

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 19.05.2026 11:50:06  
Уникальный программный ключ:  
ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»  
Аграрно-технологический институт  
(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)**

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

### **21.03.02 ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВО И КАДАСТРЫ**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

### **ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВО И КАДАСТРЫ**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2026 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Метод наименьших квадратов» входит в программу бакалавриата «Землеустройство и кадастры» по направлению 21.03.02 «Землеустройство и кадастры» и изучается в 4 семестре 2 курса. Дисциплину реализует Агроинженерный департамент. Дисциплина состоит из 3 разделов и 10 тем и направлена на изучение теоретических основ метода наименьших квадратов (МНК) в статистике и математическом анализе; принципов и алгоритмов применения МНК для решения задач в рамках профессиональной деятельности.

Целью освоения дисциплины является формирование общекультурных и профессиональных компетенций, определяющих готовность и способность выпускника использованию знаний по математической обработке измерений при решении практических задач в рамках производственно-технологической, проектно-исследовательской, организационно-управленческой научно-исследовательской профессиональной деятельности.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Метод наименьших квадратов» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

*Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)*

| Шифр | Компетенция  | Индикаторы достижения компетенции<br>(в рамках данной дисциплины)   |
|------|--|---|
| УК-1 | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1 Предлагает варианты решения задачи, анализирует возможные последствия их использования;<br>УК-1.2 Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов;   |
| ПК-6 | способностью участия во внедрении результатов исследований и новых разработок  | ПК-6.1 Владеет современными технологиями, методами и способами сбора, систематизации, обработки и анализа информации, полученной из различных источников и баз данных для проведения землеустроительных и кадастровых работ;<br>ПК-6.2 Владеет современными методами и способами математической обработки и анализа измерений в землеустроительных и кадастровых работах; |

## 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Метод наименьших квадратов» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Метод наименьших квадратов».

*Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины*

| Шифр | Наименование компетенции | Предшествующие дисциплины/модули, практики* | Последующие дисциплины/модули, практики* |
|------|--------------------------|---|--|
|------|--------------------------|---|--|

| Шифр | Наименование компетенции   | Предшествующие дисциплины/модули, практики*  | Последующие дисциплины/модули, практики*  |
|------|--|--|---|
| УК-1 | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | Теория ошибок и математическая обработка геодезических измерений;<br>Цифровая грамотность;<br><i>Основы САПР**;</i><br><i>Топографическое черчение**;</i>  | Мониторинг земель;<br><i>Психология и педагогика**;</i><br>Производственная практика;   |
| ПК-6 | способностью участия во внедрении результатов исследований и новых разработок  | <i>Использование БПЛА при мониторинге земель**;</i><br><i>Оперативная картография**;</i><br><i>Основы автоматизированного проектирования**;</i><br><i>Системы управления базами данных**;</i><br><i>Основы АКС**;</i><br><i>Основы геодезического инструментоведения**;</i><br>Учебная практика по геодезии (выездная);<br>Учебная практика по основам аэрофотосъемки с использованием БПЛА; | <i>Основы высшей геодезии**;</i><br><i>Спутниковые технологии в землеустройстве и кадастрах**;</i><br><i>Инженерное обустройство территорий**;</i><br><i>Основы мелиорации земель**;</i><br><i>Проектирование основы крупномасштабных топографических съемок**;</i><br>Цифровые технологии кадастрового учета;<br>Преддипломная практика;<br>Производственная практика; |

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Метод наименьших квадратов» составляет «3» зачетные единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

| Вид учебной работы                        | ВСЕГО, ак.ч.   |            | Семестр(-ы) |
|---|----------------|------------|-------------|
|   |                |            | 4           |
| Контактная работа, ак.ч.                  | 45             |            | 45          |
| Лекции (ЛК)                               | 15             |            | 15          |
| Лабораторные работы (ЛР)                  | 30             |            | 30          |
| Практические/семинарские занятия (СЗ)     | 0              |            | 0           |
| Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч. | 45             |            | 45          |
| Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч. | 18             |            | 18          |
| <b>Общая трудоемкость дисциплины</b>      | <b>ак.ч.</b>   | <b>108</b> | <b>108</b>  |
|   | <b>зач.ед.</b> | <b>3</b>   | <b>3</b>    |

Общая трудоемкость дисциплины «Метод наименьших квадратов» составляет «3» зачетные единицы.

