

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ястребов Олег Александрович

Должность: Ректор

Дата подписания: 25.05.2026 12:25:52

Уникальный программный ключ:

ca953a01204891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования**

**«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»**

**Факультет искусственного интеллекта**

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

(наименование дисциплины/модуля)

**Рекомендована МССН для направлений подготовки:**

**02.03.02 ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ИНФОРМАТИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ  
ТЕХНОЛОГИИ;**

**09.03.03 ПРИКЛАДНАЯ ИНФОРМАТИКА**

(код и наименование направления подготовки/специальности)

**Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):**

### **ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ: РАЗРАБОТКА И ОБУЧЕНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ**

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

**2026 г.**

## 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математический анализ» входит в программу бакалавриата «Искусственный интеллект: разработка и обучение интеллектуальных систем» по направлениям подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии и 09.03.03 Прикладная информатика и изучается в 1, 2 семестрах 1 курса. Дисциплину реализует Кафедра прикладного искусственного интеллекта. Дисциплина состоит из 6 разделов и 77 тем и направлена на изучение фундаментальных понятий и методов математического анализа — теории пределов и непрерывности, дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, числовых и функциональных рядов — с акцентом на их роль в построении и анализе моделей машинного обучения и искусственного интеллекта

Целью освоения дисциплины является формирование у студентов системного владения аппаратом математического анализа как фундамента для понимания процессов обучения моделей ИИ: функций потерь и их свойств, градиентного спуска и обратного распространения ошибки, аппроксимации функций рядами, оптимизации на многомерных поверхностях, а также развитие навыков аналитического мышления и обоснования свойств моделей глубокого обучения

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Математический анализ» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

*Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)*

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач;
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основные понятия и методы линейной алгебры, математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, дифференциальных уравнений и применяет их для формализации задач в области ИИ; ОПК-1.2 Умеет строить математические модели процессов и явлений, применять методы численного анализа и оптимизации для решения задач машинного обучения и обработки данных;
ФС-1	Способен проводить передовые исследования в области архитектур, алгоритмов МО, оптимизации и математики	ФС-1.1 Разрабатывает фундаментальные основы и новые алгоритмы машинного обучения;
МФ-1	Способен применять современную теоретическую математику для разработки новых алгоритмов и формулирования перспективных задач ИИ	МФ-1.1 Обосновывает способы и варианты применения методов и моделей в задачах искусственного интеллекта, включая их модификацию и адаптацию к специфике задачи;

## 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Математический анализ».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач		Теория вероятностей и математическая статистика; Статистические методы и первичный анализ данных; Онтология и графы знаний; Введение в базы данных; Hadoop, SPARK; Преддипломная практика;
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности		Теория вероятностей и математическая статистика; Дифференциальные уравнения; Численная линейная алгебра; Методы машинного обучения; Оптимизация моделей машинного обучения; Основы глубокого обучения; Статистические методы и первичный анализ данных; Нейронные сети;
МФ-1	Способен применять современную теоретическую математику для разработки новых алгоритмов и формулирования перспективных задач ИИ		Методы машинного обучения; Нейронные сети; Теория вероятностей и математическая статистика; Статистические методы и первичный анализ данных; Основы глубокого обучения; Анализ временных рядов**;
FC-1	Способен проводить передовые исследования в области архитектур, алгоритмов МО, оптимизации и математики		Эксплуатационная практика (учебная); Преддипломная практика; Технологическая (проектно-технологическая) практика (производственная); Теория вероятностей и математическая статистика; Методы машинного обучения; Оптимизация моделей машинного обучения; Нейронные сети; Практическая подготовка на

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
			проектах отраслевых промышленных партнеров; Основы глубокого обучения; Численная линейная алгебра; Параллельное и распределенное программирование; Массово-параллельные вычисления в машинном обучении (GPU);

\* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

\*\* - элективные дисциплины /практики

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Математический анализ» составляет «7» зачетных единиц.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)	
			1	2
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	153		68	85
Лекции (ЛК)	68		34	34
Лабораторные работы (ЛР)	0		0	0
Практически/семинарские занятия (СЗ)	85		34	51
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	45		13	32
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	54		27	27
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>ак.ч.</b>	<b>252</b>	<b>108</b>	<b>144</b>
	<b>зач.ед.</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>4</b>

