

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ястребов Олег Александрович

Должность: Ректор

Дата подписания: 22.05.2026 14:55:10

Уникальный программный ключ:

ca953a01204891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования**

**«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»**

**Факультет искусственного интеллекта**

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направлений подготовки:**

**02.03.02 ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ИНФОРМАТИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ  
ТЕХНОЛОГИИ;**

**09.03.03 ПРИКЛАДНАЯ ИНФОРМАТИКА**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

**ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ: РАЗРАБОТКА И ОБУЧЕНИЕ  
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2026 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Линейная алгебра» входит в программу бакалавриата «Искусственный интеллект: разработка и обучение интеллектуальных систем» по направлениям подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии и 09.03.03 Прикладная информатика, и изучается в 1, 2 семестрах 1 курса. Дисциплину реализует Кафедра прикладного искусственного интеллекта. Дисциплина состоит из 6 разделов и 77 тем и направлена на изучение фундаментальных понятий и методов линейной алгебры — матриц, систем линейных уравнений, определителей, векторных пространств, линейных отображений, евклидовых и унитарных пространств, собственных значений и матричных разложений — с акцентом на их роль в задачах машинного обучения, обработки данных и искусственного интеллекта

Целью освоения дисциплины является формирование у студентов системного владения аппаратом линейной алгебры как математического фундамента моделей ИИ: представления данных в виде матриц и тензоров, линейных моделей машинного обучения, методов понижения размерности, матричных разложений для сжатия нейронных сетей и ускорения инференса, а также развитие навыков критического анализа и системного подхода к решению математических задач

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Линейная алгебра» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

*Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)*

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач;
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основные понятия и методы линейной алгебры, математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, дифференциальных уравнений и применяет их для формализации задач в области ИИ; ОПК-1.2 Умеет строить математические модели процессов и явлений, применять методы численного анализа и оптимизации для решения задач машинного обучения и обработки данных;
FC-1	Способен проводить передовые исследования в области архитектур, алгоритмов МО, оптимизации и математики	FC-1.1 Разрабатывает фундаментальные основы и новые алгоритмы машинного обучения; FC-1.3 Развивает методы ускорения обучения;
MF-1	Способен применять современную теоретическую математику для разработки новых алгоритмов и формулирования перспективных задач ИИ	MF-1.1 Обосновывает способы и варианты применения методов и моделей в задачах искусственного интеллекта, включая их модификацию и адаптацию к специфике задачи;

### 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Линейная алгебра».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач		Теория вероятностей и математическая статистика; Статистические методы и первичный анализ данных; Онтология и графы знаний; Введение в базы данных; Hadoop, SPARK; Преддипломная практика;
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности		Теория вероятностей и математическая статистика; Дифференциальные уравнения; Численная линейная алгебра; Методы машинного обучения; Оптимизация моделей машинного обучения; Основы глубокого обучения; Статистические методы и первичный анализ данных; Нейронные сети;
МФ-1	Способен применять современную теоретическую математику для разработки новых алгоритмов и формулирования перспективных задач ИИ		Методы машинного обучения; Нейронные сети; Теория вероятностей и математическая статистика; Статистические методы и первичный анализ данных; Основы глубокого обучения; Анализ временных рядов**; Эксплуатационная практика (учебная);
ФС-1	Способен проводить передовые исследования в области архитектур, алгоритмов МО, оптимизации и математики		Эксплуатационная практика (учебная); Преддипломная практика; Технологическая (проектно-технологическая) практика (производственная); Теория вероятностей и математическая статистика; Методы машинного обучения; Оптимизация моделей машинного обучения;

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
			Нейронные сети; Практическая подготовка на проектах отраслевых промышленных партнеров; Основы глубокого обучения; Численная линейная алгебра; Параллельное и распределенное программирование; Массово-параллельные вычисления в машинном обучении (GPU);

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Линейная алгебра» составляет «7» зачетных единиц.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)	
			1	2
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	153		68	85
Лекции (ЛК)	68		34	34
Лабораторные работы (ЛР)	0		0	0
Практически/семинарские занятия (СЗ)	85		34	51
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	45		13	32
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	54		27	27
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>ак.ч.</b>	<b>252</b>	<b>108</b>	<b>144</b>
	<b>зач.ед.</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>4</b>

