

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ястребов Олег Александрович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 05.05.2026 16:44:53  
Уникальный программный ключ:  
ca953a01204891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»**

**Институт экологии**

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:**

#### **01.04.02 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

#### **МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В ЭКОЛОГИИ И ЭКОНОМИКЕ**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2026 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Численные методы решения задач математического моделирования» входит в программу магистратуры «Моделирование и прогнозирование процессов в экологии и экономике» по направлению 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» и изучается во 2 семестре 1 курса. Дисциплину реализует Департамент экологической безопасности и менеджмента качества продукции. Дисциплина состоит из 8 разделов и 18 тем и направлена на изучение численных (приближенных) методов решения задач различных областей математики

Целью освоения дисциплины является овладение теоретическими и практическими аспектами численного анализа, включая оценку погрешностей, интерполяцию, аппроксимацию, численное интегрирование, решение линейных и нелинейных систем, а также численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений и задач оптимального управления, с акцентом на разработку и применение программных средств для решения прикладных задач в области науки и техники.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Численные методы решения задач математического моделирования» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

*Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)*

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Оценивает достоинства и недостатки применения конкретных методов для решения поставленных прикладных задач, аргументированно обосновывая критерии оценки и сравнения методов; ОПК-2.2 Совершенствует существующие методы при решении конкретных прикладных задач, аргументированно обосновывая критерии, по которым проводились изменения и сравнение методов; ОПК-2.3 Реализует новые методы при решении конкретных прикладных задач в сфере своей профессиональной деятельности;
ПК-1	Способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива	ПК-1.1 Выбирает, анализирует и сравнивает математические методы для проведения научных исследований в области математического моделирования процессов в экологии и экономике; ПК-1.2 Умеет исследовать работоспособность, адекватность и точность математических моделей с практической точки зрения, проводит анализ результатов моделирования, принимает решение на основе полученных результатов;
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности	ПК-3.1 Знает типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач в области профессиональной деятельности.; ПК-3.2 Умеет применять типовые математические методы и методологии разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач в области профессиональной деятельности.; ПК-3.3 Имеет опыт применения типовых методов и методологий разработки системного и прикладного программного обеспечения для решения задач в области профессиональной деятельности.;

### 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Численные методы решения задач математического моделирования» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Численные методы решения задач математического моделирования».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
ОПК-2	Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач		Дополнительные главы математического моделирования;
ПК-1	Способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива	Научно-исследовательская работа;	Дополнительные главы математического моделирования; Преддипломная практика; Научно-исследовательская работа;
ПК-3	Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности		Дополнительные главы математического моделирования; Технологии вычислительного эксперимента; <i>Прогнозирование в экологии**</i> ; <i>Прогнозирование в экономике**</i> ;

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Численные методы решения задач математического моделирования» составляет «3» зачетные единицы.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)
			2
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	36		36
Лекции (ЛК)	18		18
Лабораторные работы (ЛР)	0		0
Практические/семинарские занятия (СЗ)	18		18
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	60		60
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	12		12
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>ак.ч.</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
	<b>зач.ед.</b>	<b>3</b>	<b>3</b>