Таблица 4.2. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очно-заочной формы обучения.

| Вид учебной работы                        | ВСЕГО, ак.ч.   |            | Семестр(-ы) |
|---|----------------|------------|-------------|
|   |                |            | 5           |
| Контактная работа, ак.ч.                  | 34             |            | 34          |
| Лекции (ЛК)                               | 17             |            | 17          |
| Лабораторные работы (ЛР)                  | 17             |            | 17          |
| Практические/семинарские занятия (СЗ)     | 0              |            | 0           |
| Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч. | 74             |            | 74          |
| Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч. | 0              |            | 0           |
| <b>Общая трудоемкость дисциплины</b>      | <b>ак.ч.</b>   | <b>108</b> | <b>108</b>  |
|   | <b>зач.ед.</b> | <b>3</b>   | <b>3</b>    |

Общая трудоемкость дисциплины «Метод наименьших квадратов» составляет «3» зачетные единицы.

Таблица 4.3. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для заочной формы обучения.

| Вид учебной работы                               | ВСЕГО, ак.ч.   |            | Семестр(-ы) |
|--|----------------|------------|-------------|
|  |                |            | 4           |
| <i>Контактная работа, ак.ч.</i>                  | 10             |            | 10          |
| Лекции (ЛК)                                      | 4              |            | 4           |
| Лабораторные работы (ЛР)                         | 6              |            | 6           |
| Практические/семинарские занятия (СЗ)            | 0              |            | 0           |
| <i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i> | 94             |            | 94          |
| <i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i> | 4              |            | 4           |
| <b>Общая трудоемкость дисциплины</b>             | <b>ак.ч.</b>   | <b>108</b> | <b>108</b>  |
|  | <b>зач.ед.</b> | <b>3</b>   | <b>3</b>    |

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

| Номер раздела | Наименование раздела дисциплины   | Наименование темы |   | Содержание темы   | Вид учебной работы* |
|---------------|---|-------------------|---|---|---------------------|
| Раздел 1      | Элементы матричной алгебры и вопросы оценки точности в системах геодезических измерений | 1.1               | Алгебраические операции с матрицами.  | Основные понятия: матрица, вектор, скаляр. Виды матриц и их свойства. Операции сложения, умножения матриц и умножения на число. Транспонирование, обращение и определитель матрицы. Применение матричного аппарата в геодезических вычислениях.   | ЛК, ЛР              |
|               |   | 1.2               | Вектор-функция, квадратичная форма.   | Определение и свойства вектор-функций. Частные производные и якобиан вектор-функции. Квадратичные формы: определение, матричное представление. Положительно определённые и отрицательно определённые квадратичные формы. Использование в теории ошибок и уравнивании измерений.   | ЛК, ЛР              |
|               |   | 1.3               | Структура ковариационной матрицы вектора измерений.   | Понятие ковариационной матрицы и её физический смысл. Диагональные и внедиагональные элементы: дисперсии и ковариации. Свойства ковариационной матрицы (симметричность, положительная определённость). Построение ковариационной матрицы для различных видов измерений. Роль ковариационной матрицы в оценке точности результатов.                    | ЛК, ЛР              |
|               |   | 1.4               | Связь ковариационной и весовой матриц. Обобщённая теорема оценки точности (распространение ошибок). | Определение весовой матрицы и её связь с ковариационной матрицей. Свойства весовой матрицы, её использование в уравнивании. Теорема о распространении ошибок: формулировка и доказательство. Применение обобщённой теоремы для оценки точности функций измеренных величин. Примеры расчёта ошибок в геодезических задачах.                            | ЛК, ЛР              |
| Раздел 2      | Математическая обработка систем геодезических измерений по МНК (коррелятный способ)     | 2.1               | Постановка задачи.  | Сущность и задачи уравнивания геодезических измерений. Основные понятия: измеренные величины, истинные значения, поправки. Принцип наименьших квадратов (МНК) как критерий оптимального уравнивания. Формулировка задачи уравнивания: минимизация суммы квадратов поправок. Классификация способов уравнивания по МНК (коррелятный, параметрический). | ЛК, ЛР              |
|               |   | 2.2               | Выбор, составление и линеаризация условных уравнений связи.   | Понятие условных уравнений связи в геодезии. Виды условных уравнений (например, для нивелирных и теодолитных ходов, сетей). Методы составления условных уравнений на основе   | ЛК, ЛР              |