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
Раздел 1	Матрицы и системы линейных уравнений	1.1	Матрицы: основные понятия и операции	Определение матрицы. Типы матриц (квадратные, диагональные, единичные, нулевые, треугольные). Операции над матрицами: сложение, умножение на скаляр, транспонирование. Матрица как способ представления данных в задачах ИИ (таблица признаков, изображение как матрица пикселей)	ЛК	УК-1.1, ОПК-1.1
		1.2	Умножение матриц и его свойства	Определение произведения матриц. Свойства: ассоциативность, дистрибутивность, некоммутативность. Блочное умножение. Интерпретация умножения матриц: композиция линейных преобразований, прямое распространение сигнала в нейронной сети как последовательность матричных умножений	ЛК	ОПК-1.1, ОПК-1.2
		1.3	Системы линейных уравнений: постановка и метод Гаусса	Однородные и неоднородные СЛАУ. Матричная запись системы. Элементарные преобразования строк. Метод Гаусса и Гаусса-Жордана. Ступенчатая и приведённая ступенчатая формы. Связь СЛАУ с задачей линейной регрессии: поиск параметров модели	ЛК	ОПК-1.1, МФ-1.1
		1.4	Совместность и структура решений СЛАУ	Теорема Кронекера-Капелли. Ранг матрицы (введение). Количество решений: единственное, бесконечно много, отсутствие. Параметрическое описание множества решений. Связь с задачей наименьших квадратов в МО	ЛК	УК-1.1, ОПК-1.1
		1.5	Обратная матрица	Определение и единственность обратной матрицы. Критерий существования. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса-Жордана. Свойства: обратная произведения, обратная транспонированной. Обратимость и устойчивость решения системы	ЛК	ОПК-1.1, FC-1.1
		1.6	Ранг матрицы и фундаментальные подпространства	Определение ранга через ступенчатую форму. Теорема о ранге. Ядро и образ матрицы (введение). Четыре фундаментальных подпространства (обзор). Связь ранга матрицы данных с информативностью признаков	ЛК	УК-1.1, ОПК-1.1, МФ-1.1
		1.7	Практикум: операции над матрицами	Выполнение операций сложения, умножения, транспонирования матриц. Проверка свойств. Вычисления	СЗ	ОПК-1.1

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
			вручную и верификация с помощью NumPy		
		1.8 Практикум: метод Гаусса	Решение СЛАУ методом Гаусса и Гаусса-Жордана. Приведение к ступенчатой и приведённой ступенчатой формам. Параметрическое описание решений	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1
		1.9 Практикум: обратная матрица и совместность систем	Нахождение обратной матрицы. Решение СЛАУ через обратную матрицу. Исследование совместности систем с помощью теоремы Кронекера-Капелли	СЗ	ОПК-1.1
		1.10 Практикум: ранг матрицы	Вычисление ранга методом элементарных преобразований. Определение количества решений системы. Нахождение базиса строчного и столбцового пространств	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1
		1.11 Практикум: СЛАУ и линейная регрессия	Формулировка задачи линейной регрессии как СЛАУ. Метод наименьших квадратов: нормальные уравнения. Решение задачи подбора прямой и параболы на примерах. Реализация на Python (NumPy)	СЗ	ОПК-1.2, МФ-1.1
		1.12 Практикум: матрицы данных в задачах ИИ	Представление датасета как матрицы признаков. Центрирование и нормализация данных через матричные операции. Ковариационная матрица и её свойства. Вычисление в NumPy, визуализация	СЗ	МФ-1.1, ОПК-1.2
Раздел 2	Определители и элементы аналитической геометрии	2.1 Определитель матрицы: определение и свойства	Перестановки и их чётность. Определение определителя через разложение. Свойства: мультилинейность, кососимметричность, определитель единичной матрицы. Геометрический смысл: объём параллелепипеда	ЛК	ОПК-1.1
		2.2 Вычисление определителей	Определитель треугольной матрицы. Разложение по строке (столбцу). Алгебраические дополнения и миноры. Определитель произведения. Формула Крамера. Связь определителя с обратимостью матрицы	ЛК	ОПК-1.1
		2.3 Векторы в $\mathbb{R}^n$ : операции и геометрия	Арифметическое пространство $\mathbb{R}^n$ . Операции: сложение, умножение на скаляр. Геометрическая интерпретация в $\mathbb{R}^2$ и $\mathbb{R}^3$ . Линейная комбинация, линейная зависимость и независимость. Данные как точки/векторы в пространстве признаков	ЛК	ОПК-1.1, МФ-1.1
		2.4 Скалярное произведение и норма вектора	Скалярное произведение в $\mathbb{R}^n$ : определение и свойства. Евклидова норма. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Угол между векторами. Косинусная мера сходства как метрика близости текстов и эмбедингов в ИИ	ЛК	ОПК-1.1, МФ-1.1