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
Раздел 1	Числовые множества, последовательности и пределы	1.1	Числовые множества. Действительные числа. Функции и их свойства	Множество действительных чисел: аксиоматика, свойство полноты, принцип Архимеда. Функции: область определения, область значений, график. Основные элементарные функции и их свойства: монотонность, чётность, периодичность, ограниченность. Функции как модели зависимостей в данных	ЛК	ОПК-1.1
		1.2	Последовательности. Предел последовательности	Определение последовательности как функции натурального аргумента. Предел последовательности: определение на языке $\varepsilon$ - $N$ . Свойства пределов: арифметика пределов, предельный переход в неравенствах, теорема о двух милиционерах. Ограниченность сходящейся последовательности	ЛК	ОПК-1.1
		1.3	Монотонные последовательности. Число $e$ . Предел функции	Теорема Вейерштрасса о монотонной ограниченной последовательности. Число $e$ как предел последовательности $(1+1/n)^n$ . Предел функции в точке: определение по Коши ( $\varepsilon$ - $\delta$ ) и по Гейне. Эквивалентность определений. Односторонние пределы. Связь предела с асимптотическим поведением функций потерь	ЛК	ОПК-1.1, УК-1.1
		1.4	Бесконечно малые и бесконечно большие. Замечательные пределы	Бесконечно малые функции: определение, свойства, сравнение ( $O$ -символика). Эквивалентные бесконечно малые. Первый и второй замечательные пределы. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов. $O$ -символика в анализе сложности алгоритмов МО	ЛК	ОПК-1.1, ОПК-1.2
		1.5	Непрерывность функции	Определение непрерывности в точке и на множестве (через предел и приращение). Арифметические операции с непрерывными функциями. Непрерывность композиции. Точки разрыва: классификация (I и II рода). Непрерывность функций активации нейронных сетей: sigmoid, tanh, ReLU	ЛК	ОПК-1.1, МФ-1.1
		1.6	Свойства непрерывных функций	Теоремы Вейерштрасса о достижении наибольшего и наименьшего значений. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении. Равномерная непрерывность	ЛК	ОПК-1.1, УК-1.1, FC-1.1

