

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Ястребов Олег Александрович
Должность: Ректор
Дата подписания: 19.05.2026 18:13:28
Уникальный программный ключ:
ca953a0120d891083f939673078ef1a989dae18a

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы»**

Инженерная академия

(наименование основного учебного подразделения (ОУП)-разработчика ОП ВО)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

(наименование дисциплины/модуля)

Рекомендована МССН для направления подготовки/специальности:

01.03.02 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

(код и наименование направления подготовки/специальности)

Освоение дисциплины ведется в рамках реализации основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОП ВО):

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МЕХАНИКИ КОСМИЧЕСКОГО ПОЛЕТА И АНАЛИЗА ГЕОИНФОРМАЦИОННЫХ ДАННЫХ

(наименование (профиль/специализация) ОП ВО)

2026 г.

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Методы оптимального управления» входит в программу бакалавриата «Математические методы механики космического полета и анализа геоинформационных данных» по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и изучается в 6, 7 семестрах 3, 4 курсов. Дисциплину реализует Кафедра механики и процессов управления. Дисциплина состоит из 3 разделов и 23 тем и направлена на изучение фундаментальных основ принципа максимума Л.С. Понтрягина, динамического программирования, численных методов оптимального управления, разбор основных методов решения типовых задач и знакомство с областью их применения в профессиональной деятельности.

Целью освоения дисциплины является формирование фундаментальных знаний и навыков применения методов решения задач, необходимых для профессиональной деятельности, повышение общего уровня грамотности студентов по методам управления.

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение дисциплины «Методы оптимального управления» направлено на формирование у обучающихся следующих компетенций (части компетенций):

Таблица 2.1. Перечень компетенций, формируемых у обучающихся при освоении дисциплины (результаты освоения дисциплины)

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
УК-12	Способен искать нужные источники информации и данные, воспринимать, анализировать, запоминать и передавать информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными с целью эффективного использования полученной информации для решения задач; проводить оценку информации, ее достоверность, строить логические умозаключения на основании поступающих информации и данных	УК-12.1 Осуществляет поиск нужных источников информации и данных, воспринимает, анализирует, запоминает и передает информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными с целью эффективного использования полученной информации для решения задач; УК-12.2 Проводит оценку информации, ее достоверность, строит логические умозаключения на основании поступающих информации и данных;
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Знает теоретические основы и принципы математического моделирования; ОПК-3.2 Умеет разрабатывать и использовать методы математического моделирования, информационные технологии для решения задач прикладной математики; ОПК-3.3 Владеет практическими навыками решения задач прикладной математики, методами математического моделирования, информационными технологиями и основами их использования в профессиональной деятельности, навыками профессионального мышления и арсеналом методов и подходов, необходимыми для адекватного использования методов современной математики в теоретических и прикладных задачах;
ПК-1	Способен собирать, обрабатывать и	ПК-1.1 Знает современные методы того, как собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных

Шифр	Компетенция	Индикаторы достижения компетенции (в рамках данной дисциплины)
	интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям, в том числе данные дистанционного зондирования Земли	научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям; ПК-1.2 Умеет применять современные методы и средства для обработки и интерпретации данные научных исследований; ПК-1.3 Владеет основными навыками сбора, обработки и интерпретации данных современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям;
ПК-4	Способен формулировать, анализировать и решать инженерные задачи в области баллистики, механики движения и управления движением космических аппаратов на основе профессиональных знаний	ПК-4.1 Знает основные понятия и основные алгоритмы решения задач в области баллистики, механики движения и управления движением на основе автоматизированных и автоматических систем; ПК-4.2 Умеет решать инженерные задачи аналитического характера в области баллистики, механики движения и управления движением космических аппаратов на основе профессиональных знаний; ПК-4.3 Владеет навыками использования математических методов обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований, основными методами анализа механики движения и управления движением космических аппаратов на базе стандартных методик и пакетов программ;

3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Методы оптимального управления» относится к обязательной части блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы высшего образования.

В рамках образовательной программы высшего образования обучающиеся также осваивают другие дисциплины и/или практики, способствующие достижению запланированных результатов освоения дисциплины «Методы оптимального управления».