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
		2.5	Ортогональность и проекции	Ортогональные и ортонормированные системы векторов. Проекция вектора на подпространство. Ортогональное дополнение. Проекция как наилучшее приближение: связь с методом наименьших квадратов	ЛК	ОПК-1.1, ОПК-1.2
		2.6	Векторное и смешанное произведения. Прямые и плоскости	Векторное произведение в $\mathbb{R}^3$ : определение, свойства, геометрический смысл. Смешанное произведение и объём. Уравнения прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Гиперплоскости в $\mathbb{R}^n$ : разделяющая гиперплоскость в SVM	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1
		2.7	Практикум: вычисление определителей	Вычисление определителей $2 \times 2$ , $3 \times 3$ , $4 \times 4$ матриц различными методами. Разложение по строке/столбцу. Применение свойств для упрощения	СЗ	ОПК-1.1
		2.8	Практикум: формула Крамера и обратная матрица	Решение СЛАУ формулой Крамера. Нахождение обратной матрицы через присоединённую матрицу. Сравнение эффективности методов	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1
		2.9	Практикум: линейная зависимость и базис	Проверка систем векторов на линейную зависимость. Нахождение максимальной линейно независимой подсистемы. Разложение вектора по базису	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1
		2.10	Практикум: скалярное произведение и нормы	Вычисление скалярных произведений, норм, углов между векторами. Косинусная мера сходства на примере текстовых эмбеддингов (TF-IDF). Реализация на Python	СЗ	ОПК-1.1, MF-1.1
		2.11	Практикум: ортогональные проекции	Нахождение проекции вектора на подпространство. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Связь с задачей наименьших квадратов	СЗ	ОПК-1.1, ОПК-1.2
		2.12	Практикум: геометрия пространства признаков	Визуализация данных как точек в $\mathbb{R}^2$ и $\mathbb{R}^3$ . Разделяющая гиперплоскость: геометрическая интерпретация линейного классификатора. Вычисление расстояний и отступов. Реализация на Python (Matplotlib)	СЗ	MF-1.1, ОПК-1.2
Раздел 3	Векторные пространства	3.1	Определение векторного пространства	Аксиомы векторного пространства. Примеры: $\mathbb{R}^n$ , пространство матриц, пространство полиномов, пространство функций. Понятие абстрактного пространства как основа для обобщённого представления данных в ИИ	ЛК	УК-1.1, ОПК-1.1
		3.2	Подпространства. Линейная оболочка	Определение подпространства. Критерий подпространства. Линейная оболочка системы векторов. Пересечение и сумма подпространств. Формула размерностей.	ЛК	ОПК-1.1, УК-1.1