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Погрешности	1.1	Математические модели и численные методы. Устойчивость, корректность, сходимость.	Понятие математической модели. Описание исследуемых явлений с помощью математических моделей. Примеры математических моделей. Использование метаматематических моделей в численных методах решения задач. Основные понятия и определения устойчивости, корректности, сходимости. Устойчивость задачи, понятие отсутствия устойчивости. Корректность постановки задачи, корректность численного алгоритма. Сходимость численного метода. Сходимость итерационного процесса. Сходимость в методах дискретизации.	ЛК, СЗ
		1.2	Основы теории погрешностей	Определения погрешности измерения погрешности средства измерения. Виды погрешностей и способы их классификации. Систематические, случайные, грубые. Абсолютная, относительная, приведенные погрешности. Способы вычисления. Статические, Динамические. Методы оценки погрешностей. Программное обеспечение оценки погрешностей.	ЛК, СЗ
Раздел 2	Интерполяция	2.1	Постановка задачи интерполяции. Канонический полином. Линейная интерполяция	Определение интерполяции. Описание постановки задачи. Понятие интерполирующей функции, представление ее в виде полинома. Определение канонического полинома. Примеры использования.	ЛК, СЗ
		2.2	Интерполяционный многочлен Лагранжа; существование и единственность. Интерполяционные многочлены Ньютона	Понятие алгебраического интерполирования. Определение интерполяционного многочлена Лагранжа. Теорема о существовании и единственности интерполяционного многочлена Лагранжа. Формула интерполяционного многочлена Лагранжа. Примеры использования. Определение и особенности интерполяционного многочлена Ньютона. Первая интерполяционная формула Ньютона. Вторая интерполяционная формула Ньютона. Примеры.	ЛК, СЗ
		2.3	Оценка погрешности интерполяционной формулы. Линейная интерполяция. Интерполяция кубическими сплайнами	Погрешность при интерполяции полиномами. Теорема оценки погрешности полинома. Описание метода линейной интерполяции. Особенности линейной интерполяции. Примеры. Описание метода интерполяции кубическими	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
				сплайнами: принцип, алгоритм, особенности. Проблемы интерполяции кубическими сплайнами.	
Раздел 3	Приближение функций. Методы аппроксимации	3.1	Аппроксимация. Метод наименьших квадратов, линейная аппроксимация, параболическая аппроксимация, аппроксимация в виде показательной функции, аппроксимация в виде степенной функции	Описание задачи приближение (аппроксимации) функции. Метод решения задачи аппроксимации с использованием многочлена Тейлора. Формула Тейлора. Пример. Особенности метода	ЛК, СЗ
		3.2	Аппроксимация. Метод наименьших квадратов, линейная аппроксимация, параболическая аппроксимация, аппроксимация в виде показательной функции, аппроксимация в виде степенной функции	Определение аппроксимации. Цель аппроксимации. Виды аппроксимации: линейная, полиномиальная, рациональная, интерполяция. Методы аппроксимации. Описание метода наименьших квадратов. Линейная регрессия. Пример. Система нормальных уравнений. Статистические свойства метода наименьших квадратов. Показатели качества. Методы линейной аппроксимации, параболической (квадратичной) аппроксимации, аппроксимации в виде показательной и степенной функции: функции, графики, применение, примеры.	ЛК, СЗ
Раздел 4	Численное интегрирование	4.1	Численные методы вычисления определенного интеграла: квадратурные формулы, формула прямоугольников, формула трапеций, формула Симпсона	Основные понятия численного интегрирования. Описание квадратной формулы. Формула прямоугольников: левые, правые, средние прямоугольники. Формула трапеций. Формула Симпсона, особенности применения. Погрешности при применении методов численного интегрирования.	ЛК, СЗ
		4.2	Составные квадратичные формулы, формулы Гаусса. Правило Рунге практической оценки погрешности. Приближенное вычисление двойного интеграла	Понятия составных квадратичных формул. Формулы с наивысшей алгебраической степенью – формулы Гаусса. Метод практической оценки погрешности – правило Рунге. Алгоритм использования правила Рунге. Особенности применения правила Рунге для формул Гаусса. Приближенное вычисление двойного интеграла с использованием кубатурных формул. Аналог формулы прямоугольников. Применение формул, аналогичных методам одномерного интегрирования. Оценка погрешности. Примеры.	ЛК, СЗ
Раздел 5	Численные методы решения систем линейных уравнений	5.1	Метод Гаусса. Метод обратной матрицы. Метод прогонки	Метод Гаусса – классический метод решения систем линейных алгебраических уравнений. Описание алгоритма метода Гаусса: прямой и обратный ход. Пример. Описание метода обратной матрицы. Пример. Метод прогонки – частный случай метода Гаусса: прямая и обратная прогонка. Пример.	ЛК, СЗ