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
				(обзор). Связь с задачами оптимизации: существование минимума непрерывной функции потерь на компакте		
		1.7	Практикум: числовые множества и свойства функций	Определение области определения, области значений, чётности, монотонности функций. Построение графиков элементарных функций. Решение неравенств. Работа с точной верхней и нижней гранью множества	СЗ	ОПК-1.1
		1.8	Практикум: вычисление пределов последовательностей	Вычисление пределов последовательностей с использованием арифметики пределов, теоремы о двух милиционерах. Исследование монотонности и ограниченности. Применение определения предела на языке $\varepsilon$ - $N$	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1
		1.9	Практикум: вычисление пределов функций	Вычисление пределов функций с использованием замечательных пределов. Раскрытие неопределённостей $0/0$ , $\infty/\infty$ , $\infty-\infty$ , $0\cdot\infty$ , $1^\infty$ , $0^0$ , $\infty^0$ . Применение эквивалентных бесконечно малых	СЗ	ОПК-1.1
		1.10	Практикум: непрерывность и точки разрыва	Исследование функций на непрерывность. Нахождение и классификация точек разрыва. Построение графиков кусочно-заданных функций. Анализ непрерывности функций активации ReLU, Leaky ReLU, GELU	СЗ	ОПК-1.1, MF-1.1
		1.11	Практикум: теоремы о непрерывных функциях	Применение теорем Вейерштрасса и Больцано-Коши к решению уравнений и оценке значений. Доказательство существования корней. Связь с задачей оптимизации: обоснование существования минимума функции потерь	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1, FC-1.1
		1.12	Практикум: пределы и непрерывность в контексте МО	Асимптотическое поведение функций потерь при увеличении числа данных. Сходимость последовательности функций потерь при обучении модели (интуитивное введение). O-символика для описания скорости обучения. Реализация вычисления пределов и построения графиков на Python (SymPy, Matplotlib)	СЗ	MF-1.1, ОПК-1.2
Раздел 2	Дифференцирование функций одной переменной	2.1	Производная функции. Геометрический и физический смысл	Определение производной как предела отношения приращений. Геометрический смысл: касательная к графику. Физический смысл: мгновенная скорость. Левая и правая производные. Дифференцируемость и непрерывность. Производная как скорость изменения функции потерь по параметру модели	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
		2.2	Правила дифференцирования. Производные элементарных функций	Производная суммы, произведения, частного. Производная композиции (цепное правило). Таблица производных элементарных функций. Цепное правило как основа алгоритма обратного распространения ошибки (backpropagation) в нейронных сетях	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1, FC-1.1
		2.3	Дифференциал. Производные высших порядков	Дифференциал функции: определение и геометрический смысл. Дифференциал как линейное приближение. Инвариантность формы дифференциала. Производные высших порядков. Формула Лейбница. Кривизна и вторая производная функции потерь: связь с обусловленностью задачи оптимизации	ЛК	ОПК-1.1, FC-1.1
		2.4	Теоремы о среднем. Правило Лопиталья	Теорема Ферма о локальном экстремуме. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа о среднем. Теорема Коши. Правило Лопиталья для раскрытия неопределённостей. Теорема Ферма как формальное обоснование условия стационарности: $\nabla L(\theta^*) = 0$	ЛК	ОПК-1.1, УК-1.1, FC-1.1
		2.5	Формула Тейлора	Многочлен Тейлора: определение и построение. Формула Тейлора с остаточным членом (формы Пеано и Лагранжа). Формула Маклорена. Разложения основных функций: $e^x$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $\ln(1+x)$ , $(1+x)^a$ . Линейная аппроксимация функции потерь — основа градиентного спуска	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1, FC-1.1
		2.6	Исследование функций с помощью производных	Необходимое и достаточное условия экстремума. Промежутки монотонности. Выпуклость и вогнутость: определение через вторую производную. Точки перегиба. Асимптоты: горизонтальные, вертикальные, наклонные. Выпуклость функции потерь и единственность минимума	ЛК	ОПК-1.1, УК-1.1, FC-1.1
		2.7	Практикум: вычисление производных	Нахождение производных элементарных и сложных функций. Применение цепного правила. Производная неявно заданной функции. Логарифмическое дифференцирование	СЗ	ОПК-1.1
		2.8	Практикум: цепное правило и backpropagation	Цепное правило для вложенных функций: пошаговое вычисление. Вычисление производной композиции $f_3(f_2(f_1(x)))$ . Аналогия с прямым и обратным распространением в нейронной сети из 3 слоёв. Реализация на Python	СЗ	MF-1.1, FC-1.1, ОПК-1.2

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
		2.9	Практикум: дифференциал и приближённые вычисления	Вычисление дифференциалов. Приближённые вычисления с помощью дифференциала. Оценка погрешности. Линейное приближение: $f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$ как основа одного шага градиентного спуска	СЗ	ОПК-1.1, MF-1.1
		2.10	Практикум: теоремы о среднем и правило Лопиталья	Применение теорем Ролля и Лагранжа к доказательству неравенств. Раскрытие неопределённостей по правилу Лопиталья. Применение теоремы Ферма к анализу экстремумов функции потерь	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1
		2.11	Практикум: формула Тейлора	Построение многочленов Тейлора для различных функций. Оценка остаточного члена. Визуализация аппроксимации функции полиномами Тейлора различных степеней. Реализация на Python (SymPy, Matplotlib)	СЗ	ОПК-1.1, ОПК-1.2
		2.12	Практикум: исследование и построение графиков функций	Полное исследование функции: область определения, чётность, асимптоты, экстремумы, промежутки монотонности, выпуклость, точки перегиба. Построение графика. Связь выпуклости с единственностью решения задачи оптимизации в МО	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1, FC-1.1
Раздел 3	Интегральное исчисление функций одной переменной	3.1	Первообразная и неопределённый интеграл	Определение первообразной. Теорема о множестве первообразных. Неопределённый интеграл: определение, свойства. Таблица основных интегралов. Геометрическая интерпретация	ЛК	ОПК-1.1
		3.2	Методы интегрирования	Метод замены переменной (подстановка). Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей: разложение на простейшие. Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений	ЛК	ОПК-1.1
		3.3	Определённый интеграл	Определение определённого интеграла как предела интегральных сумм Римана. Свойства: линейность, аддитивность, оценки. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрический смысл: площадь под кривой. Интеграл по распределению данных: математическое ожидание	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1
		3.4	Приложения определённого интеграла	Вычисление площадей плоских фигур. Длина дуги кривой. Объём тела вращения. Работа переменной силы. Средние значения функции. Интегральные характеристики распределений: дисперсия, моменты	ЛК	ОПК-1.1, ОПК-1.2
		3.5	Несобственные интегралы	Несобственные интегралы I рода (по бесконечному	ЛК	ОПК-1.1,