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
				Подпространства как геометрические объекты в пространстве данных		
		3.3	Базис и размерность	Линейная независимость в произвольном пространстве. Базис и размерность. Теорема о базисе. Координаты вектора. Матрица перехода. Пространство признаков как конечномерное пространство: размерность = число признаков	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1
		3.4	Фундаментальные подпространства матрицы	Ядро (null space), образ (column space), строчное пространство (row space), левое ядро. Связь размерностей: теорема о ранге и дефекте. Ядро матрицы данных: линейные зависимости между признаками	ЛК	ОПК-1.1, FC-1.1
		3.5	Прямая сумма и изоморфизм пространств	Прямая сумма подпространств. Изоморфизм векторных пространств. Координатный изоморфизм. Все n-мерные вещественные пространства изоморфны $\mathbb{R}^n$ . Значение для унификации представлений данных	ЛК	УК-1.1, ОПК-1.1
		3.6	Практикум: проверка аксиом и подпространств	Проверка выполнения аксиом векторного пространства для нестандартных примеров. Проверка, является ли множество подпространством. Нахождение линейной оболочки	СЗ	УК-1.1, ОПК-1.1
		3.7	Практикум: базис и координаты	Проверка систем векторов на свойство базиса. Нахождение координат вектора. Построение матрицы перехода. Переход между базисами	СЗ	ОПК-1.1
		3.8	Практикум: фундаментальные подпространства	Нахождение базисов ядра и образа матрицы. Проверка теоремы о ранге. Интерпретация: линейные зависимости в матрице данных	СЗ	ОПК-1.1, FC-1.1
		3.9	Практикум: размерность и ранг в контексте данных	Определение ранга матрицы данных. Выявление линейно зависимых признаков. Понижение размерности через отбрасывание зависимых столбцов. Реализация на Python	СЗ	MF-1.1, ОПК-1.2
		3.10	Контрольная работа по разделам 1–3	Письменная контрольная работа, включающая задачи на СЛАУ, определители, векторные пространства и их применение в контексте задач ИИ	СЗ	УК-1.1, ОПК-1.1, MF-1.1
Раздел 4	Линейные отображения	4.1	Линейные отображения: определение и примеры	Определение линейного отображения (оператора). Примеры: проекция, поворот, отражение, дифференцирование, интегрирование. Слой нейронной сети как линейное отображение: $y = Wx + b$	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
		4.2	Ядро и образ линейного отображения	Ядро и образ как подпространства. Теорема о размерностях ядра и образа. Инъективность, сюръективность, биективность. Связь с обратимостью. Переобучение и недообучение: геометрическая интерпретация через ранг	ЛК	ОПК-1.1, FC-1.1
		4.3	Матрица линейного отображения	Построение матрицы линейного оператора в заданном базисе. Связь между оператором и матрицей. Изменение матрицы при замене базиса: формула подобия. Матрица весов нейронного слоя как матрица линейного отображения	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1
		4.4	Алгебра линейных операторов	Сумма и произведение операторов. Обратный оператор. Пространство линейных операторов. Композиция слоёв нейронной сети как произведение линейных операторов. Проблема глубины и экспрессивности	ЛК	ОПК-1.1, FC-1.1
		4.5	Подобные матрицы и инварианты	Подобие матриц. Инварианты подобия: след, определитель, ранг, характеристический многочлен. Геометрический смысл подобия. Канонические формы (обзор). Инвариантность архитектуры нейронной сети к выбору базиса	ЛК	УК-1.1, ОПК-1.1
		4.6	Двойственное пространство и билинейные формы	Линейные функционалы. Двойственное пространство и двойственный базис. Билинейные формы: определение, матрица, свойства. Квадратичные формы (введение). Функция потерь как квадратичная форма в линейной регрессии	ЛК	ОПК-1.1, ОПК-1.2, FC-1.1
		4.7	Практикум: линейные отображения и их свойства	Проверка линейности отображений. Нахождение ядра и образа. Определение инъективности и сюръективности. Примеры из геометрии и ИИ	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1
		4.8	Практикум: построение матрицы оператора	Построение матрицы линейного оператора в различных базисах. Вычисление образов векторов через матрицу. Верификация с NumPy	СЗ	ОПК-1.1
		4.9	Практикум: замена базиса и подобие	Построение матрицы перехода. Пересчёт матрицы оператора в новом базисе по формуле подобия. Проверка инвариантности следа и определителя	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1
		4.10	Практикум: алгебра операторов	Вычисление суммы, произведения, обратного оператора через матрицы. Проверка свойств. Задачи на композицию	СЗ	ОПК-1.1
		4.11	Практикум: квадратичные формы	Приведение квадратичных форм к каноническому виду. Закон инерции Сильвестра. Критерий Сильвестра для	СЗ	ОПК-1.1,

