

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ястребов Олег Александрович

Должность: Ректор

Дата подписания: 26.05.2026 17:33:18

Уникальный программный ключ:

sa953a01204891083f939673078ef1a989dae18a

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»

Факультет физико-математических и естественных наук

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

КОМПЬЮТЕРНАЯ АЛГЕБРА

(наименование дисциплины/модуля)

Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:

02.03.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

(код и наименование направления подготовки/специальности)

Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):

МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

2026 г.

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Компьютерная алгебра» входит в программу бакалавриата «Математика и компьютерные науки» по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» и изучается в 4 семестре 2 курса. Дисциплину реализует Кафедра математического моделирования и искусственного интеллекта. Дисциплина состоит из 5 разделов и 26 тем и направлена на изучение основных концепций современной алгебры и их реализации в системах компьютерной алгебры.

Целью освоения дисциплины является создание компетенций, позволяющих учащимся понимать и корректно использовать документацию к системам компьютерной алгебры, математический аппарат и методы алгебры для решения задач профессиональной деятельности.

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Компьютерная алгебра» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук; ОПК-1.2 Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности; ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний;
ОПК-4	Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	ОПК-4.1 Знает базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности; ОПК-4.2 Умеет использовать математический аппарат в профессиональной деятельности; ОПК-4.3 Имеет практический опыт применения современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности;
ОПК-6	Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	ОПК-6.1 Знает базовые принципы по разработке алгоритмов и компьютерных программ, необходимых в профессиональной деятельности в области математики и компьютерных наук для: изучения и моделирования объектов профессиональной деятельности, анализа данных, представления информации и

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
		пр.; ОПК-6.2 Умеет применять необходимые в профессиональной деятельности алгоритмы и методы в области математики и компьютерных наук для: изучения и моделирования объектов профессиональной деятельности, анализа данных, представления информации и пр.; ОПК-6.3 Владеет необходимыми в профессиональной деятельности технологиями и методами в области математики и компьютерных наук для: изучения и моделирования объектов профессиональной деятельности, анализа данных, представления информации и пр.;

3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Компьютерная алгебра» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Компьютерная алгебра».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-6	Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	Введение в анализ и визуализацию данных; Основы машинного обучения и нейронные сети; Цифровая грамотность, основы программирования; Цифровая грамотность, технология программирования; Парадигмы программирования;	Вычислительные методы; Математическое моделирование; Имитационное моделирование; Эконометрика; Основы формальных методов описания бизнес-процессов; Введение в управление инфокоммуникациями; Пакеты символьных вычислений в профессиональной деятельности; Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы);
ОПК-1	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных	Символьные методы математического анализа; Алгебра и аналитическая геометрия; Дискретная математика и математическая логика; Теория вероятностей и математическая статистика; Теория конечных графов; Символьные и численные методы интегрирования	Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); Пакеты символьных вычислений в профессиональной деятельности; Вычислительные методы; Математическое моделирование;

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
	уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	дифференциальных уравнений; Физика; Основы машинного обучения и нейронные сети; Химия и экология окружающей среды;	Имитационное моделирование; Марковские процессы; Дифференциальная геометрия и топология; Функциональный анализ и теория аппроксимации; Вариационное исчисление и классическая механика;
ОПК-4	Способен находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем	Основы машинного обучения и нейронные сети; Парадигмы программирования;	Анализ больших данных; Вычислительные методы; Математическое моделирование; Имитационное моделирование; Эконометрика; Алгоритмы и анализ сложности; Пакеты символьных вычислений в профессиональной деятельности;

* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

** - элективные дисциплины /практики

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Компьютерная алгебра» составляет «4» зачетные единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			4
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	54		54
Лекции (ЛК)	18		18
Лабораторные работы (ЛР)	36		36
Практические/семинарские занятия (СЗ)	0		0
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	63		63
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	27		27
Общая трудоемкость дисциплины	ак.ч.	144	144
	зач.ед.	4	4