| Номер раздела | Наименование раздела дисциплины   | Наименование темы |   | Содержание темы   | Вид учебной работы* |
|---------------|---|-------------------|---|---|---------------------|
|               |   |                   |   | геометрических и физических зависимостей. Линеаризация нелинейных условных уравнений (разложение в ряд Тейлора). Составление системы нормальных уравнений.  |                     |
|               |   | 2.3               | Принципиальное решение задачи по МНК. Блок-схема и поэтапная реализация коррелятного способа уравнивания и оценки точности.     | Алгоритм коррелятного способа уравнивания: составление условных уравнений связи; линеаризация и составление нормальных уравнений; решение системы нормальных уравнений и нахождение коррелятов; вычисление поправок к измеренным величинам; получение уравненных значений измеренных величин. Блок-схема вычислительного процесса коррелятного способа. Оценка точности результатов уравнивания: вычисление средней квадратической ошибки единицы веса; определение весов и ошибок функций уравненных величин; построение эллипсов ошибок (для плановых координат). Пример поэтапной реализации уравнивания геодезической сети. | ЛК, ЛР              |
| Раздел 3      | Математическая обработка систем геодезических измерений по МНК (параметрический способ) | 3.1               | Постановка задачи.  | Сущность параметрического способа уравнивания. Основные понятия: параметры, измеренные величины, поправки. Постановка задачи уравнивания: определение наиболее вероятных значений параметров по результатам измерений. Принцип наименьших квадратов (МНК) как критерий оптимальности. Отличие параметрического способа от коррелятного.   | ЛК, ЛР              |
|               |   | 3.2               | Выбор параметров, составление и линеаризация параметрических уравнений связи.   | Критерии выбора оптимальных параметров для уравнивания. Виды параметров (координаты, высоты, элементы ориентирования). Составление параметрических уравнений связи между измеренными величинами и параметрами. Линеаризация нелинейных параметрических уравнений (метод малых приращений, разложение в ряд Тейлора). Вывод нормальных уравнений для параметрического способа.   | ЛК, ЛР              |
|               |   | 3.3               | Принципиальное решение задачи по МНК. Блок-схема и поэтапная реализация параметрического способа уравнивания и оценки точности. | Алгоритм параметрического способа уравнивания: выбор параметров и составление параметрических уравнений; линеаризация и составление нормальных уравнений; решение системы нормальных уравнений и определение поправок к параметрам; вычисление поправок к измеренным величинам и получение их уравненных значений. Блок-схема вычислительного процесса параметрического способа. Оценка   | ЛК, ЛР              |

| Номер раздела | Наименование раздела дисциплины | Наименование темы |  | Содержание темы  | Вид учебной работы* |
|---------------|---------------------------------|-------------------|--|--|---------------------|
|               |                                 |                   |  | <p>точности результатов уравнивания: вычисление средней квадратической ошибки единицы веса; определение весов и ошибок функций уравненных параметров; оценка точности координат и других геодезических элементов. Пример поэтапной реализации уравнивания геодезической сети параметрическим способом.</p> |                     |

\* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

| Тип аудитории              | Оснащение аудитории  | Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)   |
|----------------------------|--|--|
| Лекционная                 | Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.                                      | Терминальный компьютерный класс с подключением к интернету, рабочее место преподавателя, доска магнитно-маркерная. Комплект специализированной мебели, имеется выход в интернет. Программное обеспечение: пакет офисных программ, мультимедийная доска, маркерная доска. |
| Лаборатория                | Аудитория для проведения лабораторных работ, индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и оборудованием.                     | Терминальный компьютерный класс с подключением к интернету, рабочее место преподавателя, доска магнитно-маркерная. Комплект специализированной мебели, имеется выход в интернет. Программное обеспечение: пакет офисных программ, мультимедийная доска, маркерная доска. |
| Для самостоятельной работы | Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС. | Комплект специализированной мебели, персональные компьютеры, имеется выход в интернет.   |

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. А.Б. Беликов, В.В. Симонян. Математическая обработка результатов геодезических измерений: учебное пособие. М-во образования и науки Р ос. Федерации,

ISBN 978-7264- 1255-9

2. Маркузе Ю.И. Теория математической обработки геодезических измерений: учебное пособие / Ю.И. Маркузе, В.В. Голубев. - стереотипное издание. - Москва: Альянс, 2017. - 247 с. : ил. - ISBN 978-5-00106-171-7 : 1200.00.

3. Большаков Василий Дмитриевич. Теория ошибок наблюдений с основами теории вероятностей: Учебное пособие / В.Д. Большаков. - М. : Недра, 1965. - 184 с. - 0.52.

4. Большаков В.Д., Маркузе Ю.И. Практикум по ТМОГИ. — М., Недра, 2007.

5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. — М., Высшая школа, 2002.

6. Голубев В.В. ТМОГИ. Книга 1. Основы теории ошибок. — М., МИИГАиК, 2005.

7. Письменный Д. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике.— М., Айрис-ПРЕСС, 2005.

*Дополнительная литература:*

1. Лесных Н.Б. Законы распределения случайных величин в геодезии: Монография /Н.Б.Лесных; ГОУ ВПО "Сибирская Государственная геодезическая академия", 2005. -129 с. 50 экз.

2. Лесных Н.Б. Метод наименьших квадратов на примерах уравнивания полигонометрических сетей: монография / Н. Б. Лесных, 2007. - 160 с. 41 экз.

3. Г.А. Нефёдова, В.А. Ащеулов, «Теория математической обработки геодезических измерений в конспективном изложении», Учебное пособие, Новосибирск, СГГА, 2009.

4. Н. Б. Лесных. Теория математической обработки геодезических измерений. Теория ошибок измерений: учеб. пособие (утв.) / 2010. - 43 с. 100 экз.

5. Н. Б. Лесных. Теория математической обработки геодезических измерений. Метод наименьших квадратов: учеб. пособие / 2003. - 58 с. 110 экз

*Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН

<https://mega.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

- ЭБС «Знаниум» <https://znanium.ru/>

2. Базы данных и поисковые системы

- Sage <https://journals.sagepub.com/>

- Springer Nature Link <https://link.springer.com/>

- Wiley Journal Database <https://onlinelibrary.wiley.com/>

- Научометрическая база данных Lens.org <https://www.lens.org>

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине «Метод наименьших квадратов».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

## **РАЗРАБОТЧИКИ:**

Старший преподаватель  
агроинженерного департамента  

---

*Должность, БУП*

---

*Подпись*

Алёшин Михаил  
Вячеславович  

---

*Фамилия И.О.*

Ассистент агроинженерного  
департамента  

---

*Должность, БУП*

---

*Подпись*

Камышникова Татьяна  
Сергеевна  

---

*Фамилия И.О.*

## **РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:**

Директор агроинженерного  
департамента  

---

*Должность БУП*

---

*Подпись*

Поддубский Антон  
Александрович  

---

*Фамилия И.О.*

## **РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:**

Доцент агроинженерного  
департамента  

---

*Должность, БУП*

---

*Подпись*

Поддубский Антон  
Александрович  

---

*Фамилия И.О.*