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
				положительной определённости. Связь с выпуклостью функции потерь		ОПК-1.2
		4.12	Практикум: линейный слой нейронной сети	Реализация линейного слоя $y = Wx + b$ на Python. Визуализация трансформации пространства признаков. Композиция нескольких слоёв. Эффект глубины без нелинейности	СЗ	МФ-1.1, FC-1.1
		4.13	Практикум: метод наименьших квадратов через проекции	Вывод формулы МНК как ортогональной проекции. Нормальные уравнения: $X^T X \beta = X^T y$ . Условия единственности решения. Реализация на Python, сравнение с sklearn	СЗ	ОПК-1.2, МФ-1.1
		4.14	Практикум: регуляризация как модификация квадратичной формы	Гребневая регрессия (Ridge): добавление $\lambda I$ к $X^T X$ . Геометрическая интерпретация. Влияние на обусловленность матрицы. Реализация на Python	СЗ	ОПК-1.2, МФ-1.1, FC-1.1
		4.15	Практикум: обобщение — линейные модели в МО	Систематизация: линейная регрессия, Ridge, LASSO как задачи линейной алгебры. Матричные формулировки. Граница применимости линейных моделей. Обсуждение необходимости нелинейных расширений	СЗ	МФ-1.1, УК-1.1
Раздел 5	Евклидовы пространства. Ортогональность	5.1	Евклидово пространство: определение и свойства	Скалярное произведение на произвольном вещественном пространстве. Аксиомы. Норма и расстояние. Неравенства Коши-Шварца и треугольника. Метрики в пространстве эмбедингов: L2, косинусная	ЛК	ОПК-1.1, МФ-1.1
		5.2	Ортогональные и ортонормированные базисы	Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Существование ортонормированного базиса. QR-разложение: определение и алгоритм. QR-разложение для решения задачи наименьших квадратов: численная устойчивость	ЛК	ОПК-1.1, FC-1.3
		5.3	Ортогональные матрицы и повороты	Определение ортогональной матрицы. Свойства: сохранение нормы и скалярного произведения. Матрицы поворота и отражения. Ортогональные преобразования в задачах ИИ: инвариантность нейронных сетей к поворотам	ЛК	ОПК-1.1, FC-1.1
		5.4	Ортогональные проекторы и аппроксимация	Ортогональный проектор как матрица: $P = A(A^T A)^{-1} A^T$ . Свойства: идемпотентность, симметричность. Теорема о наилучшей аппроксимации. Ортогональная проекция как основа линейной регрессии и PCA	ЛК	ОПК-1.2, МФ-1.1, FC-1.1
		5.5	Унитарные пространства	Эрмитово скалярное произведение. Унитарные матрицы.	ЛК	ОПК-

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
			Связь вещественного и комплексного случая. Спектральная теорема для нормальных операторов (формулировка). Применение: обработка сигналов и спектральные методы		1.1, FC-1.1
		5.6	Матрица Грама и ядерные методы	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1, FC-1.1
		5.7	Практикум: скалярное произведение и нормы в различных пространствах	СЗ	ОПК-1.1
		5.8	Практикум: ортогонализация Грама-Шмидта и QR-разложение	СЗ	ОПК-1.1, FC-1.3
		5.9	Практикум: ортогональные матрицы и преобразования	СЗ	ОПК-1.1
		5.10	Практикум: ортогональные проекции и МНК	СЗ	ОПК-1.2, MF-1.1
		5.11	Практикум: числовой QR и устойчивость	СЗ	ОПК-1.2, FC-1.3
		5.12	Практикум: матрица Грама и косинусная близость	СЗ	MF-1.1, ОПК-1.2
		5.13	Практикум: нормы матриц и обусловленность	СЗ	ОПК-1.1, FC-1.3
		5.14	Практикум: ядерные методы (введение)	СЗ	MF-1.1, FC-1.1
		5.15	Коллоквиум по разделам 4–5	СЗ	УК-1.1, ОПК-