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Основные алгоритмы	1.1	Алгоритм Евклида для кольца $Q[x]$	Рассматривается классический алгоритм последовательного деления с остатком для нахождения наибольшего общего делителя многочленов с рациональными коэффициентами.	ЛК, ЛР
		1.2	Отыскание наибольшего общего делителя многочленов из $Q[x]$	Объясняется применение алгоритма Евклида и его модификаций (например, с использованием псевдо-деления) для вычисления НОД многочленов над полем рациональных чисел.	ЛК, ЛР
		1.3	Интерполяционный многочлен	Показывается построение многочлена, принимающего заданные значения в заданных точках, с использованием методов Лагранжа и Ньютона.	ЛК, ЛР
		1.4	Алгоритмы факторизации в кольце $Z[x]$	Рассматриваются методы разложения многочленов с целыми коэффициентами на неприводимые множители, включая сведение к факторизации над конечным полем и подъем по лемме Гензеля.	ЛК, ЛР
		1.5	Деление в кольцах многочленов от многих переменных	Объясняется процедура деления многочлена на систему многочленов с введением понятия мономиального порядка.	ЛК, ЛР
		1.6	Вычисление базиса Грёбнера	Показывается алгоритм Бухбергера для построения специального порождающего множества идеала, удобного для решения систем полиномиальных уравнений.	ЛК, ЛР
Раздел 2	Применения алгоритмов к геометрическим задачам	2.1	Геометрия на плоскости. Пересечение кривых. Параметризация кривых.	Рассматриваются методы нахождения точек пересечения алгебраических кривых с помощью базисов Грёбнера и способы представления кривых в параметрической форме.	ЛК, ЛР
		2.2	Линии второго порядка	Объясняется классификация и приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду с использованием алгебраических алгоритмов (инвариантов, замен координат).	ЛК, ЛР
		2.3	Задачи на экстремум	Показывается применение алгебраических методов (метод множителей Лагранжа, базисы Грёбнера) для нахождения условных экстремумов функций, заданных полиномиальными уравнениями.	ЛК, ЛР
		2.4	Квадратурные формулы	Рассматриваются методы построения формул численного интегрирования (Ньютона-Котеса, Гаусса), основанные на интерполяции и ортогональных многочленах.	ЛК, ЛР

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
		2.5	Геометрия в пространстве. Уравнение проекции линии на плоскость.	Объясняется алгоритмическое исключение переменных с помощью базисов Грёбнера для нахождения уравнения проекции пространственной кривой на координатную плоскость.	ЛК, ЛР
		2.6	Рациональные преобразования плоскости. Якобиан	Показывается вычисление матрицы Якоби и ее определителя для анализа свойств рациональных отображений плоскости (обратимость, особенности).	ЛК, ЛР
		2.7	Линейные, проективные и бирациональные преобразования плоскости	Рассматриваются различные типы преобразований плоскости, их алгебраическое представление и роль в упрощении уравнений кривых.	ЛК, ЛР
		2.8	Рациональные преобразования пространства	Объясняются методы работы с рациональными отображениями в трехмерном пространстве, включая композицию преобразований и вычисление обратных отображений.	ЛК, ЛР
Раздел 3	Матрицы	3.1	Приведение матрицы к диагональному виду	Рассматриваются алгоритмы нахождения собственных значений и собственных векторов, а также приведение матрицы к жордановой нормальной форме.	ЛК, ЛР
		3.2	Вычисление функций от матрицы	Объясняются способы вычисления значений функций (экспонента, синус, логарифм) от матрицы с использованием спектрального разложения, интерполяции или ряда.	ЛК, ЛР
		3.3	Интегрирование однородного линейного дифференциального уравнения $dx/dt=Ax$	Показывается построение фундаментальной матрицы решений системы с постоянными коэффициентами через вычисление матричной экспоненты.	ЛК, ЛР
		3.4	Интегрирование неоднородного линейного дифференциального уравнения $dx/dt=Ax+f$	Рассматривается метод вариации произвольных постоянных и его реализация с использованием матричных функций для нахождения частного решения неоднородной системы.	ЛК, ЛР
		3.5	Колебания связанных маятников	Объясняется применение теории матриц и систем дифференциальных уравнений к моделированию и нахождению нормальных колебаний в механической системе.	ЛК, ЛР
Раздел 4	Элементарные функции	4.1	Элементарные выражение по Лиувиллю. Алгоритм дифференцирования	Рассматривается понятие элементарной функции в смысле Лиувилля и формальное дифференцирование как основа для алгоритмов символьного интегрирования.	ЛК, ЛР
		4.2	Интегрирование рациональных функций. Алгоритм Остроградского	Показывается метод выделения рациональной части интеграла от рациональной функции, позволяющий избежать полного разложения на простейшие дроби с комплексными корнями.	ЛК, ЛР
		4.3	Интегрирование функции вида $q \cdot \exp(p)$. Алгоритм Лиувилля	Объясняется алгоритм, определяющий, когда интеграл от произведения полинома (или рациональной функции) на	ЛК, ЛР