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
				промежутку) и II рода (от неограниченных функций). Признаки сходимости: сравнение, Дирихле, Абель. Гамма- и бета-функции (обзор). Интеграл Гаусса $\int e^{-x^2} dx$ . Связь с нормальным распределением в МО		MF-1.1, FC-1.1
		3.6	Практикум: неопределённый интеграл — базовые методы	Вычисление неопределённых интегралов с использованием таблицы и свойств. Метод подстановки. Применение к типовым задачам	СЗ	ОПК-1.1
		3.7	Практикум: интегрирование по частям и рациональные дроби	Интегрирование по частям: выбор $u$ и $dv$ . Разложение рациональных дробей на простейшие. Метод неопределённых коэффициентов. Интегрирование каждой дроби	СЗ	ОПК-1.1
		3.8	Практикум: определённый интеграл	Вычисление определённых интегралов с использованием формулы Ньютона-Лейбница, замены переменной и интегрирования по частям. Оценки интегралов	СЗ	ОПК-1.1
		3.9	Практикум: приложения интеграла — площади и объёмы	Вычисление площадей плоских фигур (в декартовых и параметрических координатах). Вычисление объёмов тел вращения. Длина дуги кривой	СЗ	ОПК-1.1, ОПК-1.2
		3.10	Контрольная работа по разделам 1–3	Письменная контрольная работа: пределы, производные, интегралы. Задачи на полное исследование функции, формулу Тейлора, вычисление интегралов. Задача на связь аналитических понятий с моделями ИИ	СЗ	УК-1.1, ОПК-1.1, MF-1.1
Раздел 4	Числовые и функциональные ряды	4.1	Числовые ряды: определение и сходимость	Определение числового ряда. Частичные суммы. Сходимость и расходимость. Необходимое условие сходимости. Свойства сходящихся рядов: линейность, отбрасывание конечного числа членов. Геометрический ряд и гармонический ряд. Ряды в задачах ИИ: суммирование потерь по элементам батча	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1
		4.2	Признаки сходимости рядов с положительными членами	Признаки сравнения (обычный и предельный). Признак Даламбера. Признак Коши (радикальный). Интегральный признак Коши-Маклорена. Оценка скорости сходимости. Связь со скоростью убывания скорости обучения (learning rate schedule)	ЛК	ОПК-1.1, FC-1.1
		4.3	Знакопеременные и знакопеременные ряды	Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница для знакопеременных рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов: переместительность. Теорема Римана о	ЛК	ОПК-1.1, УК-1.1

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
			перестановке членов условно сходящегося ряда		
		4.4	Функциональные ряды. Степенные ряды	ЛК	ОПК-1.1
		4.5	Ряды Тейлора и Маклорена	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1, FC-1.1
		4.6	Ряды Фурье (введение)	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1, FC-1.1
		4.7	Практикум: исследование сходимости числовых рядов	СЗ	ОПК-1.1
		4.8	Практикум: признаки сходимости — продвинутые задачи	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1
		4.9	Практикум: знакопеременные ряды и абсолютная сходимость	СЗ	ОПК-1.1
		4.10	Практикум: степенные ряды	СЗ	ОПК-1.1
		4.11	Практикум: разложение функций в ряды Тейлора	СЗ	ОПК-1.1, ОПК-1.2
		4.12	Практикум: аппроксимация функции потерь рядом Тейлора	СЗ	MF-1.1, FC-1.1, ОПК-1.2