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
				связь с задачами ИИ		1.1, MF-1.1
Раздел 6	Собственные значения и матричные разложения	6.1	Собственные значения и собственные векторы	Определение собственного значения и собственного вектора. Характеристический многочлен. Спектр матрицы. Собственные подпространства. Геометрическая интерпретация: инвариантные направления преобразования	ЛК	ОПК-1.1, FC-1.1
		6.2	Диагонализация матриц	Критерий диагонализуемости. Подобие диагональной матрице. Алгоритм диагонализации. Спектральное разложение. Степени матрицы через диагонализацию. Диагонализация ковариационной матрицы = PCA	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1, FC-1.1
		6.3	Спектральная теорема для симметричных матриц	Вещественность собственных значений симметричной матрицы. Ортогональность собственных векторов. Спектральное разложение: $A = Q\Lambda Q^T$ . Положительная определённость. Спектральная теорема как основа PCA и спектрального кластеринга	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1, FC-1.1
		6.4	Сингулярное разложение (SVD)	Определение SVD: $A = U\Sigma V^T$ . Существование и единственность. Связь с собственными значениями матриц $A^T A$ и $AA^T$ . Сингулярные числа. SVD как обобщение спектрального разложения	ЛК	ОПК-1.1, FC-1.1, FC-1.3
		6.5	Применения SVD в искусственном интеллекте	Усечённое SVD (truncated SVD) и низкоранговая аппроксимация. Теорема Эккарта-Янга о наилучшей аппроксимации. Применения: PCA через SVD, LSA в NLP, сжатие изображений, низкоранговая аппроксимация матрицы весов нейросети (LoRA)	ЛК	MF-1.1, FC-1.1, FC-1.3
		6.6	Практикум: собственные значения и векторы	Нахождение собственных значений и собственных векторов матриц $2 \times 2$ и $3 \times 3$ . Построение характеристического многочлена. Проверка результатов через определение $Av = \lambda v$	СЗ	ОПК-1.1
		6.7	Практикум: диагонализация	Проверка диагонализуемости. Построение матрицы перехода. Вычисление степеней матрицы через диагонализацию. Задачи на матричные последовательности	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1
		6.8	Практикум: спектральное разложение симметричных матриц	Нахождение спектрального разложения $A = Q\Lambda Q^T$ . Проверка ортогональности собственных векторов. Определение знакоопределённости через собственные значения	СЗ	ОПК-1.1, FC-1.1

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
		6.9	Практикум: SVD — вычисление	Нахождение SVD для матриц малой размерности вручную: вычисление $A^T A$ и $AA^T$ , их спектральных разложений. Верификация с помощью <code>numpy.linalg.svd</code>	СЗ	ОПК-1.1, FC-1.3
		6.10	Практикум: PCA через SVD	Реализация PCA: центрирование данных, вычисление SVD, выбор числа компонент по доле объяснённой дисперсии. Визуализация проекций на первые главные компоненты. Сравнение с <code>sklearn.decomposition.PCA</code>	СЗ	MF-1.1, ОПК-1.2, FC-1.1
		6.11	Практикум: низкоранговая аппроксимация и сжатие	Усечённое SVD для сжатия изображений: выбор ранга $k$ , визуализация качества при различных $k$ . Оценка ошибки аппроксимации (норма Фробениуса). Связь с LoRA: аппроксимация матрицы весов $\Delta W \approx AB$	СЗ	MF-1.1, FC-1.3
		6.12	Практикум: LSA для обработки текстов	Латентно-семантический анализ: построение матрицы «документ-термин», применение усечённого SVD для извлечения скрытых тем. Сравнение документов в пространстве пониженной размерности. Реализация на Python	СЗ	MF-1.1, FC-1.1, ОПК-1.2
		6.13	Итоговое занятие: линейная алгебра как фундамент ИИ	Систематизация связей линейной алгебры с задачами ИИ. Карта концепций: данные → матрицы → линейные модели → оптимизация → разложения → сжатие. Подготовка к экзамену	СЗ	УК-1.1, MF-1.1, FC-1.1, FC-1.3

\* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Персональные компьютеры, необходимое ПО
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	Персональные компьютеры, необходимое ПО

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

*Основная литература:*

1. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/535848>

2. Бирюкова, Л. Г. Линейная алгебра и линейное программирование. Практикум : учебник / Л. Г. Бирюкова, Р. В. Сагитов ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 44 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-21743-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/585221>

*Дополнительная литература:*

1. Дайзенрот, М. П., Фейзал, А. А., Он, Ч. С. Математика в машинном обучении = Mathematics for machine learning : докопайся до сути / М. П. Дайзенрот, А. А. Фейзал, Ч. С. Он; пер. с англ. С. Черникова. — СПб. : Питер, 2024. — 507 с. : ил. — (Для профессионалов). — ISBN 978-5-4461-1788-8

*Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ

на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН

<https://mega.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС «Юрайт» <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

- ЭБС «Знаниум» <https://znanium.ru/>

2. Базы данных и поисковые системы

- Sage <https://journals.sagepub.com/>

- Springer Nature Link <https://link.springer.com/>

- Wiley Journal Database <https://onlinelibrary.wiley.com/>

- Научометрическая база данных Lens.org <https://www.lens.org>

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине «Линейная алгебра».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**