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
		5.2	Метод простой итерации (метод Якоби). Метод Зейделя	Метод простой итерации (метод Якоби). Описание метода простой итерации: уравнение для итерационного процесса, критерии окончания итераций, условие сходимости. Метод Зейделя: расчетные формулы, условия сходимости.	ЛК, СЗ
Раздел 6	Численные методы решения систем нелинейных уравнений	6.1	Метод простой итерации (метод Якоби) для систем нелинейных уравнений	Метод простой итерации (метод Якоби) – это итерационный метод для решения систем нелинейных уравнений. Описание метода. Алгоритм. Условия сходимости. Особенности использования. Пример.	ЛК, СЗ
		6.2	Метод Зейделя для систем нелинейных уравнений	Принцип работы метода Зейделя для систем нелинейных уравнений. Алгоритм. Достаточное условие сходимости. Пример.	ЛК, СЗ
		6.3	Метод Ньютона решения систем нелинейных уравнений	Основная идея метода. Матрица Якоби. Алгоритм. Условие сходимости. Вычислительная сложность. Требования к функциям. Пример. Применение.	ЛК, СЗ
Раздел 7	Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	7.1	Решение задачи Коши. Метод Эйлера. Модифицированный метод Эйлера	Задача Коши – задача нахождения решения дифференциального уравнения первого порядка. Описание метода Эйлера. Расчетная формула. Геометрическая интерпретация. Недостаток метода. Модифицированный метод Эйлера: идея, основная формула, модифицированный метод Эйлера второго порядка точности, Графическая интерпретация. Пример.	ЛК, СЗ
		7.2	Метод Рунге-Кутты. Разностные методы решения краевой задачи	Описание метода Рунге-Кутты. Метод Рунге-Кутты четвертого порядка. Суть метода конечных разностей (МКР). Пример применения МКР для линейной краевой задачи. Метод прогонки. Примеры.	ЛК, СЗ
Раздел 8	Итерационные методы решения задач оптимального управления	8.1	Градиентные методы решения задач оптимального управления	Основные понятия задач оптимального управления. Методы решения задач оптимального управления. Основные принципы. Градиентные методы, применяемые в оптимальном управлении: метод сопряженных градиентов, методы, использующие линеаризованный принцип максимума, квазиградиентные процедуры. Особенности реализации градиентных методов. Примеры.	ЛК, СЗ
		8.2	Метод условного градиента. Метод проекции градиента	Метод условного градиента и метод проекции градиента – методы решения задач условной оптимизации. Классический метод условного градиента (метод Франк -Вульфа): алгоритм, особенности реализации. Суть метода проекции градиента. Алгоритм метода, особенности реализации. Примеры.	ЛК, СЗ

\* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: *ЛК* – лекции; *ЛР* – лабораторные работы; *СЗ* – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Компьютерный класс	Компьютерный класс для проведения занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная персональными компьютерами (в количестве 12 шт.), доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература:

1. Бахвалов Н.С. Численные методы: учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. - Электрон. дан. - Москва : Москва: «Лаборатория знаний», 2024, 639 страниц, ISBN 978-5-93208-875-3 - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70767>

2. Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. - Электрон. дан. - Издательство — МГУ, серия «Классический университетский учебник». ISBN: 978-5-19-012222-0. Объем — 400 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70743>

### Дополнительная литература:

1. Вержбицкий В.М. Основы численных методов : учебник для студентов высших

учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки дипломированных специалистов 'Прикладная математика' /Изд. 3-е, стер. - Москва : «Директ-Медиа», 2021 .- 850 с.

2. Основы численных методов/Ф.Г. Авхадиев .- Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2022. - 444 с. 978-5-00130-611-5.

*Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН

<http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)

- ЭБС «Троицкий мост»

2. Базы данных и поисковые системы

- электронный фонд правовой и нормативно-технической документации

<http://docs.cntd.ru/>

- поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>

- поисковая система Google <https://www.google.ru/>

- реферативная база данных SCOPUS

[http://www.elsevier.com/locate/scopus/](http://www.elsevier.com/locate/scopus)

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине «Численные методы решения задач математического моделирования».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

**РАЗРАБОТЧИК:**

Доцент

*Должность, БУП*

*Подпись*

Белова Ирина  
Константиновна

*Фамилия И.О.*

**РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:**

Заведующий кафедрой

*Должность БУП*

*Подпись*

Савенкова Елена  
Викторовна

*Фамилия И.О.*

**РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:**

Доцент

*Должность, БУП*

*Подпись*

Ледащева Татьяна  
Николаевна

*Фамилия И.О.*