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
				одного шага обоих методов на Python		
		4.13	Практикум: ряды Фурье	Вычисление коэффициентов Фурье для заданных функций. Построение частичных сумм ряда Фурье. Визуализация аппроксимации (Python). Связь с позиционным кодированием: sin/cos разных частот	СЗ	ОПК-1.1, MF-1.1, ОПК-1.2
		4.14	Практикум: несобственные интегралы	Исследование сходимости несобственных интегралов I и II рода. Применение признаков сравнения. Вычисление интеграла Гаусса. Связь с нормирующей константой нормального распределения	СЗ	ОПК-1.1, MF-1.1
		4.15	Практикум: приближённые вычисления рядами	Вычисление значений функций с заданной точностью с помощью рядов. Оценка числа членов для достижения точности $\epsilon$ . Сравнение с численными методами. Реализация на Python	СЗ	ОПК-1.1, ОПК-1.2
Раздел 5	Функции нескольких переменных. Дифференциальное исчисление	5.1	Функции нескольких переменных: основные понятия	Функция двух и более переменных: область определения, график, линии уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Пространство параметров модели как $\mathbb{R}^n$ ; функция потерь $L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ как функция многих переменных	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1
		5.2	Частные производные	Определение частной производной. Геометрический смысл: наклон сечения поверхности. Частные производные высших порядков. Теорема Шварца о равенстве смешанных производных. Частные производные функции потерь по каждому параметру модели	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1, FC-1.1
		5.3	Дифференцируемость. Полный дифференциал	Дифференцируемость функции нескольких переменных: определение, связь с непрерывностью и существованием частных производных. Полный дифференциал. Касательная плоскость и линейная аппроксимация. Линейная аппроксимация функции потерь: $dL \approx \sum (\partial L / \partial \theta_i) d\theta_i$	ЛК	ОПК-1.1, FC-1.1
		5.4	Градиент. Производная по направлению	Градиент как вектор частных производных: $\nabla f = (\partial f / \partial x_1, \dots, \partial f / \partial x_n)$ . Свойства градиента: направление наибольшего возрастания. Производная по направлению. Связь с нормалью к линии уровня. Градиентный спуск: $\theta_{k+1} = \theta_k - \alpha \nabla L(\theta_k)$	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1, FC-1.1
		5.5	Экстремумы функций нескольких переменных	Необходимое условие экстремума: $\nabla f = 0$ . Достаточное условие: матрица Гессе, критерий Сильвестра.	ЛК	ОПК-1.1, УК-1.1,

