

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ястребов Олег Александрович

Должность: Ректор

Дата подписания: 26.05.2026 17:33:18

Уникальный программный ключ:

ca953a01204891083f939673078ef1a989dae18a

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

Факультет физико-математических и естественных наук

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

СИМВОЛЬНЫЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(наименование дисциплины/модуля)

Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:

02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

(код и наименование направления подготовки/специальности)

Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):

МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

2026 г.

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Символьные и численные методы интегрирования дифференциальных уравнений» входит в программу бакалавриата «Математика и компьютерные науки» по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» и изучается в 3 семестре 2 курса. Дисциплину реализует Кафедра математического моделирования и искусственного интеллекта. Дисциплина состоит из 4 разделов и 17 тем и направлена на изучение решения дифференциальных уравнений различными символьными и численными методами.

Целью освоения дисциплины является изучение и применение различных методов решения ДУ для различного рода задач.

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Символьные и численные методы интегрирования дифференциальных уравнений» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук; ОПК-1.2 Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности; ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний;

3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Символьные и численные методы интегрирования дифференциальных уравнений» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Символьные и численные методы интегрирования дифференциальных уравнений».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	Символьные методы математического анализа; Алгебра и аналитическая геометрия; Дискретная математика и математическая логика;	Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); Теория вероятностей и математическая статистика; Вычислительные методы; Математическое моделирование; Имитационное моделирование; Марковские процессы; Дифференциальная геометрия и топология; Функциональный анализ и теория аппроксимации; Компьютерная геометрия; Компьютерная алгебра; Вариационное исчисление и классическая механика; Пакеты символьных вычислений в профессиональной деятельности;

* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

** - элективные дисциплины /практики

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Символьные и численные методы интегрирования дифференциальных уравнений» составляет «4» зачетные единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			3
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	72		72
Лекции (ЛК)	36		36
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	36		36
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	45		45
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	27		27
Общая трудоемкость дисциплины	ак.ч.	144	144
	зач.ед.	4	4

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Линейные дифференциальные уравнения	1.1	Начальная задача для ОДУ и классическая теорема Коши	Рассматривается постановка начальной задачи для обыкновенного дифференциального уравнения и формулировка классической теоремы Коши о существовании и единственности решения.	ЛК, СЗ
		1.2	Степенные ряды и целые функции	Объясняется метод представления решений дифференциальных уравнений в виде степенных рядов, а также понятие целых функций как функций, представимых сходящимся на всей комплексной плоскости рядом.	ЛК, СЗ
		1.3	Экспонента, тригонометрические функции и их связь	Показывается определение экспоненциальной, тригонометрических и гиперболических функций через степенные ряды и раскрывается их глубокая аналитическая связь, выражаемая формулой Эйлера.	ЛК, СЗ
		1.4	Обращение целых функций. Логарифм. Обратные тригонометрические функции	Рассматривается процедура обращения целых функций для построения многозначных обратных функций, таких как логарифм и арккосинус, с акцентом на их аналитическое продолжение и точки ветвления.	ЛК, СЗ
		1.5	Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, метод факторизации	Объясняется метод факторизации (разложения на множители) для линейных дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами, позволяющий свести решение уравнения высокого порядка к последовательному решению уравнений первого порядка.	ЛК, СЗ
		1.6	Системы ЛДУ с постоянными коэффициентами и матричная экспонента	Показывается, как метод матричной экспоненты используется для построения фундаментальной матрицы и решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	ЛК, СЗ
Раздел 2	Метод конечных разностей	2.1	Разностные схемы. Схема Эйлера	Рассматриваются основные понятия теории разностных схем для численного решения дифференциальных уравнений и подробно разбирается явный метод Эйлера как простейший пример конечно-разностной аппроксимации.	ЛК, СЗ
		2.2	Закон сохранения энергии и схема средней точки	Объясняется, как построение разностной схемы (метод средней точки) позволяет сохранить дискретный аналог закона сохранения энергии, что критически важно для интегрирования гамильтоновых систем.	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
		2.3	Схемы Рунге-Кутты и их реализация в fdm for Sage	Показывается построение семейства методов Рунге-Кутты различных порядков точности и рассматриваются особенности их реализации в рамках модуля fdm для системы символьных вычислений Sage.	ЛК, СЗ
Раздел 3	Символьные методы интегрирования ОДУ 1-го порядка	3.1	Точные дифференциальные формы	Рассматривается понятие точной дифференциальной формы как теоретическая основа для метода интегрирования дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.	ЛК, СЗ
		3.2	ОДУ в полных дифференциалах	Объясняется метод распознавания и интегрирования уравнений, левая часть которых представляет собой полный дифференциал некоторой функции.	ЛК, СЗ
		3.3	Интегрирующий множитель. Алгоритм Мозеса	Показывается, как понятие интегрирующего множителя позволяет преобразовать уравнение, не являющееся уравнением в полных дифференциалах, к таковому, и описывается алгоритм Мозеса для его нахождения в символьном виде.	ЛК, СЗ
		3.4	Групповой анализ дифференциальных уравнений. Абак Чеб-Терраба	Рассматриваются основы группового анализа (теория Ли) для понижения порядка или интегрирования уравнений, а также объясняется назначение абак Чеб-Терраба как классификационного инструмента для уравнений первого порядка.	ЛК, СЗ
Раздел 4	Системы ОДУ	4.1	Гамильтоновы системы. Вполне интегрируемые системы	Рассматривается постановка гамильтоновых систем, объясняется понятие вполне интегрируемых систем по Лиувиллю и их свойство обладать достаточным набором первых интегралов в инволюции.	ЛК, СЗ
		4.2	Система Хищник-Жертава	Показывается классическая модель Лотки—Вольтерры, описывающая динамику биологических систем «хищник-жертва», и анализируется поведение её фазовых траекторий.	ЛК, СЗ
		4.3	Осциллятор Ван дер Поля	Объясняется принцип работы автоколебательной системы на примере осциллятора Ван дер Поля, рассматриваются особенности его релаксационных колебаний и методы численного моделирования.	ЛК, СЗ
		4.4	Система Лоренца	Рассматривается детерминированная хаотическая система Лоренца, показывается её связь с задачами конвекции и демонстрируется понятие странного аттрактора.	ЛК, СЗ

* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	ОС Windows/Linux, Браузер, ПО для просмотра PDF. Sage. Дополнительное ПО: офисный пакет MS Office или LibreOffice, OBS Studio
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	ОС Windows/Linux, Браузер, ПО для просмотра PDF. Sage.
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	Компьютер/ноутбук с доступом сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета, браузер, ПО для просмотра PDF, MS Teams или аналог. Sage.

* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Введение в коммутативную алгебру / М.Ф. Атья, И. Макдональд; Пер. с англ. Ю.И.Манина. - М. : Факториал Пресс, 2003. - 144 с. : ил. - (20 век. Математика и механика ; Вып.4). - ISBN 5-88688-067-4

2. Панкратьев, Е.В. Элементы компьютерной алгебры : учебник / Е.В. Панкратьев ; Национальный Открытый Университет "ИНТУИТ". – Москва : Интернет- Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ) : Бином. Лаборатория знаний, 2007. – 247 с. – (Основы информатики и математики). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233322>

Дополнительная литература:

1. Голубков А.Ю., Зобнин А.И., Соколова О.В. Компьютерная алгебра в системе Sage. Москва: МГТУ, 2013

2. Гантмахер, Ф.Р. Теория матриц : учебное пособие / Ф.Р. Гантмахер. – 5-е изд. – Москва : Физматлит, 2010. – 560 с. – Режим доступа: по подписке. – URL:

<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83224> (дата обращения: 12.05.2021). – ISBN 978-5-9221-0524-8

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН

<https://mega.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС «Юрайт» <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» www.studentlibrary.ru

- ЭБС «Знаниум» <https://znanium.ru/>

2. Базы данных и поисковые системы

- Sage <https://journals.sagepub.com/>

- Springer Nature Link <https://link.springer.com/>

- Wiley Journal Database <https://onlinelibrary.wiley.com/>

- Научометрическая база данных Lens.org <https://www.lens.org>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля:*

1. Курс лекций по дисциплине «Символьные и численные методы интегрирования дифференциальных уравнений».

* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

РАЗРАБОТЧИК:

Заведующий кафедрой
математического
моделирования и
искусственного интеллекта

Должность, БУП

Подпись

Малых Михаил
Дмитриевич

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:

Заведующий кафедрой
математического
моделирования и
искусственного интеллекта

Должность БУП

Подпись

Малых Михаил
Дмитриевич

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:

Заведующий кафедрой теории
вероятностей и
кибербезопасности

Должность, БУП

Подпись

Самуйлов Константин
Евгеньевич

Фамилия И.О.