Таблица 3.1. Перечень компонентов ОП ВО, способствующих достижению запланированных результатов освоения дисциплины

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
УК-12	Способен искать нужные источники информации и данные, воспринимать, анализировать, запоминать и передавать информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными с целью эффективного использования полученной информации для решения задач; проводить оценку информации, ее достоверность, строить логические умозаключения на основании поступающих	Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); <i>Технологии и практика программирования на языке Python для технических специальностей**;</i> <i>Управление проектами в ИТ-сфере**;</i> <i>Графический дизайнер**;</i>	Преддипломная практика; Технологическая практика;

Шифр	Наименование компетенции	Предшествующие дисциплины/модули, практики*	Последующие дисциплины/модули, практики*
	информации и данных		
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); Механика космического полета; Алгебра и геометрия; Теория вероятностей и математическая статистика; Математический анализ; Дифференциальные уравнения; Комплексный анализ; Теоретическая механика;	Преддипломная практика; Технологическая практика;
ПК-1	Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям, в том числе данные дистанционного зондирования Земли	Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); Теория автоматического управления; <i>Дискретная математика**</i> ; <i>Discrete mathematics**</i> ; Механика космического полета; Теоретическая механика; Анализ геоинформационных данных; Численные методы;	Преддипломная практика; Технологическая практика;
ПК-4	Способен формулировать, анализировать и решать инженерные задачи в области баллистики, механики движения и управления движением космических аппаратов на основе профессиональных знаний	Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы); Механика космического полета;	Преддипломная практика; Технологическая практика;

* - заполняется в соответствии с матрицей компетенций и СУП ОП ВО

** - элективные дисциплины /практики

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Методы оптимального управления» составляет «9» зачетных единиц.

Таблица 4.1. Виды учебной работы по периодам освоения образовательной программы высшего образования для очной формы обучения.

Вид учебной работы	ВСЕГО, ак.ч.		Семестр(-ы)	
			6	7
<i>Контактная работа, ак.ч.</i>	144		72	72
Лекции (ЛК)	72		36	36
Лабораторные работы (ЛР)	72		36	36
Практические/семинарские занятия (СЗ)	0		0	0
<i>Самостоятельная работа обучающихся, ак.ч.</i>	144		72	72
<i>Контроль (экзамен/зачет с оценкой), ак.ч.</i>	36		0	36
Общая трудоемкость дисциплины	ак.ч.	324	144	180
	зач.ед.	9	4	5

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 5.1. Содержание дисциплины (модуля) по видам учебной работы

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
Раздел 1	Теория оптимального управления. Принцип максимума Л.С. Понтрягина.	1.1	Постановка задач оптимального управления. Основные понятия. Примеры задач оптимального управления.	Предмет теории оптимального управления. Понятия управляемой системы, фазовых координат, управляющих функций, допустимого управления. Критерий качества (целевой функционал). Ограничения на управление и фазовые координаты. Примеры: задача управления космическим аппаратом, задача оптимального быстрогодействия, задача минимизации затрат энергии.	ЛК, ЛР
		1.2	Задачи со свободным правым концом траектории. Формула для приращения функционала.	Постановка задачи, где конечное состояние системы не фиксировано. Понятие приращения функционала при вариации управления. Вывод формулы для приращения, позволяющей оценить, как изменение управления влияет на значение целевого функционала.	ЛК, ЛР
		1.3	Принцип максимума Л.С. Понтрягина для задач со свободным правым концом. Формулировка и доказательство.	Введение сопряжённых переменных и функции Гамильтона. Формулировка принципа максимума: для оптимального управления функция Гамильтона достигает максимума по управлению в каждый момент времени. Основные этапы доказательства с использованием формулы приращения функционала.	ЛК, ЛР
		1.4	Линейные задачи со свободным правым концом. Принцип максимума как необходимое и достаточное условие.	Особенности линейных систем управления. Для линейных задач с выпуклой областью допустимых управлений и выпуклым функционалом принцип максимума становится не только необходимым, но и достаточным условием оптимальности.	ЛК, ЛР
		1.5	Формулировка принципа максимума для различных классов задач оптимального управления: а) двухточечные задачи; б) задача оптимального быстрогодействия; в) задачи с краевыми условиями, условия трансверсальности; г) автономные и неавтономные системы; д) задачи с фиксированным и нефиксированным временем окончания процесса; е) задачи с интегральным и терминальным	Обобщение принципа максимума: для двухточечных задач с фиксированными началом и концом; для задачи оптимального быстрогодействия (минимизация времени перехода); для задач с краевыми условиями (условия трансверсальности на свободных концах); для автономных (не зависящих явно от времени) и неавтономных систем.	ЛК, ЛР