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
			Классификация стационарных точек: минимум, максимум, седловая точка. Седловые точки ландшафта функции потерь нейронной сети		FC-1.1
		5.6 Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа	Условный экстремум: постановка задачи. Метод множителей Лагранжа: вывод и применение. Функция Лагранжа. Связь с задачами оптимизации с ограничениями: регуляризация (L2), SVM (максимизация отступа при ограничениях)	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1, FC-1.1
		5.7 Практикум: функции двух переменных — область, линии уровня	Нахождение области определения функции двух переменных. Построение линий уровня. Визуализация поверхностей и линий уровня на Python (Matplotlib, contour plots). Линии уровня функции потерь как инструмент визуализации ландшафта оптимизации	СЗ	ОПК-1.1, MF-1.1, ОПК-1.2
		5.8 Практикум: частные производные	Вычисление частных производных первого и второго порядка. Проверка теоремы Шварца. Нахождение уравнения касательной плоскости. Вычисление полного дифференциала	СЗ	ОПК-1.1
		5.9 Практикум: градиент и производная по направлению	Вычисление градиента для заданных функций. Нахождение направления наибольшего возрастания. Вычисление производной по заданному направлению. Визуализация градиентного поля на Python	СЗ	ОПК-1.1, MF-1.1, ОПК-1.2
		5.10 Практикум: градиентный спуск	Реализация алгоритма градиентного спуска для функции двух переменных: $f(x, y) = x^2 + y^2$ . Визуализация траектории на фоне линий уровня. Влияние скорости обучения $\alpha$ : недолёт, перелёт, осцилляции. Реализация на Python	СЗ	MF-1.1, FC-1.1, ОПК-1.2
		5.11 Практикум: экстремумы функций двух переменных	Нахождение стационарных точек. Построение матрицы Гессе. Классификация точек: минимум, максимум, седловая точка. Визуализация различных типов стационарных точек (Python)	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1, FC-1.1
		5.12 Практикум: метод Лагранжа	Решение задач условной оптимизации методом множителей Лагранжа. Геометрическая интерпретация: касание линий уровня функции и ограничения. Связь с L2-регуляризацией: $\min L(\theta)$ при	СЗ	ОПК-1.1, УК-1.1, FC-1.1
		5.13 Практикум: ландшафт функции потерь нейросети	Визуализация функции потерь простой нейронной сети (2 параметра) на контурном графике. Нахождение	СЗ	MF-1.1, FC-1.1,

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
				стационарных точек. Анализ: выпуклые и невыпуклые области, седловые точки. Связь геометрии функции потерь с трудностями оптимизации		ОПК-1.2
		5.14	Практикум: дифференцирование сложных функций	Дифференцирование сложных функций нескольких переменных (цепное правило для многих переменных). Формула полной производной. Связь с обратным распространением ошибки в многослойных сетях: вычисление $\partial L / \partial w_{ij}$ через цепное правило	СЗ	ОПК-1.1, MF-1.1, FC-1.1
		5.15	Коллоквиум по разделам 4–5	Устный опрос по теории рядов, функций нескольких переменных и дифференциальному исчислению с акцентом на связь с задачами оптимизации в ИИ	СЗ	УК-1.1, ОПК-1.1, MF-1.1, FC-1.1
Раздел 6	Кратные интегралы и элементы функционального анализа	6.1	Двойной интеграл	Определение двойного интеграла как предела интегральных сумм. Свойства. Вычисление повторным интегрированием (теорема Фубини). Замена переменных: якобиан. Переход к полярным координатам. Двойной интеграл в вычислении математического ожидания совместных распределений	ЛК	ОПК-1.1, MF-1.1
		6.2	Тройной интеграл и криволинейные интегралы (обзор)	Тройной интеграл: определение и вычисление. Цилиндрические и сферические координаты. Криволинейные интегралы I и II рода: определение и геометрический смысл. Формула Грина (обзор). Интегрирование вдоль траектории в пространстве параметров	ЛК	ОПК-1.1
		6.3	Неявные функции и условия их существования	Теорема о неявной функции: формулировка и условия. Дифференцирование неявных функций. Система неявных функций. Связь с ограничениями в задачах оптимизации: когда ограничение $g(x,y) = 0$ определяет $y = y(x)$	ЛК	ОПК-1.1, FC-1.1
		6.4	Метрические и нормированные пространства (введение)	Метрическое пространство: определение, примеры ( $\mathbb{R}^n$ с различными метриками, пространство функций). Нормированное пространство. Сходимость в метрическом пространстве. Полнота. Пространство параметров нейронной сети как метрическое пространство; расстояние между моделями	ЛК	ОПК-1.1, FC-1.1
		6.5	Выпуклые функции и неравенства	Выпуклые множества и выпуклые функции: определения, критерий через вторую производную (гессиан).	ЛК	ОПК-1.1, УК-1.1,

