

3. Динамические системы и модели биологии : научное издание / А.С. Братусь, А.С. Новожилов, А.П. Платонов. - Москва : Физматлит, 2009. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-1192-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67304>

4. Лекции по нелинейной динамике. Элементарное введение [Текст] : Учебное пособие / Ю.А. Данилов; Предисл. Г.Г.Малинецкого. - 2-е изд., испр. - М. : КомКнига, 2006. - 208 с. - (Синергетика: от прошлого к будущему). - ISBN 5-484-00183-8 : 143.99. (ЕТ 10)

5. Чуличков А.И. Математические модели нелинейной динамики [Текст] - 2-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2003. - 296 с. - ISBN 5-9221-0366-0 : 201.19. (ЕТ 10)

6. Документация по системе julia – Режим доступа: <https://julialang.org/>  
*Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН

<https://mega.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

- ЭБС «Знаниум» <https://znanium.ru/>

2. Базы данных и поисковые системы

- Sage <https://journals.sagepub.com/>

- Springer Nature Link <https://link.springer.com/>

- Wiley Journal Database <https://onlinelibrary.wiley.com/>

- Научометрическая база данных Lens.org <https://www.lens.org>

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине «Математическое моделирование».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

**РАЗРАБОТЧИК:**

Профессор кафедры теории  
вероятностей и  
кибербезопасности

---

*Должность, БУП*

---

*Подпись*

Кулябов Дмитрий  
Сергеевич

---

*Фамилия И.О.*

**РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:**

Заведующий кафедрой теории  
вероятностей и  
кибербезопасности

---

*Должность БУП*

---

*Подпись*

Самуйлов Константин  
Евгеньевич

---

*Фамилия И.О.*

**РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:**

Заведующий кафедрой теории  
вероятностей и  
кибербезопасности

---

*Должность, БУП*

---

*Подпись*

Самуйлов Константин  
Евгеньевич

---

*Фамилия И.О.*