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы		Содержание темы	Вид учебной работы*
			функционалом; ж) задачи с параметрами.		
		1.6	Примеры задач оптимального управления. Задача быстродействия.	Разбор конкретных примеров. Задача оптимального быстродействия для линейной системы: определение закона управления, обеспечивающего минимальное время перехода из начальной точки в конечную. Анализ релейного характера оптимального управления.	ЛК, ЛР
		1.7	Понятие синтеза оптимального управления.	Синтез как построение оптимального управления в форме обратной связи: зависимость управления от текущего состояния системы. Отличие синтеза от программного управления. Значение синтеза для практической реализации.	ЛК, ЛР
		1.8	Связь принципа максимума с классическим вариационным исчислением. Вывод уравнения Эйлера и условий Лежандра-Клебша из принципа максимума. Условие Якоби.	Переход от принципа максимума к классическим условиям оптимальности. Вывод уравнения Эйлера из принципа максимума. Вывод условий Лежандра-Клебша (аналог условия выпуклости). Понятие условия Якоби и его связь с сопряжёнными переменными.	ЛК, ЛР
Раздел 2	Динамическое программирование	2.1	Управляемые многошаговые процессы. Принцип оптимальности.	Понятие многошаговых процессов управления. Дискретные системы. Принцип оптимальности Беллмана: оптимальное поведение на оставшемся участке не зависит от предыстории и определяется только текущим состоянием.	ЛК, ЛР
		2.2	Метод динамического программирования для многошаговых процессов управления.	Рекуррентная процедура построения оптимального управления. Движение от конца процесса к началу. Функция Беллмана (условный оптимум). Вычислительная схема метода.	ЛК, ЛР
		2.3	Метод динамического программирования для задач оптимального управления.	Распространение идей динамического программирования на непрерывные процессы. Переход от многошаговых схем к непрерывным. Предельный переход.	ЛК, ЛР
		2.4	Дифференциальное уравнение Беллмана. Постановка задач для уравнения Беллмана. Примеры.	Вывод уравнения в частных производных для функции цены (функции Беллмана). Уравнение Гамильтона-Якоби-Беллмана. Краевые условия для уравнения Беллмана. Примеры решения простейших задач.	ЛК, ЛР
		2.5	Связь метода динамического программирования с принципом максимума. Вывод условий трансверсальности при помощи метода динамического программирования.	Сравнение двух подходов к оптимальному управлению. Вывод условий трансверсальности (условий на свободных концах) с помощью метода динамического программирования. Эквивалентность принципа максимума и уравнения Беллмана при определённых условиях гладкости.	ЛК, ЛР
		2.6	Линейные управляемые системы с квадратичным функционалом. Построение	Постановка линейно-квадратичной задачи. Особенности: линейная динамика и квадратичный критерий качества.	ЛК, ЛР

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы*	
		синтеза оптимального управления.	Построение синтеза в виде линейной обратной связи. Решение уравнения Риккати.		
Раздел 3	Численные методы оптимального управления	3.1	Численные методы, основанные на приведении задач оптимального управления к краевым задачам при помощи принципа максимума.	Использование принципа максимума для получения двухточечной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений (фазовых и сопряжённых). Сведение задачи оптимизации к решению краевой задачи.	ЛК, ЛР
		3.2	Использование методов решения систем алгебраических уравнений для решения краевых задач. Метод Ньютона и его модификации.	Дискретизация краевой задачи. Сведение к системе нелинейных алгебраических уравнений. Метод Ньютона для решения таких систем. Модификации метода (метод секущих, квазиньютоновские методы) для повышения устойчивости.	ЛК, ЛР
		3.3	Численные методы минимизации функций многих переменных. Понятие о линейном и нелинейном программировании. Градиентный метод. Метод штрафных функций.	Задачи безусловной и условной минимизации. Линейное и нелинейное программирование. Градиентный метод: идея движения в сторону наискорейшего убывания функции. Метод штрафных функций для учёта ограничений: добавление к целевой функции штрафа за нарушение ограничений.	ЛК, ЛР
		3.4	Численные методы, основанные на варьировании управляющих функций. Градиентный метод в пространстве управлений. Учет ограничений на управляющие функции. Учет краевых условий и фазовых ограничений методом штрафных функций. Учет краевых условий методом проектирования градиента.	Прямые методы: варьирование управления как функции времени. Вычисление градиента функционала по управлению. Градиентный спуск в пространстве управлений. Учёт ограничений на управляющие функции (проекция градиента). Учёт краевых условий и фазовых ограничений с помощью штрафных функций.	ЛК, ЛР
		3.5	Метод последовательных приближений в пространстве управляющих функций. Способы улучшения сходимости и модификации метода. Примеры.	Итерационный процесс построения последовательности управлений, сходящейся к оптимальному. Выбор шага в градиентном методе. Способы ускорения сходимости: методы сопряжённых градиентов, методы переменной метрики. Примеры применения.	ЛК, ЛР
		3.6	Метод малого параметра для слабоуправляемых систем.	Асимптотические методы для систем с малым влиянием управления. Разложение решения в ряд по малому параметру. Построение приближённого оптимального управления.	ЛК, ЛР
		3.7	Численные методы, основанные на варьировании в пространстве фазовых координат. Метод динамического программирования. Полный и частичный перебор. Метод «блуждающей трубки».	Подходы, основанные на дискретизации фазового пространства. Метод динамического программирования в численной форме: сеточные методы. Проблема «проклятия размерности». Полный перебор сетки. Частичный перебор (метод «блуждающей трубки») для снижения вычислительной	ЛК, ЛР