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
			Неравенство Йенсена. Сильная выпуклость. Связь с задачами оптимизации: выпуклость функции потерь гарантирует единственность глобального минимума, обосновывает сходимость градиентного спуска		FC-1.1
		6.6 Практикум: двойные интегралы	Вычисление двойных интегралов по прямоугольным и криволинейным областям. Замена порядка интегрирования. Переход к полярным координатам. Вычисление нормирующих констант двумерных распределений	СЗ	ОПК-1.1, ОПК-1.2
		6.7 Практикум: замена переменных в кратных интегралах	Вычисление якобиана. Замена переменных в двойных и тройных интегралах. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам. Приложения	СЗ	ОПК-1.1
		6.8 Практикум: неявные функции и дифференцирование	Проверка условий теоремы о неявной функции. Нахождение частных производных неявно заданных функций. Связь с задачами условной оптимизации	СЗ	ОПК-1.1, FC-1.1
		6.9 Практикум: выпуклые функции и критерий выпуклости	Проверка выпуклости функций через вторую производную и гессиан. Применение неравенства Йенсена. Доказательство выпуклости логистической функции потерь. Связь с гарантиями сходимости градиентного спуска	СЗ	ОПК-1.1, FC-1.1, УК-1.1
		6.10 Практикум: метрики и пространства в задачах ИИ	Примеры метрических пространств. Вычисление расстояний в $\mathbb{R}^n$ : евклидово, манхэттенское, чебышёвское. Метрики для сравнения распределений: KL-дивергенция как несимметричное «расстояние» (связь с интегралом). Реализация на Python	СЗ	ОПК-1.1, MF-1.1, ОПК-1.2
		6.11 Практикум: численное интегрирование	Методы численного интегрирования: прямоугольники, трапеции, Симпсон. Оценка погрешности. Связь с вычислением функции потерь как суммы (дискретное приближение интеграла). Реализация на Python	СЗ	ОПК-1.1, ОПК-1.2
		6.12 Практикум: обзор методов оптимизации, основанных на анализе	Систематизация: градиентный спуск ← формула Тейлора, метод Ньютона ← квадратичная аппроксимация, метод Лагранжа ← условная оптимизация, адаптивные методы ← оценка кривизны. Сравнение методов на примере функции двух переменных. Реализация на Python	СЗ	MF-1.1, FC-1.1, ОПК-1.2
		6.13 Итоговое занятие: математический анализ как фундамент ИИ	Систематизация связей анализа с задачами ИИ. Карта концепций: пределы → сходимость обучения; производные	СЗ	УК-1.1, MF-1.1,

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы *	Формируемые индикаторы
				→ градиенты → backpropagation; интегралы → функции потерь, распределения; ряды Тейлора → методы оптимизации; выпуклость → гарантии сходимости. Подготовка к экзамену		ФС-1.1

\* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Персональные компьютеры, необходимое ПО
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	Персональные компьютеры, необходимое ПО

\* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Шершнева, В. Г. Математический анализ: сборник задач с решениями / Шершнева В.Г. - Москва: НИЦ ИНФРА-М, 2025. - 164 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-018502-6. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2172579>

2. Математический анализ: учебное пособие / О.И. Воронин, В. А. Жулего, С. М. Демидов [и др.]. ; под ред. А. М. Попова. - Москва; Вологда: Инфра-Инженерия, 2024. - 224 с. - ISBN 978-5-9729-1720-4. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/2171787>

Дополнительная литература:

1. Дайзенрот, М. П., Фейзал, А. А., Он, Ч. С. Математика в машинном обучении = Mathematics for machine learning : докопайся до сути / М. П. Дайзенрот, А. А. Фейзал, Ч. С. Он; пер. с англ. С. Черникова. — СПб. : Питер, 2024. — 507 с. : ил. — (Для профессионалов). — ISBN 978-5-4461-1788-8

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН

<https://mega.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>
- ЭБС «Юрайт» <http://www.biblio-online.ru>
- ЭБС «Консультант студента» [www.studentlibrary.ru](http://www.studentlibrary.ru)
- ЭБС «Знаниум» <https://znanium.ru/>

2. Базы данных и поисковые системы

- Sage <https://journals.sagepub.com/>
- Springer Nature Link <https://link.springer.com/>
- Wiley Journal Database <https://onlinelibrary.wiley.com/>
- Научометрическая база данных Lens.org <https://www.lens.org>

*Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля\*:*

1. Курс лекций по дисциплине «Математический анализ».

\* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**