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				экспоненту выражается в элементарных функциях.	
		4.4	Алгоритм Риша	Рассматривается общий алгоритм для символьного интегрирования элементарных функций, объединяющий методы для рациональных, логарифмических и экспоненциальных расширений.	ЛК, ЛР
Раздел 5	Нелинейные дифференциальные уравнения 1-го порядка	5.1	Интегрирование в алгебраических функциях	Показываются методы нахождения решений дифференциальных уравнений в виде алгебраических функций, когда решение не выражается в элементарных функциях, но удовлетворяет полиномиальному уравнению.	ЛК, ЛР
		5.2	Интегрирующий множитель. Интегратор Мозеса. Теорема Зингера	Объясняется подход к интегрированию уравнений первого порядка путем нахождения интегрирующего множителя, а также алгоритм Мозеса и теорема Зингера, характеризующие случаи, когда такой множитель существует в элементарном виде.	ЛК, ЛР
		5.3	Групповые методы интегрирования дифференциальных уравнений. Абак Чеб-Терраба	Рассматривается использование симметрий (групп Ли) для понижения порядка или интегрирования дифференциальных уравнений, а также приводится пример специального инструментария (абака) для классификации интегрируемых типов уравнений.	ЛК, ЛР

* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	ОС Windows/Linux, Браузер, ПО для просмотра PDF. Sage. Дополнительное ПО: офисный пакет MS Office или LibreOffice, OBS Studio
Компьютерный класс	Компьютерный класс для проведения занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная персональными компьютерами (в количестве ____ шт.), доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	ОС Windows/Linux, Браузер, ПО для просмотра PDF. Sage.
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	Компьютер/ноутбук с доступом сети Интернет и электронно-образовательной среде Университета, браузер, ПО для просмотра PDF, MS Teams или аналог. Sage.

* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Введение в коммутативную алгебру / М.Ф. Атья, И. Макдональд; Пер. с англ. Ю.И.Манина. - М. : Факториал Пресс, 2003. - 144 с. : ил. - (20 век. Математика и механика ; Вып.4). - ISBN 5-88688-067-4

2. Панкратьев, Е.В. Элементы компьютерной алгебры : учебник / Е.В. Панкратьев ; Национальный Открытый Университет "ИНТУИТ". – Москва : Интернет- Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ) : Бином. Лаборатория знаний, 2007. – 247 с. – (Основы информатики и математики). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233322>

Дополнительная литература:

1. Голубков А.Ю., Зобнин А.И., Соколова О.В. Компьютерная алгебра в системе Sage. Москва: МГТУ, 2013

2. Гантмахер, Ф.Р. Теория матриц : учебное пособие / Ф.Р. Гантмахер. – 5-е изд. – Москва : Физматлит, 2010. – 560 с. – Режим доступа: по подписке. – URL:

<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83224> (дата обращения: 12.05.2021). – ISBN 978-5-9221-0524-8

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН

<https://mega.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» www.studentlibrary.ru

- ЭБС «Знаниум» <https://znanium.ru/>

2. Базы данных и поисковые системы

- Sage <https://journals.sagepub.com/>

- Springer Nature Link <https://link.springer.com/>

- Wiley Journal Database <https://onlinelibrary.wiley.com/>

- Научометрическая база данных Lens.org <https://www.lens.org>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля:*

1. Курс лекций по дисциплине «Компьютерная алгебра».

* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

РАЗРАБОТЧИК:

Заведующий кафедрой
математического
моделирования и
искусственного интеллекта

Должность, БУП

Подпись

Малых Михаил
Дмитриевич

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:

Заведующий кафедрой
математического
моделирования и
искусственного интеллекта

Должность БУП

Подпись

Малых Михаил
Дмитриевич

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:

Заведующий кафедрой теории
вероятностей и
кибербезопасности

Должность, БУП

Подпись

Самуйлов Константин
Евгеньевич

Фамилия И.О.