Номер раздела	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы	Содержание темы	Вид учебной работы*
			сложности.	
		3.8 Понятие элементарной операции и приемы ее построения. Построение элементарной операции для задач динамики полета.	Элементарная операция как типовой этап в численном методе. Приёмы конструирования элементарных операций для решения краевых задач. Построение элементарной операции для задач динамики полёта (например, расчёт траектории на малом участке при постоянных параметрах).	ЛК, ЛР
		3.9 Метод локальных вариаций. Применение метода локальных вариаций к различным вариационным задачам. Вариационные задачи с неаддитивными функционалами. Вариационные задачи в частных производных.	Идея метода: последовательное варьирование управления на отдельных интервалах времени. Алгоритм метода локальных вариаций. Применение к классическим вариационным задачам. Распространение на вариационные задачи с неаддитивными функционалами. Применение к вариационным задачам в частных производных.	ЛК, ЛР

* - заполняется только по **ОЧНОЙ** форме обучения: ЛК – лекции; ЛР – лабораторные работы; СЗ – практические/семинарские занятия.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 6.1. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Тип аудитории	Оснащение аудитории	Специализированное учебное/лабораторное оборудование, ПО и материалы для освоения дисциплины (при необходимости)
Лекционная	Аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная комплектом специализированной мебели; доской (экраном) и техническими средствами мультимедиа презентаций.	Проектор
Лаборатория	Аудитория для проведения лабораторных работ, индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и оборудованием.	
Семинарская	Аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом специализированной мебели и техническими средствами мультимедиа презентаций.	
Для самостоятельной работы	Аудитория для самостоятельной работы обучающихся (может использоваться для проведения семинарских занятий и консультаций), оснащенная комплектом специализированной мебели и компьютерами с доступом в ЭИОС.	

* - аудитория для самостоятельной работы обучающихся указывается **ОБЯЗАТЕЛЬНО!**

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969.
2. Иванов В.А., Фалдин П.В. Теория оптимальных систем автоматического управления. М.: Наука, 1981. 336 с.
3. Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление, М.: Наука, 1971. 396 с.
4. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высшая школа, 2003.

Дополнительная литература:

1. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. М.: Физматлит, 1961.
2. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1969.

3. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. М.: Наука, 1965.
4. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. М.: Наука, 1975.
5. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. Численные методы. М.: Наука, 1973.
6. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н. Управление колебаниями. М.: Наука, 1980.
7. Черноусько Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. М.: Физматлит, 1988.
8. Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006.
9. Chernousko F.L., Ananievski I.M., Reshmin S.A. Control of Nonlinear Dynamical Systems. Methods and Applications. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008, 396 p.
10. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления / Пер. с англ. М.: Наука, 1972. 576 с.
11. Понтрягин Л.С. Принцип максимума. М.: Фонд математического образования и просвещения, 1998.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

1. ЭБС РУДН и сторонние ЭБС, к которым студенты университета имеют доступ на основании заключенных договоров

- Электронно-библиотечная система РУДН – ЭБС РУДН

<http://lib.rudn.ru/MegaPro/Web>

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <http://www.biblioclub.ru>

- ЭБС Юрайт <http://www.biblio-online.ru>

- ЭБС «Консультант студента» www.studentlibrary.ru

- ЭБС «Троицкий мост»

2. Базы данных и поисковые системы

- электронный фонд правовой и нормативно-технической документации

<http://docs.cntd.ru/>

- поисковая система Яндекс <https://www.yandex.ru/>

- поисковая система Google <https://www.google.ru/>

- реферативная база данных SCOPUS

<http://www.elsevier.com/locate/scopus/>

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся при освоении дисциплины/модуля:*

1. Курс лекций по дисциплине «Методы оптимального управления».

* - все учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся размещаются в соответствии с действующим порядком на странице дисциплины **в ТУИС!**

РАЗРАБОТЧИКИ:

Профессор

Должность, БУП

Подпись

Решмин Сергей
Александрович

Фамилия И.О.

Доцент

Должность, БУП

Подпись

Голубев Алексей
Евгеньевич

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ БУП:

Заведующий кафедрой

Должность БУП

Подпись

Разумный Юрий
Николаевич

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ ОП ВО:

Профессор

Должность, БУП

Подпись

Разумный Юрий
Николаевич

Фамилия И.О.